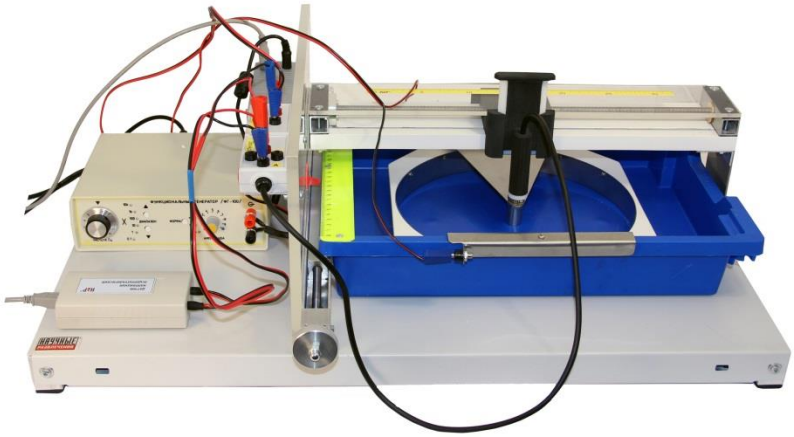
Практикум по физике



Лабораторная работа № 25

Изучение электростатического поля

Методическое руководство

Москва - 2016

Лабораторная работа № 25
Изучение электростатического поля

Цель лабораторной работы

Целью лабораторной работы является изучение законов электростатики и экспериментальное исследование электростатического поля в простейших случаях.

Задача лабораторной работы

Задачей работы является экспериментальное исследование распределения потенциалов в электростатических полях различной конфигурации (конфигурация поля определяется геометрией электродов.). На практике для качественного исследования электростатического поля применяют методы моделирования. В данной работе используется метод электролитической ванны, в которой изучение электростатического поля заменяется изучением поля стационарного тока в слабопроводящей среде.

Теоретическая часть

Основные характеристики электростатического поля

Напряженность электростатического поля $\vec{E}$ является силовой характеристикой поля и численно равна силе, с которой поле действует на единичный положительный пробный заряд, внесенный в данную точку поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \ . \qquad (1)$$

Для графического изображения электростатического поля используют линии напряженности вектора $\vec{E}$ (силовые линии). Эти линии проводятся таким образом, чтобы касательная к ним в каждой точке поля совпадала с направлением вектора напряженности $\vec{E}$ в этой точке. Густота силовых линий пропорциональна величине напряженности. Направление силовых линий - от положительного заряда к отрицательному.

Введем понятие потока вектора напряженности электрического поля. Расположим в электрическом поле элементарную площадку dS, в пределах которой поле можно считать однородным. Ориентация этой площадки в пространстве задается единичным вектором нормали $\vec{n}$ (рис.1).

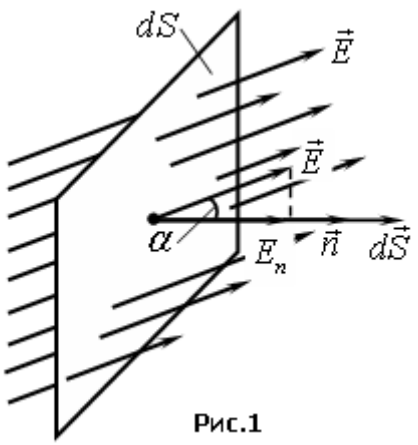


Рис.1

Замечание. Единичный вектор нормали $\vec{n}$ к площадке можно построить в двух противоположных направлениях. Одно из них условно принимается за положительное, в этом направлении и проводится нормаль $\vec{n}$. В

случае замкнутой поверхности принято нормаль $\vec{n}$ брать наружу области, охватываемой этой поверхностью. Тогда вектор $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$ численно равен dS, а его направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$.

Потоком вектора напряженности электрического поля через поверхность dS называется скалярное произведение

$$d\Phi_E = \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) = E \cdot dS \cdot \cos\alpha = E_n \cdot dS \ , \qquad (2)$$

где α - угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$; E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на направление нормали $\vec{n}$.

Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S

$$\Phi_E = \int_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) . \qquad (3)$$

Поток вектора $\vec{E}$ является алгебраической величиной: если угол α - острый, то cos $\alpha > 0$ и $\Phi_E > 0$; если угол α - тупой, то cos $\alpha < 0$ и $\Phi_E < 0$.

Теорема Остроградского-Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на ε_o

$$\Phi_E = \oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} Q_i \ . \qquad (4)$$

Заряды, расположенные во внешнем (по отношению к этой поверхности) пространстве, на величину потока не влияют.

Если во внешнее электрическое поле, созданное какой-либо системой свободных зарядов ($Q_{своб}$) поместить диэлектрик, то он поляризуется: на его поверхностях появляются связанные заряды ($Q_{связ}$) противоположных знаков (рис. 2). Результирующее электрическое поле $\vec{E}$ в любой точке внутри диэлектрика в этом случае является суперпозицией электрического поля $\vec{E}_0$, создаваемого свободными зарядами, и поля $\vec{E}_{связ}$ связанных зарядов:

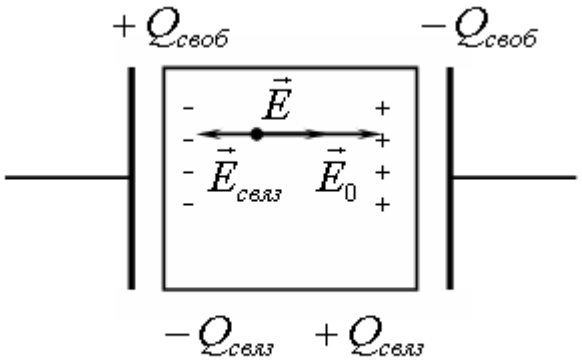


Рис.2

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{связ} .$$

Тогда выражение (4) теоремы Остроградского-Гаусса можно представить в виде

$$\Phi_E = \oint_S \left(\vec{E} \cdot d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\sum Q_{i_{своб}} + \sum Q_{i_{связ}}\right) \qquad (5)$$

Напряженность электростатического поля обратно пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости ε среды, то есть зависит от электрических свойств среды: $E = E_0/\varepsilon$.

Для характеристики электрического поля целесообразно ввести такую величину $\vec{D}$, называемую **вектором электрической индукции** (смещения), которая не зависела бы от диэлектрической проницаемости:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \ . \tag{6}$$

Тогда с помощью вектора $\vec{D}$ описывается электрическое поле, которое создается в данном веществе одними лишь свободными зарядами, и теорема Остроградского-Гаусса для потока вектора электрической индукции имеет вид

$$\Phi_E = \oint_S \left(\vec{D} \cdot d\vec{S}\right) = \sum Q_{i_{своб}} \ . \tag{7}$$

Графическое изображение электростатического поля с помощью линий $\vec{D}$ аналогично изображению этого поля с помощью силовых линий напряженности.

Теорема Остроградского-Гаусса выражает тот факт, что линии напряженности $\vec{E}$ электростатического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах (как свободных, так и связанных, формула (5)), а линии индукции своим началом и окончанием имеют только свободные заряды (формула (7)).

Электростатические силы являются потенциальными. Заряд Q, находящийся в электростатическом поле, обладает потенциальной энергией W, величина которой пропорциональна величине этого заряда. Поэтому отношение W/Q не зависит от величины Q, служит энергетической характеристикой электростатического поля и называется потенциалом

$$\varphi = \frac{W}{Q} \tag{8}$$

Потенциал – скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии положительного единичного заряда, помещенного в данную точку поля.

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении точечного заряда Q из точки 1 в точку 2, равна разности потенциальных энергий этого заряда в начальной и конечной точках

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2) = -Q\Delta\varphi, \tag{9}$$

а элементарная работа

$$dA = -dW = -Q \cdot d\varphi. \tag{10}$$

Если точка 2 лежит в бесконечности, то потенциальная энергия наряда Q в этой точке равна нулю $(W_2 = 0)$, потенциал $\varphi_2 = 0$ и из (9) получаем еще одно определение потенциала: потенциал данной точки электростатического поля

численно равен работе, совершаемой электростатическими силами при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q}. \qquad (11)$$

Элементарную работу *dA*, совершаемую силами электростатического поля, можно, по определению, представить в виде скалярного произведения

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{l}) = Q(\vec{E}d\vec{l}) = Q \cdot E \cdot dl \cdot \cos\alpha \ , \qquad (12)$$

где $d\vec{l}$ - вектор перемещения, α - угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{l}$ (рис.3).

Полная работа *A* при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 равна

$$A = Q\int_1^2 Edl\cos\alpha = Q\int_1^2 (\vec{E} \cdot d\vec{l}) \qquad (13)$$

и не зависит от траектории движения заряда, а зависит только от начального и конечного положения переносимого заряда. Из сопоставления (9) и (13) можно записать, что разность потенциалов между точками 1 и 2 равна

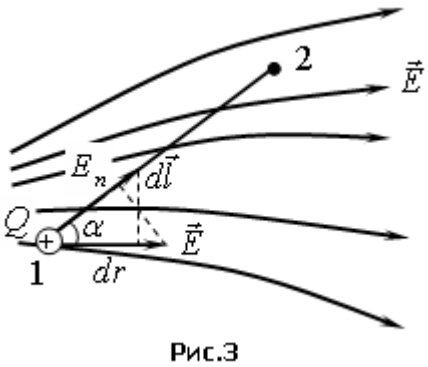


Рис.3

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = \int_1^2 E_l dl \ . \qquad (14)$$

Уравнение (14) выражает связь между напряженностью электростатического поля $\vec{E}$ и его потенциалом φ в интегральной форме.

Если единичный заряд перемещается по замкнутому пути *L*, то работа, совершаемая при таком перемещении, равна нулю

$$\oint_L dA = 0 .$$

Как следует из (13)

$$\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = 0 . \qquad (15)$$

Интеграл $\oint_L (\vec{E} \cdot d\vec{l})$ называется *циркуляцией* вектора напряженности вдоль замкнутого контура *L*, а выражение (15) **теоремой о циркуляции вектора** $\vec{E}$. Уравнения (14) и (15) выражают потенциальный характер электростатического поля.

Из (10) и (12) можно найти связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля в дифференциальной форме

$$Edl\cos\alpha = -d\varphi$$

откуда

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl} \qquad (16)$$

или $$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \qquad (17)$$

где $E_l = E \cdot \cos\alpha$- проекция вектора $\vec{E}$ на перемещение $d\vec{l}$, $dr = dl \cdot \cos\alpha$ - проекция вектора $d\vec{l}$ на направление вектора $\vec{E}$.

В общем случае выражение (17) можно записать в виде

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = -grad\varphi. \qquad (18)$$

Векторная величина, называемая градиентом потенциала, указывает направление наиболее быстрого возрастания потенциала.

Напряженность $\vec{E}$ в какой-либо точке электростатического поля равна градиенту потенциала в этой точке, взятому с обратным знаком.

Если заряд перемещается в направлении $d\vec{l}$, перпендикулярном к силовой линии, т.е. $d\vec{l} \perp \vec{E}$, то $\cos\alpha = 0$, $E_l = 0$ и $d\varphi/dl = 0$, т.е. $\varphi = const$. Следовательно, во всех точках кривой, перпендикулярной к силовым линиям, потенциал одинаков.

Геометрическое место точек, в которых потенциал одинаков ($\varphi = const$)**,** называется поверхностью равного потенциала, или эквипотенциальной поверхностью. Поверхности равного потенциала перпендикулярны силовым линиям поля. Эквипотенциальные поверхности (эквипотенциальные линии на плоском чертеже, изображающие сечение поля) проводят через одинаковое число вольт $\Delta\varphi = const$. Таким образом, по картине эквипотенциалей можно судить о величине и направлении поля**: *там, где эквипотенциали расположены гуще, там больше напряженность поля*.**

Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности

Лабораторная установка показана на рис. 4. Она включает в себя ванну для электролита (1), комплект электродов (2); зонд (3); источник тока (генератор импульсов) (4); систему автоматического позиционирования зонда по оси x (5), устройство ручного позиционирования зонда (ванны) вдоль оси y (7).

К приборам и принадлежностям относятся компьютер с необходимым программным обеспечением, двухканальный осциллографический датчик напряжения (6) для регистрации электрической разности потенциалов, соединительные кабели для подключения датчиков.

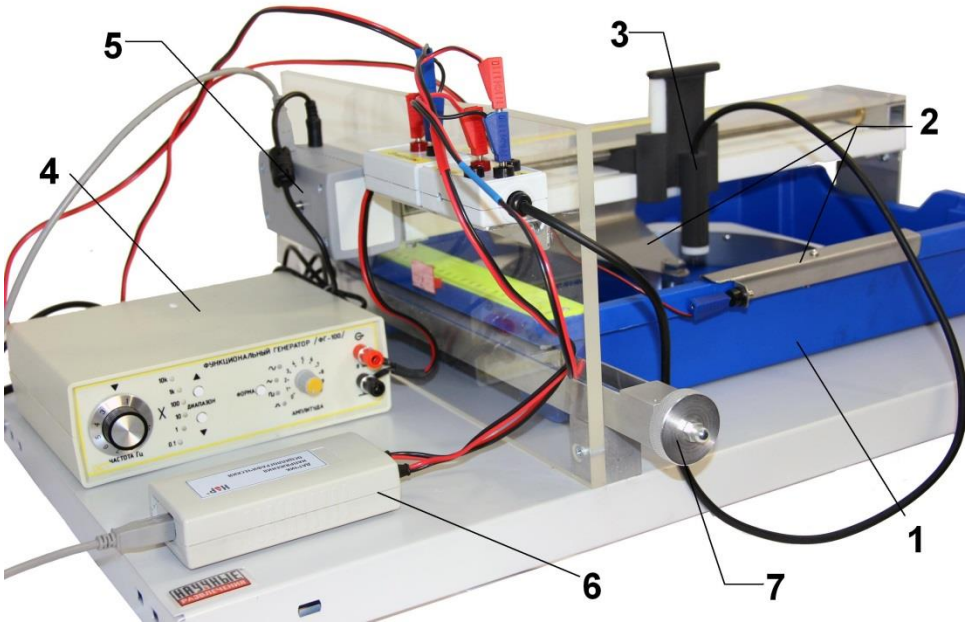


Рис. 4.

На рис. 5 в качестве примера приведена картина расположения силовых (сплошные) линий и эквипотенциальных (пунктирные) линий для диполя – двух одинаковых зарядов разного знака, расположенных на фиксированном расстоянии друг от друга.

В данной лабораторной работе мы будем изучать распределение потенциала в полях, созданных следующими комбинациями электродов:

1) плоскопараллельные пластины;
2) цилиндр и плоскость;
3) коаксиальные цилиндры.

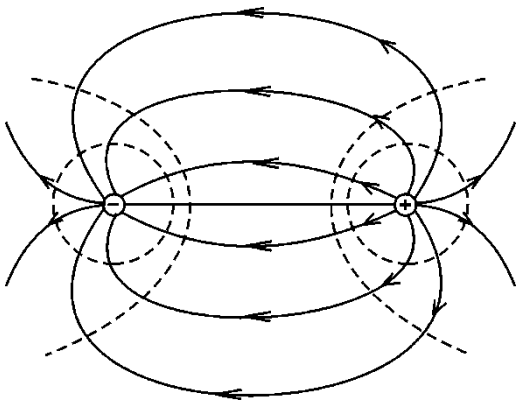


Рис. 5.

Изучив распределение потенциала в этих полях, можно будет построить соответствующие наборы эквипотенциальных поверхностей.

В работе протеканием тока в тонком слое жидкости моделируется электростатическая задача с бесконечной протяженностью электродов в направлении, перпендикулярном плоскости ванны.

Хорошо известно, что электрическое поле между двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями является однородным. В реальной ситуации из-за конечности размеров пластин однородность поля вблизи их краёв нарушается. Это называется «краевым эффектом». В данной работе вам предстоит получить экспериментальные данные о реальном распределении потенциала и напряжённости поля между плоскопараллельными электродами оценить степень однородности поля на оси симметрии такой конструкции.

Следует отметить, что картина силовых линий и эквипотенциальных поверхностей, изображённая на рис. 5 является симметричной. Этот факт даёт нам возможность моделировать половину такой картины. Для этой цели в работе используется конфигурация электродов «плоскость+цилиндр малого радиуса». При этом некоторые отличия экспериментальных кривых от рис. 5 также будут обусловлены влиянием краевых эффектов.

В третьей части настоящей лабораторной работы изучается распределение потенциала и напряжённости электрического поля между коаксиальными цилиндрическими электродами. При этом полученные экспериментальные данные следует сравнить с хорошо известной теоретической зависимостью потенциала и напряжённости поля от координаты для данной конфигурации электродов:

$$U(r) = \varphi(r) - \varphi(R_2) = \frac{U_0}{\ln(\frac{R_2}{R_1})} \cdot \ln\frac{R_2}{r}, \qquad (19)$$

$$E(r) = \frac{U_0}{r\ln(\frac{R_2}{R_1})}. \qquad (20)$$

Здесь R_2 и R_1 - это радиусы внешнего и внутреннего электродов соответственно, а U_0 - напряжение, поданное на электроды.

Описание лабораторной установки

Установка для проведения исследования представляет собой плоскую ванну, в которую наливается электролит (вода с небольшим количеством поваренной соли). В ванну помещают электроды различной формы: плоские, цилиндрические и т.д. (рис. 6). Электроды соединяют с источником тока. Таким образом, в электролите возникает поле, которое подлежит исследованию.

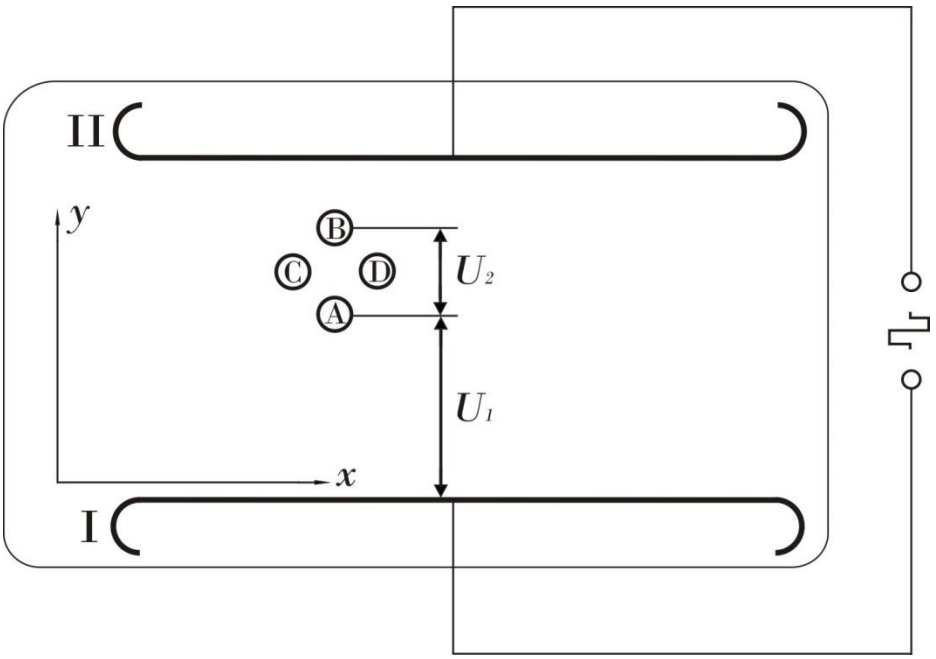


Рис. 6.

Для построения эквипотенциальных поверхностей необходимо определить потенциалы точек и координаты этих точек. Для измерения потенциала в конкретной точке используется четырёхэлектродный зонд. Благодаря четырёхэлектродной конструкции зонд позволяет измерять не только потенциал поля в точке, но и градиент потенциала в её окрестности (т.е. напряжённость $\vec{E}$ электростатического поля).

Чтобы понять механизм измерений, производимых зондом, рассмотрим рис. 6. На нём электроды зонда условно обозначены буквами ***A***, ***B***, ***C***, ***D***. (Расположение электродов на рисунке соответствует их расположению относительно пользователя данной лабораторной установки). Электроды, создающие в ванне изучаемое поле, обозначены римскими цифрами **I** и **II**. Первый канал осциллографического датчика подключается к электродам **I** и ***A*** и измеряет разность потенциалов U_1 между ними. Второй канал осциллографического датчика подключается к электродам зонда ***A*** и ***B*** и измеряет разность потенциалов U_2 между ними. Потенциал φ электростатического поля в центре зонда, измеренный относительно электрода **I** определяется следующим выражением:

$$\varphi = U_1 + \frac{U_2}{2}.$$

Если предположить что потенциал поля между электродами A и B изменяется линейным образом (такое предположение вполне оправдано, учитывая малое межэлектродное расстояние), то приближённое значение проекции напряженности электрического поля на ось y в исследуемой точке может быть найдено по формуле:

$$E_y = \frac{U_2}{d_{AB}},$$

где d_{AB} - расстояние между электродами A и B.

Аналогичным образом, если второй канал осциллографа подключить к электродам *C* и *D*, то приближённое значение проекции напряженности электрического поля на ось x в исследуемой точке может быть найдено по формуле:

$$E_x = \frac{U_2}{d_{CD}},$$

где d_{CD} - расстояние между электродами *C* и *D*.

Для изменения координаты зонд установлен на подвижной каретке, которая может перемещаться вдоль оси x благодаря винтовому механизму подачи с электрическим приводом. Управление приводом может осуществляться либо автоматически в определённом сценарии практикума, либо вручную с помощью экранных кнопок « >0< » «Назад» и «Вперед», расположенных в верхней части окна устройства перемещения зонда. Подача ванны вдоль оси y осуществляется только вручную вращением винтового механизма (7).

Для определения текущей координаты зонда вдоль осей x и y закреплены линейки.

В данной работе в качестве источника напряжения между электродами I и II используется генератор, который подаёт на них прямоугольные двуполярные импульсы на частоте ***4-5кГц***. При подаче высокочастотного сигнала на электроды удаётся исключить влияние приэлектродных эффектов на общую картину поля между электродами и избежать электролиза. Для повышения точности измерений (особенно при малых значениях напряжения) все напряжения рассчитываются как половина разности сигналов на положительном и отрицательном полупериоде.

Порядок проведения лабораторной работы

Задание 1. Изучение потенциала в системе плоскость-плоскость в автоматическом режиме

1. Включите генератор и блок питания устройства перемещения зонда.
2. Включите компьютер и запустите программу «Практикум для ВУЗов». На экране автоматически появится окно выбора сценария работы. Закройте его. Подключите первый канал осциллографического датчика (кабель, соответствующий этому каналу имеет красную метку) к электродам и с контролем по осциллографическому датчику настройте режим работы генератора, установив следующие параметры:
   - частота — 4 - 5 кГц
   - форма импульсов — прямоугольные, двуполярные
   - амплитуда сигнала на электродах — 4.9 - 5 В.
3. Регистрация сигнала осциллографическим датчиком начинается при нажатии кнопки «Пуск» . (Одновременно начинает двигаться и устройство перемещения зонда, которое остановится автоматически, достигнув крайне правого положения.) Посмотреть и при необходимости изменить параметры представления сигнала (развертка, чувствительность и т.п.) можно, нажав экранную кнопку , которая доступна после нажатия кнопки «Стоп» (или до нажатия «Пуск»).
4. С помощью кнопки вызовите на экран меню выбора работы и выберите пункт «Электростатика», а в нем сценарий «Регистрация потенциалов в автоматическом режиме». Каретка зонда при этом переместится в начало оси X. В дальнейшем для возврата каретки зонда в исходное положение (если это не произошло автоматически) следует использовать экранную кнопку « >0< ».
5. Установите зонд в кронштейн так, чтобы его электроды погрузились в электролит на 4 – 6мм и, вращая рукоятку устройства перемещения кюветы, выберите начальную Y-координату ***65мм***. (Координаты электродов составляют Y_I=52мм и Y_{II}=217мм).
6. Внесите в таблицу окна сбора данных параметры сетки сканирования. Для этого произведите следующие действия:
   - В поле «Минимум Y» введите значение «65».
   - В поле «Максимум Y» введите значение «195».
   - В поле «Шаг по оси Y» введите значение 25.
   - В поле «Минимум X» введите значение 0.
   - В поле «Максимум X» введите значение 300.
   - В поле «Шаг по оси X» введите значение 30.
7. Нажмите кнопку для обновления таблицы сбора данных. Убедитесь, что значения в полях «Позиция по оси Y» и «Позиция по оси X» равны значениям, которые находятся в полях «Минимум Y» и «Минимум X»

соответственно. Если это не так, то установите нужные значения с помощью кнопок .

8. Нажмите кнопку «старт/стоп» , которая находится в окне «Сбор данных». Каретка с зондом начнет движение, а ячейки таблицы на экране будут заполняться значениями потенциала в соответствующих точках проводящей среды. Алгоритм расчета потенциала в автоматическом режиме измерений следующий. При неподвижной каретке определяется среднее значение амплитуды колебаний напряжения $\boldsymbol{U_{ср}=(U_{+}-U_{-})/2}$ по каждому из каналов (половина разности между напряжением положительного $\boldsymbol{U_{+}}$ и отрицательного $\boldsymbol{U_{-}}$ полупериодов). Потенциал в точке, соответствующей «центру» зонда находится по формуле $U = U_{ср}^{(1)} + U_{ср}^{(2)}/2$ (верхние индексы обозначают номер канала). Малое расстояние между электродами зонда позволяет с хорошей точностью считать изменение потенциала между ними линейным.
9. После остановки каретки переместите кювету в соответствии с выбранным шагом по оси Y. В окне «Сбор данных» установите новое значение в поле «Позиция по оси Y». Снова нажмите «старт/стоп» . Данные будут регистрироваться аналогичным образом при обратном движении каретки с зондом.
10. Повторяйте действия, описанные в пунктах 7-9, последовательно сканируя потенциал поля в межэлектродной области.
11. После заполнения таблицы сбора данных перенесите полученные данные в отчёт или сохраните файл с таблицей, нажав на кнопку .
12. После сохранения таблицы перейдите на вкладку «3-х мерный график». Нажмите кнопку , и на экране появится график U=U(x,y). Перенесите полученные данные в отчёт или сохраните файл с изображением этого графика, нажав на кнопку .
13. Для получения картины эквипотенциальных линий перейдите на вкладку «График». В выпадающем списке выберите конфигурацию электродной системы «Плоскость-плоскость». В поле «количество срезов» ведите количество эквипотенциальных линий (не более 6), которое Вы считаете нужным построить. Нажмите кнопку для отображения на экране эквипотенциальных линий. Перенесите полученные данные в отчёт или сохраните файл с изображением этого графика, нажав на кнопку .

Задание 2. Регистрация эффекта экранирования электростатического поля внутри замкнутого проводника

1. Оставляя неизменной предыдущую конфигурацию электродов

«плоскость-плоскость», поставьте в кювету замкнутый электрод. Повторите измерения в нескольких точках, где вами ранее были измерены потенциал и напряженность электрического поля. Для проведения измерений внутри замкнутого электрода зонд приподнимается на вертикальной направляющей, а затем снова опускается в раствор.

2. Сделайте и впишите в отчет выводы об изменениях в распределении поля и потенциала вне замкнутого электрода и внутри него.

Задание 3. Построение картины силовых линий электростатического поля.

1. По сохраненным данным таблицы, полученным в задании 1, постройте картину эквипотенциальных линий (поверхностей).
2. Используя картину эквипотенциальных линий, полученную в первом пункте данного задания, постройте картину силовых линий электростатического поля. Для этого необходимо вспомнить свойства силовых линий.
3. Выбрав одну из линий напряженности, оцените величину напряженности электростатического поля в 3…4 точках вдоль этой линии по формуле

$$|E| = \frac{\Delta\varphi}{\Delta r},$$

где $\Delta\varphi -$ разность потенциалов между двумя точками, лежащими на эквипотенциальных поверхностях; $\Delta r -$ расстояние между этими точками.

4. Определите среднее значение напряженности.
5. Снятую экспериментально картину электростатического поля и результаты вычисления напряженности приложите к отчету по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется напряженностью и потенциалом данной точки поля?

2. Сформулируйте и раскройте физическое содержание основных теорем электростатики (теорему Остроградского-Гаусса и теорему о циркуляции вектора напряженности электростатического поля).

3. Как связаны между собой напряженность и потенциал в каждой точке поля?

4. Как по известному значению напряженности поля найти разность потенциалов между какими-либо двумя точками поля:

а) в однородном поле?

б) в неоднородном поле?

5. Какие условия должны быть выполнены при изображении картины электрического поля: а) с помощью силовых линий? б) с помощью

эквипотенциалей?
6. Докажите, что силовые линии перпендикулярны поверхностям равного потенциала.
7. Пользуясь теоремой Остроградского-Гаусса, выведите выражение для напряженности поля: а) бесконечной равномерно заряженной плоскости, б) равномерно заряженного по объему шара, в) равномерно заряженного цилиндра.