Программа экзамена по курсу «Введение в топологию»

Экзамен устный, по билетам. Каждый билет состоит из трех вопросов: первый — на знание определений, второй — на знание теорем, третий — задача.

Что такое знание определения, в объяснениях не нуждается. Знание теоремы — это знание ее точной формулировки и плана доказательства.

За полный ответ на первый вопрос билета начисляется 2 балла, за полный ответ на каждый из остальных — по 3 балла. Сумма баллов за три вопроса умножается на повышающий коэффициент, равный $1 + 0{,}4(n/20)$, где n — количество сданных задач по всем трем листкам (а 20 — общее количество задач в листках). После округления этого произведения получаем оценку за курс.

Список вопросов на знание определений

1. Определение топологического пространства.

2. Определение замыкания подмножества в топологическом пространстве.

3. Определение метрического пространства; какие подмножества в метрическом пространстве называются открытыми?

4. Определение непрерывного отображения.

5. Определение базы топологического пространства.

6. Определение предбазы топологического пространства.

7. Пусть X — топологическое пространство. Когда подмножество $A \subset X$ называется связным?

8. Определение линейно связного пространства.

9. Определение компактного пространства.

10. Определение произведения двух пространств.

11. Не менее двух эквивалентных определений произведения произвольного семейства пространств.

12. Определение полного метрического пространства.

13. Определение целых p-адических чисел как кольца (без топологии).

14. Метрика и топология на целых p-адических числах, их свойства.

15. Определение хаусдорфова пространства.

16. Определение регулярного пространства.

17. Определение нормального пространства.

18. Определение тощего множества.

19. Два эквивалентных определения фактортопологии.

20. Определение топологии на вещественных проективных пространствах.

21. Определение гомотопии путей (с закрепленными концами).

22. Определение накрытия.

Список вопросов на знание теорем

1. Непрерывная функция на компактном топологическом пространстве достигает наибольшего и наименьшего значения.

2. Биективное непрерывное отображение компактных хаусдорфовых пространств является гомеоморфизмом.

3. Лемма о лебеговом числе.

4. Компактность метрического пространства равносильна секвенциальной компактности.

5. Пространства целых p-адических чисел при различных p гомеоморфны.

6. Гомеоморфность $\mathbb{Z}_2$ и канторова множества.

7. Существование непрерывной сюръекции канторова множества на произвольное компактное метрическое пространство.

8. Существование непрерывной сюръекции отрезка на n-мерный куб.

9. Теорема Александера о предбазе.

10. Теорема Тихонова (если в доказательстве используется теорема Александера о предбазе, можно ей пользоваться без доказательства).

11. Существование пополнения метрического пространства.

12. Нормальность компактных пространств.

13. Лемма Урысона.

14. Характеризация связных подмножеств в $\mathbb{R}$.

15. Всякое линейно связное пространство связно.

16. Теорема Бэра для полного метрического пространства.

17. Определение и корректность композиции классов путей.

18. Ассоциативность композиции классов путей.

19. В линейно связном пространстве фундаментальная группа не зависит от выбора отмеченной точки.

20. Фундаментальная группа n-мерных сфер при $n \geqslant 2$.

21. Теорема о накрывающих путях.

22. Теорема о накрывающей гомотопии.

23. Фундаментальная группа окружности.

24. Фундаментальная группа вещественного проективного пространства.