ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ. КЛАССИЧЕСКАЯ И НЕКЛАССИЧЕСКАЯ ОНТОЛОГИКА

ГЛАВА ПЯТАЯ. ПЕРСПЕКТИВЫ И ПРОБЛЕМЫ ФОРМАЛЬНОЙ ОНТОЛОГИИ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проникновение формальных методов в современную философию не осталось незамеченным для философского сообщества. Редакторы недавно вышедшей книги «Формальная философия»[1], представляющей собой собрание коротких интервью, Винсент Ф. Хендрикс и Джон Саймонс, задали пять вопросов о роли формальных методов в современной философии наиболее влиятельным и ведущим исследователям в этой области, таким как Й. ван Бентем, М. Фиттинг, Д. Фоллесдаль, А. Грюнбаум, Я. Хинтикка, Р. Баркан Маркус, П. Суппес и др. Первые два вопроса выглядели следующим образом:

1. В чем причина того, что вас с самого начала привлекали формальные методы?

2. Какие примеры из вашей работы иллюстрируют роль, которую формальные методы могут играть в философии?

Интересным представляется ответ Сьюзен Хаак («Формальная философия? Оправдание плюрализма»), задавшейся прежде всего вопросом о том, что же такое «формальные методы». Она пишет, что это, по сути дела, различные члены слабо связанного семейства подходов и техник, обозначенные фразой «формальные методы», которая может относиться к синтаксическим методам формальной логики, но может также включать методы экстенсиональной формальной семантики Тарского, «грамматики Монтегю», применение математических вероятностных исчислений и т.д. и т.д. Они, во всей своей широте, охватывают любое (и каждое) использование любого (и каждого) метода символического аппарата, но, с другой стороны, являются всего лишь некоторыми из «многих дозволенных способов».

Полезны ли они философу? Иногда бывают очень полезными, но многие не верят, что это единственно полезные методы, или даже что они заслуживают какой-либо специальной привилегии. Порой формальный подход является как раз тем, что требуется, но иногда он не отвечает рассматриваемой задаче, порой он заставляет искусственно сужать диапазон наших вопросов или глубину нашего анализа – а иногда это просто украшение, поверхностный математический или научный глянец, наводимый на слабые или путаные рассуждения (как это часто бывает со статистическим аппаратом, используемым, например, социологами).

В этом отношении формальная онтология резко выделяется на фоне формальной философии, во-первых, как дисциплина, имеющая уже более, чем вековую историю, и, во-вторых, как область исследований, с самого начала неразрывно связанная с логикой и ее аппаратом. Если термин «формальная онтология» был введен Э. Гуссерлем в его «Логических исследованиях» лишь в период 1900-1901 гг., то история взаимоотношений онтологии и логики уходит вглубь веков, восходя еще к Аристотелю, бывшему не только основателем логики, но и основателем онтологии, которую он описывает в «Метафизике» и «Категориях». При этом логика для онтологии никогда не была «просто украшением, поверхностным научным глянцем, наводимым на слабые или путаные рассуждения», поскольку решение логических проблем зачастую непосредственно зависит от принимаемой онтологии и ее методов.

В сущности, формальная онтология представляет собой пример формальной философии, развиваемой логическими методами. С другой стороны, она также может рассматриваться как раздел современной логики, занимающейся системами «онтологики», поскольку полученные в рамках формальной онтологии системы имеют самостоятельное научное значение и требуют своего метатеоретического обоснования. Формальная онтология, будучи всего лишь одним из разделов онтологии, не призвана заменить собой всю онтологию, и не требует сведения онтологии к чисто формальной дисциплине.

В первой главе книги исследуется происхождение термина «формальная онтология» и приводится хронология исследований данного направления онтологии. Дается краткая характеристика современного состояния дел в этой области и описываются некоторые основные подходы, связанные с философскими позициями родоначальников формальной онтологии. Описываются онтологические типологии (классификации по онтическим положениям), использующие нелогические аспекты анализа.

Во второй главе проводится различение между дескриптивной, формализованной и формальной онтологиями, и исследуется проблема онтологических обязательств логических языков. Рассмотрены примеры формальных языков для формальной онтологии, используемых, в частности, в системах искусственного интеллекта.

Третья глава посвящена исследованию взаимоотношений формальной онтологии и логики. Приводится анализ проблемы последствий логического плюрализма, ведущего к онтологическому плюрализму, рассмотрена проблема глобальности и локальности систем формальных онтологий.

В четвертой главе рассматриваются системы формальной онтологии, начиная с классической системы онтологии Лесьневского. Приводятся системы онтологии, разработанные автором книги, основанные на не-фрегевской и комбинированной логиках.

Наконец, в последней, пятой главе, рассматривается понятие формальной метаонтологии и приводится открытый список проблем, характерный для современного этапа развития формальной онтологии.

ГЛАВА ПЕРВАЯ. ГЕНЕЗИС КОНЦЕПЦИИ, ТЕРМИНОЛОГИЯ И ТИПОЛОГИЯ

Происхождение термина «формальная онтология»

Мы обязаны идеей (**и термином**) ***формальной онтологии*** Эдмунду Гуссерлю, который в своих «Логических исследованиях» (1900/01) различает *формальную логику*, с одной стороны, и *формальную онтологию*, с другой. Формальная логика имеет дело с взаимосвязями истин (или пропозициональных значений в общем случае) – с отношением выводимости, с непротиворечивостью и общезначимостью. Формальная онтология имеет дело с взаимосвязями вещей, с объектами и свойствами, частями и целым, отношениями и совокупностями. Как формальная логика имеет дело с отношениями выводимости, которые формальны в том смысле, что они применимы к выводам в силу лишь одной своей формы, так и формальная онтология имеет дело со структурами и отношениями, которые формальны в том смысле, что они экземплифицированы, в принципе, всей материей, или, говоря другими словами, объектами всех материальных сфер или областей реальности.

Гуссерлевская формальная онтология основывается на мереологии, на теории зависимости и топологии. Его Третьи «Логические Исследования» озаглавлены «О теории целого и частей» и состоят из двух глав: «Разница между независимыми и зависимыми объектами» и «Мысли в отношении теории чистых форм целого и частей». В отличие от более известных «экстенсиональных» теорий частей и целого, таких, например, как системы Лесьневского, Леонарда и Гудмена, гуссерлевская теория не затрагивает того, что мы могли бы назвать вертикальными отношениями между частями и целым, когда первые охватывают, включают в себя вторые. Скорее гуссерлевская теория касается горизонтальных отношений между сосуществующими частями, отношения, которые придают единство или интегральность рассматриваемым целостностям. Проще говоря, некоторые части целого существуют просто рядом друг с другом, они могут быть разрушены или удалены из целого, не нанося ему никакого ущерба. Целое, все части которого связаны исключительно подобными отношениями рядоположенности, называется массой или агрегатом, или, выражаясь более технически, чисто совокупным целым. Во многих целостностях, можно даже сказать во всех целостностях, демонстрирующих любую разновидность единства, некоторые части находятся друг с другом в формальных отношениях, которые Гуссерль называет *необходимой* *зависимостью* (иногда, но не всегда, он говорит о необходимой *взаимозависимости*). Подобные части, например, отдельные случаи оттенков цвета, насыщенности и яркости, характерные для данного цвета, не могут с необходимостью существовать в целостности данного типа, без ассоциированности с их дополнительными частями. Имеется огромное разнообразие подобных побочных отношений зависимости, порождающих огромное многообразие типов целостности, которые неразличимы при стандартном подходе экстенсиональной мереологии.

Следует подчеркнуть, что Гуссерль в своих работах не использует **какой-либо формальный аппарат в современном понимании смысла этого слова**. Его исследования представляют собой скорее анализ с целью выяснения интуитивных оснований и понятий для разработки систем формальной онтологии. И в этой связи не удивительно, например, что первый раздел работы известного английского специалиста по формальной онтологии П. Саймонса «Три эссе по формальной онтологии» носит название «Формализация гуссерлевской теории части и целого»[2].

Хронология и персоналия исследований по формальной онтологии

Согласно Р. Поли, Н. Коккьярелла, И. Йохансону и Б. Смиту хронологический список формальных онтологов выглядит следующим образом:

Б. Больцано (1781-1848);
Ф. Брентано (1838-1917);
Ч.С. Пирс (1839-1914);
Г. Фреге (1848-1925);
А. Мейнонг (1853-1920);
Э. Гуссерль (1859-1938);
А.Н. Уайтхед (1861-1947);
К. Твардовский (1866-1938);
Б. Рассел (1872-1970);
Н. Гартман (1882-1950);
А. Райнах (1883-1917);
Т. Котарбиньский (1886-1981);
Ст. Лесьневский (1886-1939);
Л. Витгенштейн (1889-1951);
Р. Карнап (1891-1970);

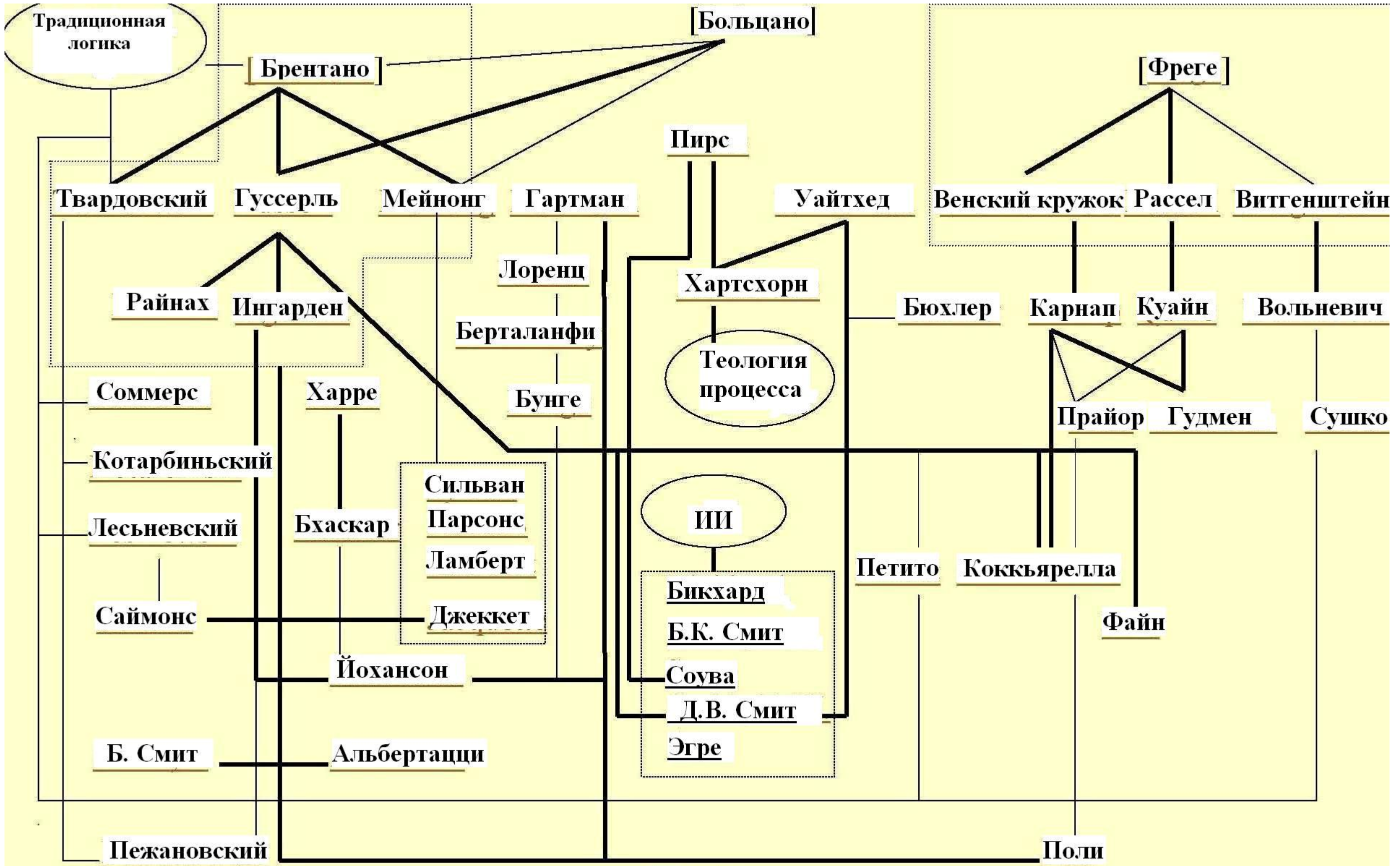
Р. Ингарден (1893-1970);
Ч. Хартсхорн (1897-2000);
Л. фон Берталанфи (1901-1972);
К. Лоренц (1903-1989);
Н. Гудмен (1906-1998);
У.О. Куайн (1908-2000);
А. Прайор (1914-1969);
Ю. Бюхлер (1914);
М. Бунге (1919);
Р. Сушко (1919-1979);
Ф. Соммерс (1923);
Р. Харре (1927);
Б. Вольневич (1927);
К. Ламберт (1928);
Н. Коккьярелла (1933);
Р. Сильван (Роутли) (1936-1996);
Т. Парсонс (1939);
Дж. Соува (1940);
Дж. Барвайс (1942-2000);
И. Йохансон (1943);
Е. Пежановский (1943);
Р. Бхаскар (1944);
Ж. Петито (1944);
Д.В. Смит (1944);
Дж. Энгельбретсен (1944);
М. Биркхард (1945);
К. Файн (1946);
П. Саймонс (1950);
Л. Альбертацци (1951);
Б. Смит (1952);
Э. Зальта (1952);
Б.К. Смит (1954);
Д. Джеккет (1955);
Р. Поли (1955);
Ф.Э.Эгре (1965).

На сайте http://www.formalontology.it, который ведет итальянский исследователь Рауль Кораццон (откуда был взят данный список формальных онтологов), содержится большое количество сведений об истории и современном состоянии формальной онтологии. Там же можно обнаружить и диаграмму содержательных связей между приведенными в списке исследователями, отражающую в какой-то степени структуру и круг проблем формальной онтологии во временной перспективе (по мнению все тех же Р. Поли, Н. Коккьяреллы, И. Йохансона и Б. Смита) (см. Рис. 1).

Если кратко охарактеризовать научный вклад и спектр интересов наиболее известных современных представителей формальной онтологии из приведенных в нашем списке, то начинать, конечно, надо с Гуссерля, но о нем уже шла речь выше. Автором, более других развившим аппарат категориального анализа онтологии, является Николай Гартман, Среди феноменологов – последователей Гуссерля – больше всех внимания уделил этой теме Роман Ингарден, особенно в его монументальном труде «Спор о существовании мира». Им самим были разработаны «локальные» онтологии (онтологии артистических феноменов, в частности, литературных произведений, онтологии ценностей). Точно также локальные онтологии были разработаны Гартманом (естественный мир, мир социальный, искусство, ценности) и Адольфом Райнахом (право).

Среди аналитических философов, начиная с Р. Карнапа, к тем, кого всегда интересовало соотношение формальной и неформальной онтологии можно отнести Гудмена, Прайора и Куайна. Более трудно однозначно классифицировать с этой точки зрения теории Бунге и Соммерса, примыкавших к ним. Йохансон является инициатором категориального подхода, вскрывшего влияние как брентанистской традиции (в частности, Гуссерля и Марти), так и марксистской, особенно в анализе социальных действий. Нино Коккьярелла, Кит Файн и Ежи Пежановский являются наиболее заметными представителями детального онтологического формального анализа. Коккьярелла много внимания уделил проблеме предикации и номинализации, систематически реконструировал так называемые теории универсалий (номинализм, концептуализм и реализм). Среди работ Файна заслуживают упоминания посвященные формальной реконструкции различных фундаментальных онтологических понятий (напр., понятия субстанции), часто основывающиеся на трудах Аристотеля. Пежановский разработал новый взгляд на онтологию в лейбницевских рамках. Характерной для его позиции является идея, что имеются формальные структуры, которые предшествуют различению пропозиционального и предикатного уровней и требуют частичной алгебраической кодификации.

Что касается Чарльза Пирса, Альфреда Уайтхеда и Чарльза Хартсхорна, то все они принадлежат к американской философской традиции, которую можно условно назвать «динамической онтологией».


Традиционная логика
[Больцано]
[Брентано]
[Фреге]
Пирс
Твардовский
Гуссерль
Мейнонг
Гартман
Уайтхед
Венский кружок
Рассел
Витгенштейн
Лоренц
Хартсхорн
Райнах
Ингарден
Берталанфи
Бюхлер
Карнап
Куайн
Вольневич
Теология процесса
Соммерс
Харре
Бунге
Прайор
Гудмен
Сушко
Котарбиньский
Сильван
Парсонс
Ламберт
Джеккет
ИИ
Лесьневский
Бхаскар
Бикхард
Б.К. Смит
Соува
Д.В. Смит
Эгре
Петито
Коккьярелла
Файн
Саймонс
Йохансон
Б. Смит
Альбертацци
Пежановский
Поли
Рис. 1.

Работы Джона Барвайса и Романа Сушко больше всего связаны с ситуационной семантикой и онтологией. Барри Смит и Питер Саймонс избрали промежуточный путь между аналитической и феноменологической традициями, посвятив много работ теории частей и разработку общей мереологии, которая, согласно Смиту, является фундаментальным инструментом онтологии. Исследования Жана Петито (ученика Р. Тома) были посвящены использованию алгебраической топологии в рамках феноменологии.

Наконец, итальянский онтолог Роберто Поли разрабатывал динамическую теорию субстанции, охватывающую различные взаимодействующие между собой подтеории, в частности теорию уровней реальности и теорию целостности.

Что касается отечественных исследователей, то, к сожалению, здесь можно упомянуть немногих. Так, например, формальная онтология является составной частью исследований в книге В.Л. Васюкова «Формальная феноменология»[3]. Трансцендентально-феноменологическая идея формальной онтологии подвергается аналитической реконструкции с использованием методов абстрактной теории моделей и теории речевых актов в монографии Е.Г. Драгалиной-Черной «Формальные онтологии: аналитическая реконструкция»[4]. Взаимоотношение реальности и логики становится предметом исследований в работе А.М. Анисова «Понятие реальности и логика»[5]. Наконец, следует упомянуть статью «Projectively Modal Ontology» В.И. Моисеева, в которой рассмотрен проект новой аксиоматической системы формальной онтологии, использующей ряд средств языка Онтологии Ст. Лесьневского[6].

Ф. Брентано: дескриптивная онтология

Гуссерлевская формальная онтология становится более понятной, если обратиться к идеям его учителя Ф. Брентано.

Брентано пропагандировал идею того, что он называл «дескриптивной психологией», дисциплины, которая должна, с одной стороны, дать точное знание структур и категорий ментальной жизни, а с другой стороны, обеспечить эпистемологически достоверные основания других разделов философии.

Эта брентановская дескриптивная психология является, в сущности, **дескриптивной онтологией сознания** – онтологией ментальных структур. Это влечет тезис о том, что подходящая для каждого рассматриваемого случая форма описания подразумевает нечто вроде таксономии различных видов конституэнт в данной области и различных форм отношений между этими конституэнтами. Возникает нечто вроде установки дескриптивного, или таксономического реализма. Следующий шаг, сделанный учениками и последователями Брентано, в частности Штумпфом, Марти, Твардовским, Мейнонгом, Эренфельсом и Гуссерлем, заключается в перенесении подобной установки в иные области философии. Тем самым мы оказываемся за пределами чистой ментальности и имеем дело уже с некоторым видом дескриптивной общей онтологии.

Внутреннее восприятие – согласно Брентано – является источником нашего знания природы бытия, так же как оно является источником знания природы истины и природы добра и зла. И что-то, что может быть сказано о бытии вещей, которые не воспринимаются во внутреннем восприятии, можно понимать только по аналогии с тем, что мы способны сказать о нас самих как мыслящих субъектах. Отсюда мы получаем также соответствующее трехчленное деление дескриптивной онтологии. Это (1) онтология вещей, (2) онтология состояний дел и (3) онтология оценок.

Онтология вещей возникает, если мы переходим от психологии представления к исследованию непсихологических коррелятов актов представления. Поэтому вещь теперь рассматривается как возможный коррелят представления, включающий простые и сложные смысловые данные. Поздний Брентано в своей онтологии вещей исследует коллективы, пространственные и временные континуумы. Тогда же он приходит и к реизму – доктрине, утверждающей, что существуют только лишь вещи, позднее поддержанному и развитому сначала Твардовским, а затем Т. Котарбиньским.

Онтология состояний дел возникает сходным образом в случае перехода от психологии суждения к исследованию онтологических коррелятов актов суждения. Последние, согласно брентановской экзистенциальной теории суждения, будут иметь следующую первичную форму: существование А и не существование А. (а) «А существует» означает, что А является таким, что каждый, кто судит о нем, очевидным образом должен принять его; (б) «А не существует» означает, что А является таким, что каждый, судящий о нем, очевидным образом должен отвергнуть его;

Наконец, *онтология оценок* возникает, когда мы переходим от психологии чувств, воли и предпочтения к исследованию онтологических коррелятов соответствующих актов. Еще в своей диссертации, относящейся к 1862 г., Брентано анализирует аристотелевское различение «быть в смысле категорий» и «быть в смысле быть истинным» таким образом, что это можно рассматривать как принадлежащее сфере общей онтологии. Однако без интерпретации взглядов других философов

Брентано крайне неохотно формулирует свои собственные онтологические тезисы. Как следствие, по-видимому, гораздо больший вклад в онтологию оценок сделали его ученики, которые использовали психологический анализ Брентано в качестве основы для своих исследований.

К.Твардовский: развивая Брентано

Что касается онтологии вещей, то здесь среди других учеников Брентано большой вклад был сделан К. Твардовским. Твардовский был, вероятно, первым из брентанистов, кто рассматривал общую теорию предметов, все еще называя ее метафизикой. Понятие предмета у Твардовского дается совершенно брентановским образом:

«Предмет можно описать приблизительно так: все, что представлено посредством представления, признано либо отброшено суждением, желаемо либо отвергаемо эмоциональной деятельностью, мы называем предметом. Предметы бывают реальными и нереальными, возможными и невозможными. Общим для них является то, что они могут быть или же являются объектом (не интенциональным) психического акта, что их языковым обозначением является называние (в вышеизложенном смысле) и что они, рассматриваемые как род ... находят свое языковое выражение в названии «нечто». Все, что в самом широком смысле есть «нечто», называется, сперва в отношении к представляющему субъекту, а потом также и независимо от него – предметом»[7].

Согласно Р. Поли[8], мы встречаем в теории Твардовского четыре разновидности предметов:

1. предмет вообще, который соответствует кантовскому трансцендентальному предмету;
2. онтологический (реальный) предмет;
3. интенциональный предмет (предмет представления);
4. общий предмет, который отвечает абстрактному сингулярному термину.

Особо важное место занимает здесь понятие общего предмета.

В работе «К учению о содержании и предмете представлений», относящейся к 1894, мы находим подробную теорию общего предмета. В качестве главного орудия Твардовский использует при этом понятие характерного признака (*Merkmal*)[9]. Попросту говоря, характерный признак есть метафизическая часть предмета, которая в случае общего предмета также выступает как часть некоторого предмета подчиненного представления, т. е. частью общего предмета, который находится в отношении эквивалентности с некоторой частью предметов других сингулярных представлений. Таким образом, общий предмет играет некоторым образом роль метафизической компоненты сингулярного подчиненного ему предмета.

Стоит отметить, что отсутствие непосредственного представления общего предмета влечет за собой его интерпретацию как вторичного индивида, квазиобъекта. Выражаясь более формально, он рассматривается как отвечающий абстрактному сингулярному термину. Следовательно, он в некотором смысле являются результатом абстракции.

Н. Коккьярелла: не-гуссерлевская концепция формальной онтологии

Однако существует и не-гуссерлевская традиция в формальной онтологии, не основывающаяся на мереологии. Следуя аналитической онтологии, формальная онтология определяется как теория бытия с точки зрения формальной логики, т.е. теория бытия в рамках и на языке элементарных формальных теорий. Главным сторонником данной позиции может считаться Нино Коккьярелла. Принимая, в частности, что каждая наука рассматривает свой специфический «способ существования», Коккьярелла утверждает, что формальная онтология изучает различные формализации, относящиеся к систематической классификации всех «способов» или категорий существования в самом общем виде. Обычно каждый «способ существования» подходит для некоторой специфической формальной онтологии и представляет некоторый тип переменных, для которых синтаксическое правило их применения отражает онтологическое правило для данного «способа» существования[10]. Тем самым формальная онтология изучает логические характеристики предикации, квантификации по переменным и различные теории универсалий.

Несмотря на отличие от гуссерлевской формальной онтологии, обе разновидности формальной онтологии по большинству вопросов занимают сходные позиции. Само по себе это следует из того факта, что и теория множеств и мереология, используемые для характеризации онтологических понятий, представляют собой конкурирующие системы в основаниях математики. Спектр вопросов и понятий, на которых они основываются, в значительной степени обусловлен интересами математики.

Во всяком случае, сегодня принято считать, что вторая из них больше занята систематикой категорий и страт, образующих формальную онтологию, в то время как первая систематически анализирует темы противопоставления вариантов формальной онтологии.

Лесьневский: логическая онтология

Особое место среди различных систем формальной онтологии занимает система Онтологии Лесьневского, удовлетворющая определению формальной онтологии в смысле Коккьяреллы, в то время как другая егос система – Мереология, надстраиваемая над Онтологией, в точности подпадает под определение Гуссерля. И, фактически, это разделение принимается как само собой разумеющееся во всех исследованиях, касающихся онтологических проблем.

Тонкость, которую следует учитывать в подобного рода рассмотрениях, заключается в том, что Онтология Лесьневского представляет собой как логическую систему, так и систему формальной онтологии. Уникальность ситуации здесь связана с онтологическим смыслом связки «есть», подразумеваемым Лесьневским. По сути дела, теоремы Онтологии Лесьневского — это некоторые онтологические положения, но в то же время это и чисто логические утверждения.

Стандартная семантика обычной логики предикатов задается с помощью понятия модели, представляющей собой некоторое множество с заданной на нем системой отношений и функций. Все что мы можем сказать непосредственно об элементах этого множества, исчерпывается отношением равенства, т.е. мы можем констатировать лишь совпадение некоторых элементов, и ничего больше. Все остальное определяется «внешним» образом, с помощью отношений и функций.

В семантике Онтологии Лесьневского, предложенной З. Стахняком[11], множество-носитель модели представляет собой булеву алгебру, отношение порядка которой интерпретирует связку «есть». Все отношения и функции должны быть согласованы с этой базисной булевой структурой. Отсюда предметная область семантики обладает как «внешней», так и некоторой «внутренней» структурой, не проясняемой с помощью отношений и функций. Именно ее и можно рассматривать как некоторую формальную онтологию, с одной стороны, предшествующую всякому последующему прояснению свойств объектов, определяемых отношениями, а с другой стороны, эта структура имеет чисто логическую природу, поскольку детерминирована совместной интерпретацией логических связок и связки «есть».

Таким образом, Онтологию Лесьневского можно рассматривать как некий вид систем формальной онтологии, в которой характеризация онтологических понятий предполагает не теоретико-множественные и не мереологические термины, но лишь термины исчисления имен (в терминологии Е. Слупецкого). Преимущество такой точки зрения сказывается при расширении диапазона понятий онтологических объектов и отношений между ними.

«Гибридный» характер системы Онтологии Лесьневского, являющейся одновременно и логической системой и системой формальной онтологии, заставляет уделить больше внимания сфере взаимоотношения логики и онтологии, удельному весу логических методов в построении систем формальной онтологии.

Онтологика и формальная онтология

Е. Пежановский в своей вводной статье, открывающей публикацию эссе по формальной онтологии в журнале «Логика и логическая философия», определяет онтологию в ее наиболее общей и традиционной форме как теорию того, что есть, теорию бытия. «Она рассматривает полный онтологический универсум, включая все предметы, являющиеся возможными. Два основных вопроса направляют логическое исследование: что возможно и почему? Или в более общем и глубоком виде: каким образом возможно возможное?» И далее: «Ввиду природы этих вопросов онтология является наиболее общей дискурсивной дисциплиной. Фактически, она представляет собой общую теорию возможности. С другой точки зрения, она может рассматриваться как общая теория отношений, общая теория вещей и свойств или теория ситуаций, событий и процессов»[12]

Таким образом, онтология состоит из трех частей: онтики, онтометодологии и онтологики. «Онтика посвящена выбору онтологических проблем и понятий, их дифференциации, классификации и анализу; конструированию концептуальной сети данной онтологической теории и формулировке разумных онтологических гипотез. Онтометодология занимается способами разработки онтологии и их принципами, наряду с методами и типами онтологических конструкций». Согласно Пежановскому, онтологика – это «логика царства онтики. Она касается организации онтологического универсума и пытается описать его механизмы. Онтологика является дисциплиной, исследующей онтологические связи, в частности, логические отношения между онтическими положениями».

Рецепт подобной онтологики выглядит следующим образом: берем достаточно интересную (и реальную) онтологическую проблему и пытаемся решить ее теоретически, используя некоторую теорию. С этой целью проводим концептуальный анализ (принадлежащий сфере онтики), определяем подходящие примитивные понятия и проясняем их до такой степени, чтобы быть в состоянии обнаружить разумные аксиомы, затем используем логическую дедукцию и проводим соответствующие семантические исследования. Если метод срабатывает, то мы получаем некоторые теоремы, способные пролить свет на поставленные проблемы.

Итак, резюмирует Пежановский, «онтологика — это просто онтология, полученная путем ответа на онтологические вопросы с использованием логических методов и процедур. Вкратце,… онтологика = онтология / логика».

При подобном определении онтологики возникает возможность не только логического исследования связей между онтическими положениями, но в более широком плане – формального исследования. В сущности уже даже первопорядковое исчисление с равенством получается путем добавления нелогического символа равенства и соответствующих аксиом, описывающих его поведение, к логическому исчислению13. То же самое относится и к теории множеств, к теории порядка и т.д. По-видимому, следует различать чистую онтологику и формальную онтологию, определяя последнюю как (перефразируя Пежановского) онтологию по модулю формальных систем.

Онтологические типологии

Диапазон формальной онтологии, на первый взгляд, более широк, чем у онтологики. Достаточно заметить, что согласно приведенным выше определениям онтологика является составной частью формальной онтологии, подобно тому как логической частью любой теории неизменно является классическая логика предикатов (если только не рассматривать неклассические формальные системы, для которых это ограничение не имеет места). Тем не менее, многие онтологические типологии (классификации по онтическим положениям) явно подразумевают нелогические аспекты анализа. Возьмем, например, типы онтологии, приводимые Р. Поли в его книге «Формальная онтология»[14]. Он определяет их следующим образом.

Онтология объектов и свойств. Основывается на номинальной предикации. Восходит от Аристотеля к Мейнонгу как наиболее радикальному ее представителю. Предполагает соответствие между лингвистической и онтической формами (наложение языковой решетки на мир). Лингвистические варианты в перспективе моделирования представлены в работах Карнапа и Робинсона.

Стратифицированная онтология. Описывает мир в категориях зависимости. Первичная внутренняя дифференциация определяется по вопросу принятия или опровержения различия между общей и локальной онтологиями. Случай опровержения различия очень близок к математике. Если зависимость между слоями (стратами) описывается с помощью отношений, то получаем семантику Тарского, если с помощью функций – то Фреге и Чёрча. В случае принятия различия между общей и локальной онтологиями мы имеем дело с правилами зависимости и независимости между различными областями онтологии. Здесь среди наиболее разработанных версий привлекают внимание теория систем, теория катастроф и термодинамика. С философской точки зрения подобной онтологией является феноменологическая онтология, представленная в трудах Гуссерля, Шелера, Ингардена и Гартмана.

Онтология событий. Основывается на вербальной и невербальной предикации (Иван говорит, Иван выходит). Ее предметами являются динамические сущности. Можно соотнести ее с современной физикой, в частности, с теорией относительности и квантовой механикой. Среди философов наиболее видные представители такого рода онтологии – Уайтхед и Гегель.

Комбинаторная онтология. Описывает универсум как композицию элементов и комбинацию элементов. Если комбинация является следствием внешних факторов и все элементы комбинируемы, то получаем комбинаторную логику Шейнфинкеля, Чёрча и Карри. Если же комбинации детерминируются внутренними факторами, то получаем онтологию, близкую к стратифицированной онтологии. С точки зрения мышления она является плюралистической онтологией. С лингвистической – категориальной онтологией в смысле семантических категорий (иначе интерпретируется как функциональная онтология). Онтология комбинаторного типа была чужда классическому греческому и средневековому европейскому мышлению, но близка арабо-индийской традиции диалектической теологии Калама и мутаззилитов. В Европе классический представитель комбинаторной онтологии – Лейбниц.

Трансформационная онтология. Монистична. Существуют внутренние и внешние трансформации. Плюралистичность достигается только как совокупность состояний или модификаций. Это онтология

Спинозы. Подобна геометрической интерпретации релятивистской физики. Не имеет специальных лингвистических коррелятов.

Онтология ментальных конструкций. Описывает ментальную активность непосредственного созерцания, не рассматривает «факты» внешнего мира. Вероятно, наиболее значительным ее представителем является математический интуиционизм Брауэра. Наиболее радикальные ее формы не допускают достоверных лингвистических выражений.

Это, несомненно, пример далеко не исчерпывающей типологии, поскольку сам Р. Поли далее говорит о том, что возможны и другие типологии на основе иных принципов. Например, мы получаем следующий список оппозиций:

Статическая онтология — динамическая онтология.

Однородная онтология — стратифицированная онтология.

Модальная онтология — немодальная онтология.

Дескриптивная онтология — конструктивная онтология.

Лингвистическая онтология — экстралингвистическая онтология.

Ясно, что учет всех особенностей и принципов, положенных в основу онтологических типологий, требует рассмотрения, выходящего за рамки чистой онтологики, что и приводит к необходимости формально-онтологического анализа.

ГЛАВА ВТОРАЯ. ФОРМАЛЬНАЯ ОНТОЛОГИЯ И ФОРМАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ

Дескриптивная, формальная и формализованная онтология

Если задаться вопросом, что же имеется в окружающем нас мире, из чего он образован, то можно сказать, что в нем существуют предметы, вещи, растения и животные, так же как и продукты деятельности животных и людей. В то же время, анализируя любой тривиальный список такого рода, нетрудно прийти к выводу, что мир, по сути дела, состоит не только из каких-либо вещей, одушевленных и неодушевленных, но также из деятельности и процессов, обнаруживаемых по их результатам. Наряду с этим трудно отрицать, что мир включает в себя мысли, ощущения и решения – полный спектр ментальной активности .

Таким образом, первым шагом составления любого подобного списка объектов будет, по-видимому, констатация того факта, что существуют *независимые* объекты, которые могут быть *реальными* (горы, цветы, животные и дома), или *идеальными* (множества, высказывания, ценности), и *зависимые* объекты, которые могут быть *реальными* (цвета, рукопожатия, танцы и прыжки), или *идеальными* (формальные свойства и отношения). Все они в той, или иной степени являются объектами окружающего нас мира. Некоторые из них существуют сейчас, другие существовали много лет тому назад, и, возможно, будут существовать в обозримом или отдаленном будушем.

Онтология как теория подобного рода списков (перечней) объектов обычно является трехуровневой теорией, ввиду чего она может быть *дескриптивной, формальной или формализованной*[15]. Каждая из этих онтологий может представать в двух обличьях: в виде зависящей от конкретной предметной области онтологии или в виде предметно независимой онтологии. Зависящие от предметной области онтологии имеют дело с категориально замкнутыми регионами бытия; с другой стороны, независящие от конкретной предметной области онтологии и могут быть собственно названы общими онтологиями (в другой терминологии можно говорить о локальных и глобальных онтологиях).

Онтологии, несомненно, должны иметь непротиворечивое методологическое основание. Адекватными можно назвать лишь те из них, которые удовлетворяют следующим требованиям: то, что предицируется, должно быть истинным для класса объектов, которым оно предицируется.

Польский философ Леон Петражицкий еще в 1905 г. высказался по этому вопросу следующим образом: «Многие безошибочные теории… являются все же неадекватными… Теория может быть неадекватной либо (1) ввиду того, что предикаты относятся к классам, которые слишком узки … либо (2) ввиду того, то предикаты относятся к классам, которые слишком широки (как различные социологические теории, приписывающие "все" влиянию одного фактора, который фактически играет гораздо более скромную роль)»[16]. По сути дела, условия Петражицкого можно переформулировать для онтологии как требование того, чтобы онтологии были (а) универсальными (глобальными), и (б) замкнутыми.

Дескриптивная онтология имеет дело с совокупностями объектов, основываясь на поверхностной наглядной информации, занимаясь описаниями данных совокупностей либо в некоторой специальной области анализа, либо в общей, глобальной перспективе.

Формальная онтология дистиллирует, фильтрует, кодирует и организует результаты дескриптивной онтологии (либо в локальном, либо в глобальном плане). Соглано данной интерпретации, формальная онтология формальна в смысле Гуссерля (его «Логических исследований»). Поэтому быть «формальной» в подобном смысле означает иметь дело с такими категориями, как *вещь, процесс, материя, целое, часть, число*. Эти чистые категории характеризуют аспекты или типы реальности, и все еще не имеют ничего общего с использованием любого специфического формализма. Формальное кодирование в строгом смысле этого слова применяется на третьем уровне построения теории – на уровне **формализованной онтологии**. Задачей здесь является нахождение подходящих формальных кодификаций для конструктов, полученных дескриптивно и очищенных от несущественных наслоений. Уровень формализованных конструкций также предполагает оценку адекватности (выразительной, вычислительной, когнитивной) различных формализмов и решение проблемы их взаимной переводимости.

Словесное сходство между терминами «формальная» и «формализованная» обманчиво. Одним из способов его устранения является употребление слова «категорная» вместо «формальной».

Большинство из современных теорий постулирует существование двух уровней построения, но эти теории часто отождествляют уровень формальной категоризации либо с дескриптивным уровнем, либо с уровнем формализованного анализа. Как следствие, часто отрицается также и специфическая релевантность категориального анализа.

Три уровня онтологии отличаются друг от друга, но они нераздельны. Во многих отношениях они влияют друг на друга. Дескриптивные особенности и положения могут сказаться на формальных категориях;

формализованные построения также могут привести к подобным последствиям и т.д. Выявление различия и связей между различными онтологическими аспектами часто является весьма тонкой задачей.

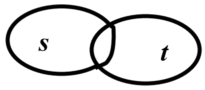
Онтологические обязательства логических языков

Возникающий здесь вопрос связан с взаимоотношениями структуры используемого формального языка и его онтологических допущений. Формализованная онтология обязательно предполагает выбор формализма, что, в конечном счете, сводится к выбору определенного формального языка. Известно, что структура языка и мышления связана с допущениями о познаваемом. Это справедливо не только для естественных языков, но также и для искусственных, в частности, для языков логики, несмотря на то, что они более просты, что их структура более прозрачна, и, принимая их, мы заведомо абстрагируемся от ряда моментов. Как пишет В.А. Смирнов, еще Кант «... показал, что онтология как самостоятельная наука о бытии невозможна. Философия не может делать обоснованные утверждения о внешнем мире самом по себе. Означает ли это, что вся философия сводится к теории познания и логике, что все онтологические проблемы философии являются псевдопроблемами. На этот вопрос мы отвечаем отрицательно. Онтологические проблемы, несомненно, являются правомерными. Однако решаются они не в рамках натурфилософии и не методами, подобными естественнонаучным, а путем анализа познавательных процедур и категориальной структуры мышления»[17]. И далее: «Мы исходим из допущения, что принимаемый язык, используемые познавательные процедуры не безразличны к познаваемому; принятие того или иного языка, той или иной логики вынуждает нас сделать определенные допущения о познаваемых объектах. Одна из задач философии и состоит в том, чтобы установить связь между принимаемыми средствами выражения и рассуждения, с одной стороны, и допущениями об объектах рассуждения — с другой. И не только описать, но и четко сформулировать и обосновать. Конструирование искусственных языков и выяснение содержащихся в них онтологических допущений является хорошим средством изучения проблем онтологии»[18].

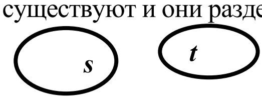
Формальные языки формальной онтологии

Подобным конструированием формальных языков, требуемых для нужд формальной онтологии, занимаются Б. Смит и К.Маллиган, стремясь при этом избежать «логизации», т.е. стремясь строить языки на совершенно иных основаниях, в отличие от того, как это делается в логике, соблюдая тем самым различие между формальной логикой и формальной онтологией, о котором говорил Гуссерль. Так, в работе «Структура формальной онтологии»[19] они разрабатывают **онтологический язык типа диаграмм Венна**, который можно представить следующим образом.

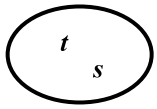
(1) Два объекта ***s*** и ***t*** существуют и они материально перекрываются:



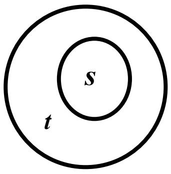
(2) Два объекта ***s*** и ***t*** существуют и они раздельны:



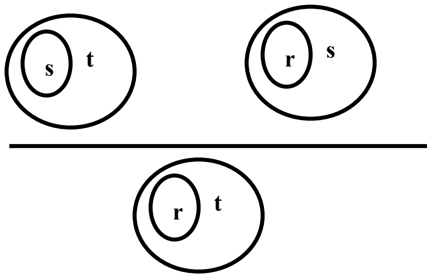
(3) Две целостности тождественны:



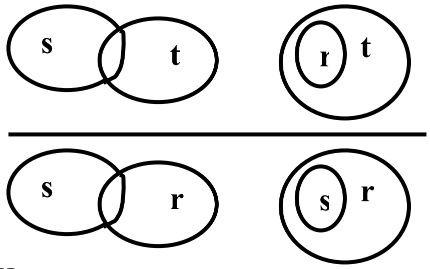
(4) Целостность ***s*** является собственной частью второй целостности t:



(5) Онтологический силлогизм



(6) Онтологический силлогизм



Нетрудно заметить, что все приведенные диаграммы и правила вывода можно описать с помощью конъюнкции предложений, выражающих булевы отношения между конституирующими терминами, взятыми попарно. Исчерпывающий список подобных отношений выглядит следующим образом:

$tR_1s := t \cap s \neq \varnothing \wedge t \cap \overline{s} \neq \varnothing \wedge \overline{t} \cap s \neq \varnothing$

$tR_2s := t \cap s = \varnothing \wedge t \cap \overline{s} \neq \varnothing \wedge \overline{t} \cap s \neq \varnothing$

$tR_3s := t \cap s = \varnothing \wedge t \cap \overline{s} = \varnothing \wedge \overline{t} \cap s = \varnothing$

$tR_4s := t \cap s \neq \varnothing \wedge t \cap \overline{s} \neq \varnothing \wedge \overline{t} \cap s = \varnothing$

$tR_5s := t \cap s = \varnothing \wedge t \cap \overline{s} = \varnothing \wedge \overline{t} \cap s \neq \varnothing$

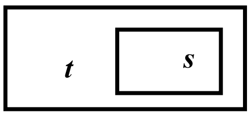
Здесь tR_1s, tR_2s, tR_3s, tR_4s соответствуют диаграммам (1), (2), (3), (4), а tR_5s соответствует обращению диаграммы (4).

Чтобы избавиться от этих «логических» параллелей и сделать язык более пригодным для чисто онтологических описаний, во второй части своей работы Смит и Маллиган предлагают еще одну версию языка для формальной онтологии, так называемый *онтологический язык зависимостей*, основные свойства которого можно представить следующим образом.

Онтологический язык зависимостей

Главной особенностью этого языка является введение термина «Момент» для обозначения абстрактно выделимых, но материально неотделимыхе частей материальной вещи (от немецкого *das Moment*, обычно переводимого как «элемент», или «фактор», и контрастирующего с *der Moment*, обозначающего момент или мгновение времени).

(7)



Интегральное целое ***s*** является частью интегрального целого ***t***.

(8) *Односторонняя зависимость:*

Специфический синяк, синева или баронский титул основывается или зависит от его носителя, Альфредо.

(9) ***b***

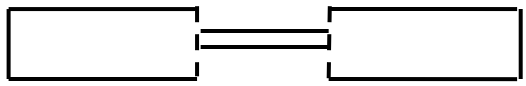
Мереологическая разделенность.

(10) ***j*** ***c***

Суждение ***j*** (специфический ментальный акт суждения, осуществленного Альфредо в некоторый момент) основывается на определенной компетенции (включающей знание языка, в котором ***j*** формализовано), которая в свою очередь основывается на Альфредо.

(11) *Взаимная зависимость*

h ***e***

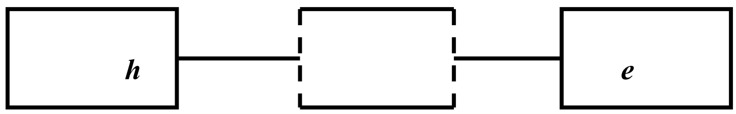


Муж Ганс и жена Эрна взаимно основываются друг на друге.

Взаимная зависимость северного и южного полюсов магнита.

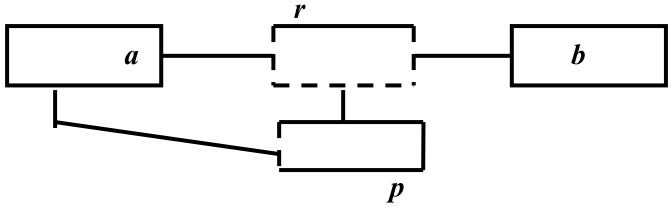
(12) *Реляционная зависимость*

s



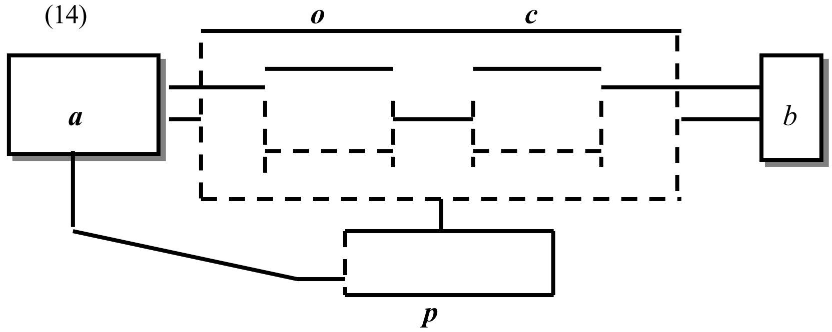
Фехтование на мечах между Гансом и Эрной

(13) ***r***



Альфредо и Бернадетто связаны материальным отношением ***r***, которое существует в силу обещания ***p***, чье содержание все еще не реализовано.

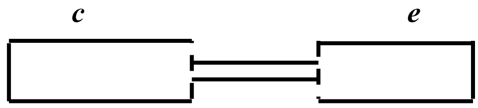
(14)



Материальное отношение состоит, в сущности, из требования (***c***) Бернадетто к Альфредо, взаимно основанное на обязательстве (***o***) со стороны Альфредо по отношению к Бернадетто.

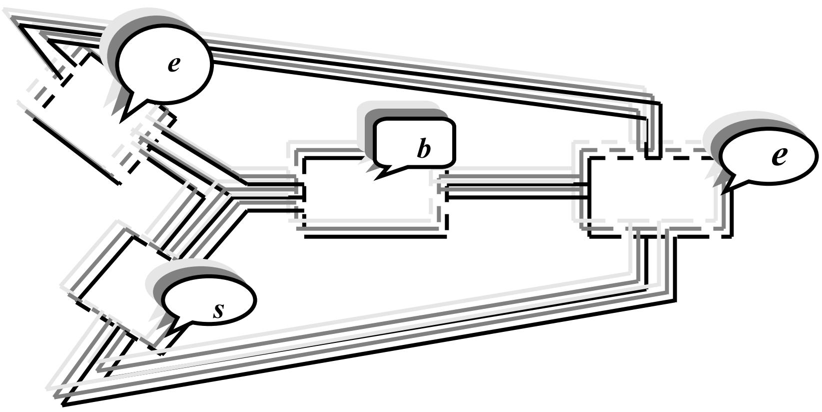
Моменты протяженности

(15)



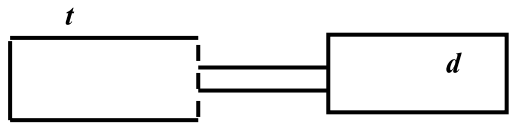
Момент цвета не может существовать иначе как цвет некоторого момента визуального диапазона, который в свою очередь не может существовать иначе как носитель некоторого цвета.

(16)



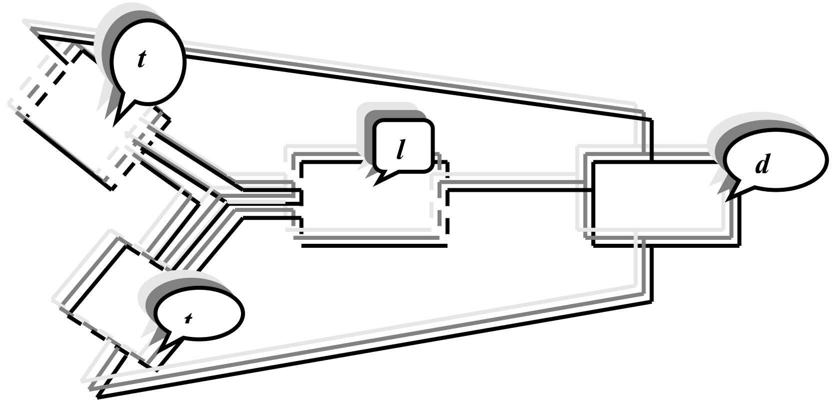
Каждый момент цвета выражает конститутивный момент оттенка, яркости и насыщенности. Оттенок цвета не может по своей природе существовать иначе как ограниченный некоторой яркостью и насыщенностью; яркость и насыщенность не могут существовать иначе как ограниченные некоторым оттенком.

(17)



Момент тона зависит от некоторого момента темпорального диапазона (каждый актуально существующий тон имеет некоторую длительность).

(18)



Тон также проявляет конститутивные моменты (высота, тембр и громкость), взаимно зависящие друг от друга.

Формальные онтологии и языки для искусственного интеллекта

Очевидным образом нет никакой необходимости использовать лишь графические языки типа диаграмм Венна для разработки более гибких языков, пригодных для целей формальной онтологии. Одним из принципиально иныъх подходов заключается в разработке или расширении языков программирования с помощью чисто онтологических понятий. Потребность в подобных языках давно уже начала ощущаться разработчиками систем искусственного интеллекта. Приведем краткое описание некоторых из существующих языков формальной онтологии в рамках систем искусственного интеллекта.

GOL

Достаточно сложный язык был представлен Б. Смитом, Б. Хеллер, Х. Херре и В. Дегеном в проекте GOL (*General Ontological Language* – Общий онтологический язык) в 2001 г.[20] Этот язык по замыслу разработчиков призван был служить целям медицинской диагностики.

Каждая база данных компьютера, отражающая некоторую часть предметной области, обязана, по их мнению, использовать специальную онтологию верхнего уровня, которая описывает наиболее общие, независимые от особенностей работы компьютера, категории реальности. Предлагаемая Смитом и другими авторами онтология верхнего уровня служила основанием для базы знаний моделирующего языка GOL (предназначенного для нужд медицинской диагностики). В отличие от других проектов подобного рода онтология GOL не является теоретико-множественной. Недостатком использования такого мощного средства как теория множеств, является то, что множества чересчур абстрактны, они существуют вне времени, пространства и причинности. Это заставляет дополнять теоретико-множественный аппарат различными средствами, удобными для компьютерных исследований.

В данном проекте исходные сущности реального мира разбиваются на множества и урэлементы, а затем вводится несколько новых онтологических отношений между этими урэлементами. Урэлементы разделяются на индивиды и универсалии, и таким образом всего возникает три базисные категории: индивид, универсалии и множества. Индивиды, в свою очередь, разделяются на *моменты, субстанции, хроноиды, топоиды и ситуоиды*. Предикаты $Mom(x)$, $Subst(x)$, $Chron(x)$, $Top(x)$, $Sit(x)$ определяются очевидным образом.

Субстанции представляет собой то, что может существовать само по себе, или не нуждается в другой сущности для своего существования. Примеры субстанции: я и вы, луна, теннисный мяч. Моменты, по контрасту, представляют собой сущности, которые могут существовать в других сущностях (например, как электрический заряд в проводнике). Моменты включают в себя действия и страдания, рукопожатие, мысль и т.д. Некоторые моменты являются одноместными *качествами*, например, цвета или температуры. Но существуют также относительные моменты, например, поцелуи или беседы.

Ситуоиды интуитивно означают часть мира, которая может пониматься как когерентное целое и не нуждается в других сущностях для своего существования. Например: поцелуй Джоном Мэри в некотором окружении. Этот ситуоид содержит субстанции «Джон» и «Мэри» и относительный момент «поцелуй», который связывает их. Сами по себе эти сущности в изоляции не образуют ситуоид, мы должны добавить некоторое окружение, чтобы получить некоторое целое.

Специальным типом ситуоидов являются ситуации. Это ситуоиды во времени, так что они представляются собой моментальный снимок некоторого фрагмента мира.

Хроноиды и топоиды являются примером универсалий *Время* и *Пространство*. Хроноиды можно понимать как темпоральные длительности, а топоиды как пространственные регионы, имеющие некоторую мереотопологическую структуру. Согласно одно из версий данной теории хроноиды и топоиды не имеют независимого существования, в каждый момент своего существования они зависят от ситуации, в рамках которой они оформлены.

Отношения являются сущностями, которые склеивают вместе вещи реального мира. Каждое отношение имеет определенное количество аргументов, которые служат для связывания. Допускаются отношения с неопределенным количеством аргументов. Отношения делятся на классы, называемые *материальными* и *формальными* соответственно. Важное формальное отношение называется поддерживающим отношением. Тот факт, что отношение поддерживается непосредственно достаточен для предотвращения регресса: поддерживание поддерживается непосредственно. Среди других отношений можно выделить базисные отношения: неотделимость, тернарное отношения бытия чьей-то частью, конкретизация, обрамление, отношение содержания, ассоциации и т.д.

Наряду с этим водятся также процессы. представляющие собой переход от одной конфигурации к другой внутри некоторого ситуоида. Проблему составляет введение отношений эквивалентности между ситуоидами.

KIF

Другим известным проектом является KIF (Knowledge Interchange Format – Формат обмена знаниями), представляющим собой формальный язык для обмена знаниями между компьютерными программами, написанными разными программистами в разное время и на различных языках. Онтология этого проекта[21] принимает в качестве самой широкой категории категорию *объекта*. Это понятие достаточно широко: объекты могут быть конкретными (напр., кусок скалы, Ницше, молекула) или абстрактными (понятие справедливости, число два), объекты могут быть простыми или сложными, и даже фиктивными (напр., единорог). Принимается деление на индивиды и множества. Множество представляет собой совокупность объектов, индивидом является объект, не являющийся множеством. Функции и отношения вводятся как множества конечных списков. Онтологический базис KIF слабее базиса GOL. KIF можно понимать как теоретико-множественную часть GOL.

Высокоуровневая онтология Рассела и Норвига

Наиболее общими категориями здесь являются категории *абстрактных объектов* и *событий*[22]. Абстрактные объекты разделяются на множества, числа и репрезентирующие объекты.

События можно классифицировать как *интервалы, места, физические объекты* и *процессы*. К сожалению, нет четкого различия между множествами, универсалиями и индивидами. Нет также категории формальных отношений. Класс универсалий (называемых здесь «категориями») является подклассом класса множеств. *Событием* в онтологии Рассела-Норвига является то, что они называют «куском» частного универсума темпоральным и пространственным измерением. Интервал – это событие, включающее в себя как подсобытия все события, произошедшие в данный период времени. Подобные интервалы можно, в некотором смысле, понимать как ситуоиды. Но разница в том, что GOL-ситуоиды являются частью реального мира, которые рассматривается как некоторые целостности.

Высокоуровневая онтология Соувы

В онтологии Дж. Соувы также нет четкого разделения между множествами, универсалиями и индивидами[23]. Его интересует главным образом различие между классами и единичными сущностями. Учитывая, что эти понятии интерпретированы в KIF, их можно понимать как соответствующие тому, что в GOL названы множествами и урэлементами. Имеются следующие двуместные примитивные отношения: иметь, быть примером чего-л., быть подклассом чего-л., быть темпоральной частью чего-л., быть пространственной частью чего-л. Отношение «быть примером» интерпретируется отношением принадлежности, а онтологический статус отношения «иметь» совершенно неясен. Онтология Соувы использует два эпистемических оператора nec и poss, которых нет в KIF. Однако, к сожалению, вновь неясен онтологический характер этих операторов.

LADSEB

В работе Гварино[24], а также в работе Гангеми и ряда авторов[25], описываются некоторые принципы высокоуровневой онтологии проекта LADSEB. Формальные отношения в рамках LADSEB рассматриваются как отношения, которые могут возникать между сущностями во всех материальных сферах. Примеры формальных отношений, рассматриваемых в работе Гангеми[26] включают в себя конкретизацию, принадлежность, частичность, связь, местоположение и расширение, а также зависимость. Формальные свойства включают конкретность, абстрактность, экстенсиональность, единство, множественность, зависимость и независимость. Конкретность, принадлежность и частичность являются базисными отношениями в смысле GOL.

SUO

SUO представляет собой проект, спонсируемый IEEE с целью дальнейшей разработки «Стандартной высокоуровневой онтологии», основанной на KIF[27]. Этот проект разрабатывается для обеспечения определениями от 1000 до 2000 терминов общего назначения таким образом, чтобы создать общую структуру для онтологии низкоуровневой области достаточно большого размера и более специфического диапазона. В сущности SUO представляет собой консервативное расширение высокоуровневой онтологий Дж. Соувы и Рассела-Норвига, получаемого путем добавления большого количества новых понятий.

* * *

Развитие высокоуровневых онтологий, хорошо обоснованных и аксиоматизированных, является несомненно важным шагом на пути к обоснованию формальной онтологии в информационных системах. Каждая уровнево-специализированная онтология в качестве своих рамок должна иметь некоторую онтологию высшего уровня, которая описывала бы наиболее общие категории реальности, не зависящие от уровня рассмотрения.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ. ФОРМАЛЬНАЯ ОНТОЛОГИЯ И ЛОГИКА

Краткая история взаимоотношений логики и онтологии

Логика, как подметил Й. Бохеньский, первоначально развилась из диалектики, правил дискуссии и рассуждений, и, в частности, из правил успешной аргументации[28].Аристотель, один из основателей логики в западной философии, описал эти правила в своей «Топике», где логика представлена именно таким образом. В античной философии был общепринят взгляд на логику как на искусство аргументации. В частности, его разделяли стоики, развивавшие пропозициональную логику, но рассматривавшее ее как совокупность правил аргументации[29].

Что касается Аристотеля, то он был не только основателем логики, но и онтологии, которую он описывает в «Метафизике» и «Категориях» как учение об общих свойствах всех сущностей и категориальных аспектах, в которых они могут быть анализированы. Принципиальным методом онтологии всегда была та или иная форма категориального анализа, в зависимости от того, была ли объектом анализа реальность, как в случае Аристотеля, или структура мышления и разум, как, например, в кантовской «Критике чистого разума». Поэтому с этой точки зрения предметы логики и онтологии были совершенно разными, и многие из античных философских школ, такие, например, как стоики, не видели ничего общего между ними. Логика была всего лишь системой правил успешной аргументации, а онтология как категориальный анализ и общая теория того, что существует (в физической вселенной), была системой категорий и законов бытия.

Логики-схоласты четко различали логику и онтологию, считая предметом онтологии «первые интенции» (понятия, абстрагированные непосредственно из физической реальности), а предметом логики «вторичные интенции» (понятия, полученные путем абстракции из «материального» содержания первых идей), наряду с такими категорными понятиями как «индивид», «высказывание», «универсальный», «род», «вид», свойство» и т.д., и так называемыми синкатегорематическими понятиями, такими, как «отрицание». Согласно Фоме Аквинскому, вторичные идеи имели основание в реальных сущностях, но «существовали» только в знании, т.е. они не существовали в реальном мире, но нуждались в разуме для своего существования – что не означало, что их можно рассматривать как чисто субъективные ментальные сущности[30].

Считается, что Аристотель оставил нам в наследство не одну, но две разных логики: раннюю диалектическую *logoi* «Топики» и формальную силлогистическую логику «Первой Аналитики», более позднюю, которая, по мнению Бохеньского, рассматривает логику таким же образом как современная символическая логика, т.е. как «отделившуюся от диалектики», а не «исскуство мышления». Согласно Бохеньскому, новая символическая логика является «теорией общих объектов» (по удачному выражению, «физикой предмета вообще»), так что «у логики, как ее сейчас понимают, предмет тот же, что и у онтология»[31].

При таком подходе можно говорить, что онтология, с современной, достаточно распространенной точки зрения, является разновидностью «пролегомена» к логике. Если онтологию рассматривать как интуитивное, неформальное исследование категориальных аспектов сущностей вообще, то логика занимается систематической формальной, аксиоматической разработкой предварительно обработанного онтологией материала. Помимо этого различия в методе (онтология неформальна и интуитивна, логика формальна и систематична), существует еще и другое различие, выражающееся в том, что обычно сейчас онтология представляет собой наиболее абстрактную теорию реальных объектов, в то время как логика в наше время есть общая онтология и реальных и идеальных объектов, т.е. как абстрактных, так и конкретных[32].

По мнению некоторых исследователей, примером подобной общей онтологии является теория типов, которая весьма похожа на старые томистские воззрения на бытие. Она, в частности, утверждает, что класса всех объектов не существует вообще, а это то же самое, что и утверждение, что бытие не является родом. Более того, первые два типа удивительно подобны двум аристотелевским категориям: субстанции и акциденции. Вдобавок, чтобы преодолеть трудности, возникающие в теории типов, Рассел был вынужден ввести «систематические неоднозначности», что представляет собой достовный перевод средневекового «*aequivocatio a concilia*». К счастью, сегодня теория типов не является доминирующей парадигмой.

Эту роль сегодня выполняет скорее теория множеств. Согласно этому взгляду логика может получать различные интерпретации в различных областях произвольной мощности, но и все области и все интерпретации являются частями теории множеств. Таким образом, только для различных теоретико-множественных областей и интерпретаций онтология может быть «теорией общих объектов», и только как часть теории множеств она может быть пролегоменом к логике. Отсюда теория множеств содержит и общую онтологию, а согласно сторонникам подобной точки зрения любой философский анализ (и касающийся не только онтологии) может проводиться лишь в рамках различных расширений теории множеств, т.е. в теории множеств с возможными добавлениями конкретных объектов (урэлементов) и эмпирических предикатов[33].

Логика как язык и логика как исчисление: последствия для онтологии

Идея о том, что логика обладает содержанием, в частности онтологическим содержанием, сегодня находит свое выражение во взгляде на логику как на универсальный язык. Этой точке зрения часто отказывали в праве на существование в пользу взгляда на логику как на разновидность игры, как на абстрактное исчисление, утверждения которого не имеют собственного содержания, и которое зависит от теории множеств как своего основания – лишь с помощью теории множеств подобное исчисление может быть синтаксически описано и семантически интерпретировано.

Формальная система или исчисление, в котором логические константы отличаются от нелогических, и в котором логические аксиомы и правила отличаются от нелогических аксиом и правил, отнюдь не свободно от содержания, другими словами, оно не просто формальная система, но скорее, как говорит Н. Коккьярелла[34], система *логистическая*, в которой логика является языком со своим собственным содержанием. Логистическая система является некой общей системой взглядов, представляющей и организовывающей наше обыденное и научное понимание мира посредством введения дескриптивных констант и нелогических аксиом. Логические формы логистической системы представляют собой синтаксические структуры, привязанные к своей семантике. Сопоставляя подобные логические формы предложениям естественного языка или научной теории, мы оказываемся способными четко и ясно представить условия истины этих предложений, и тем самым поместить их онтологически в наши общие концептуальные рамки.

В этом отношении достаточно богатая формальная логика представляет собой базис *lingua philosophica* (философского языка), позволяющего осуществить концептуальный и онтологический анализ, и каркас общей онтологии. Сама идея *lingua philosophica* восходит еще к Декарту, и даже к спекулятивным грамматикам 12-го столетия, которые верили, что существует единая грамматика, лежащая в основании всех естественных языков, и которая «в отдельных языках предстает в случайных модификациях, и эту грамматику философы могут открыть посредством анализа онтологического положения дел»[35].

Однако спекулятивные грамматики сами не разрабатывали формальую логику в качестве основания подобной грамматики, а верили, что ее структура предопределена существующими в мире вещами, и что философ должен открывать эту структуру лишь посредством рассмотрения онтологической природы вещей. Что же до Декарта, то он тоже верил, что в основании всех языков лежит *lingua philosophica*, но он передает форму рассуждения, а не природу существующих вещей. Подобный философский язык должен содержать *mathesis universalis* (универсальная математика), но его конструированию должен предшествовать анализ всего содержимого в простых идеях сознания, являющихся его первичными конституэнтами.

Вышедший не так давно второй том работ известного финского логика Я. Хинтикки последних лет озаглавлен «*Lingua Universalis vs. Calculus Ratiocinator*: фундаментальные предпосылки философии двадцатого века». Поясняя это название, Хинтикка ссылается на Р. Коллингвуда, который считал главными задачами философов и историков науки выявление корпуса фундаментальных глубинных положений, которых придерживались отдельные мыслители, различные философские направления, и на которых основывались целые эпохи интеллектуальной истории. Обычно эти положения явно не формулировались, и для их выяснения приходится прибегать к глубокой мыслительной рефлексии.

По мнению Хинтикки, подобным глубинным фундаментальным положением является восходящая к Лейбницу оппозиция «мышления как универсального языка» и «мышления как символического вычисления». Выдвинутый Лейбницем проект заключался, с одной стороны, в разработке универсального языка (*lingua universalis*) человеческого мышления, чья символическая структура непосредственно отражала бы структуру наших мыслей, а с другой стороны, Лейбниц предложил создать исчисление (*calculus ratiocinator*), которое можно было бы рассматривать как метод символического вычисления, отражающий процессы и механизмы человеческого рассуждения.

Лейбниц верил в существование универсального языка, лежащего в основании всех естественных языков, и в то, что этот язык передает форму человеческого рассуждения. Он называл основу подобного философского языка *characteristica universalis* (универсальной символикой) и считал, что она преследует три цели. Во-первых, она должна служить интернациональным вспомогательным языком для общения людей разных стран и культур. Во-вторых, она должна быть основой для *ars combinatorial* (искусства комбинирования), идеографии, или системы символизации, с помощью которой можно анализировать все существующие и возможные понятия, возникающие в науке. Подобное *ars combinatorial* должно было включать как теорию логических форм, т.е. теорию всех возможных форм, которые могут приобретать осмысленные выражения, и теорию определяющих форм (теорию операций, когда новые понятия конструируются на основе данных понятий). Наконец, в третьих, *characteristica universalis* должна содержать *calculus ratiocinator*, полную систему дедукции, которая могла бы характеризовать формы осмысленных рассуждений, и которая могла бы быть использована для получения логических следствий уже известных утверждений. Кроме того, по замыслу Лейбница, такое исчисление могло бы быть использовано в качестве инструмента для создания единой энциклопедией науки. В этом случае оно должно было сводиться к *characteristica realis* (символике реальности), предметно-изобразительной системе, позволяющей нам заглянуть во внутреннюю природу вещей. Отсюда универсальная символизация должны бы была не только включать общую онтологию, но и более специальные онтологии для каждой области науки.

Когда лейбницевский проект начал реализовываться в XIX столетии, то его две компоненты легли в основу двух различных исследовательских традиций. «Алгебраическая» школа в лице Буля, Пирса и Шрёдера занималась разработкой математической техники, с помощью которой можно было бы имитировать различные виды человеческих рассуждений. Противоположный подход Г. Фреге был встречен весьма прохладно. Против него высказались Э. Гуссерль (как позднее и А. Тарский он считал, что универсальный язык не может быть полностью формальным) и Ф. Жордан, считавший фрегевский формализм лишь моментальной фотографией процессов мышления.

Фрегевская версия исчисления понятий, по сути дела, утверждала парадигму логики как включающей общую онтологию как реальных, так и идеальных объектов. Фреге был совершенно последователен, утверждая, что его исчисление понятий было не просто *calculus ratiocinator,* но *lingua characteristica* в лейбницевском смысле[36]. Его задачей было конструирование не абстрактного исчисления, но «логически совершенного языка», который мог бы быть использован в качестве общей основы для науки и математики. Он не должен был служить целям обычных естественных языков, но задумывался в качестве инструмента анализа понятий и формальной разработки математических и научных теорий. Согласно Фреге, отношение между исчислением понятий и обычным естественным языком было подобно отношению микроскопа и глаза. «Последний, благодаря широте своей применимости, благодаря той гибкости, с которой он приспосабливается к самым разным условиям, обладает огромным преимуществом перед микроскопом. Как оптический прибор, он, конечно, обнаруживает много несовершенств… Но как только задачи науки предъявляют более высокие требования к остроте различения, обнаруживается, что глаз им не удовлетворяет. Напротив, микроскоп наилучшим образом приспособлен как раз для этих целей, но именно поэтому неприменим для всех остальных»[37].

Как показал Ж. Ван Хейеноорт в статье «Логика как язык и логика как исчисление»[38], глубинный контраст между Фреге и алгебраической школой, в сущности, основывался на различии допущений, свойственных двум типам логиков. Одни (как, например, Ч. Пирс) считали, что существует огромное многообразие логик, которые могут быть определяемы, улучшаемы и используемы для исследования друг друга (или даже самих себя) – все зависит от целей исследователя. Для других (Г. Фреге) существует только одно-единственное исчисление (*Begriffsschrift*), поскольку всем присуща только лишь одна разновидность человеческого мышления, которую это исчисление отражает. Отсюда и разработанный Фреге формальный язык (*Formelsprache*) – это, по его мнению, не просто какой-то отдельный дополнительный язык, но улучшенная и проясненная версия обычного языка.

Что касается Хинтикки, то он предлагает пойти дальше ван Хейеноорта и говорить о языке как исчислении, подразумевая, что в принципе язык может быть реинтерпретирован как исчисление. При этом он подчеркивает, что все его рассуждения будут идти в русле теоретико-модельной традиции в логике и философии языка, которая подразумевает, что мы не являемся пленниками нашего собственного языка, как это видит универсалистская традиция. Мы можем рассуждать в языке о его семантике, можем менять его интерпретации, мы можем сконструировать для него теорию моделей и т. п.

Формальная онтология и формальная метафизика

От логического плюрализма к плюрализму универсумов

Кто же был прав? Верно ли то, что существует только одна подлинная, истинная логика? В современной философии логики получила широкое распространение противоположная точка зрения, утверждающая, что существует не одна, но множество истинных логик. Эта точка зрения получила известность под именем логического плюрализма.

В XX веке становление неклассической логики на раннем этапе часто приводило к мирному сосуществованию логического плюрализма и логического монизма в рамках одного и того же философского сообщества. Характерным примером в этом отношении может считаться Львовско-Варшавская логико-философская школа, два выдающихся представителя которой – Станислав Лесьневский и Ян Лукасевич – занимали полярные позиции по вопросу поиска единого основания логики. Лесьневский еще в 1927 году отмечал, что различные технические инновации в логике «…способствуют стиранию различия между математическими науками, понимаемыми как дедуктивные теории, служащие для охватывания в максимально сжатых законах многообразной действительности мира, и такими непротиворечивыми системами, которые обеспечивают действительную возможность получения на их основе в изобилии все новых и новых утверждений, отличаясь одновременно отсутствием каких-либо связывающих ее с действительностью интуитивно-научных оценок»[39]. Это отличие математических систем от произвольных дедуктивных систем, по мнению Лесьневского, вызвано тем, что математические системы не противоречат «логическим интуициям», которые, в свою очередь, не могут произвольно описывать мир. Они в состоянии это делать лишь подчиняясь единой логике – истинной собственной логике мира. Лучше всего, утверждал Лесьневский, точнее, единственным возможным образом, эту логику можно охарактеризовать как классическую логику – двузначную и экстенсиональную. По этой причине, например, он не проявлял ни малейшего интереса к многозначным логикам (впрочем и вообще к другим неклассическим логикам).

Иную позицию занимал Лукасевич. Если в 1936 году он писал, что «…одна и только одна из… логических систем реализована в действительном мире, другими словами, реальна так же как реальна одна и только одна система геометрии»[40], то уже через год он высказывается не столь категорически: «…все логические системы, создаваемые нами, являются при тех допущениях, при которых мы их создаем, необходимо истинными. Речь может идти только лишь о подтверждении онтологических допущений, скрытых где-то в основании логики, если мы хотим следствия данных допущений проверить как-то на фактах…»[41]. Наконец, в 1952 году он приходит к заключению, разительно отличающемуся от его предыдущей точки зрения. Теперь он уже высказывается следующим образом: «не существует способа распознать, какая из n-значных систем логики, $n \geq 2$, истинна… Классическое исчисление высказываний, истинностная матрица которого двузначна, является самой старой и самой простой логической системой и поэтому оно наиболее известно и наиболее широко применяемо. Но для определенных целей, например, в модальной логике, n-значная система ($n \geq 2$) может быть более уместной и применяемой. Чем более применима и богата логическая система, тем более она имеет истинностных значений»[42].

Таким образом, нетрудно прийти к выводу, что эволюция точки зрения Лукасевича привела его к некоторой разновидности логического плюрализма, в то время как позиция Лесьневского осталась строго классической (монистической). Ирония судьбы заключается в том, что системы Лесьневского ныне часто рассматриваются как неклассические, как некоторый параллельный проект оснований математики, как экзотический формализм (о чем свидетельствуют попытки погружения его систем в классические).

В наше время, несмотря на то что современная ситуация характеризуется пролиферацией логических систем, дебаты по поводу логического плюрализма не утихают. И главную проблему в связи с этим составляет вопрос о том, являются ли эти логики соперничающими, или же они образуют одно огромное дружное семейство. Грэм Прист пишет: «Так или иначе, любая из нестандартных логик… [интуиционистская, многозначная и квантовая, релевантная и паранепротиворечивая, условная и свободная] корректна, их наличие служит нам напоминанием о том, что логика не является множеством принятых истин, но дисциплиной, в которой претендующие на значимость теории соперничают друг с другом»[43]. Возникает вопрос: существуют ли какие-нибудь последствия логического плюрализма, вызванные не просто выбором единственной логической системы, но логическим плюрализмом в целом, принятием его концепции как не подлежащей дальнейшему обсуждению?

Первопорядковая классическая логика обычно интерпретируется с помощью моделей (так называемых моделей Тарского) таким образом, что утверждение значимо тогда и только тогда, когда в любой модели из истинности посылок следует истинность заключения. Совокупность всех множеств, называемая *универсумом* множеств, снабжает нас всевозможными разновидностями моделей, требуемых для интерпретации нашей логики. Отсюда, в некотором смысле, первопорядковая логика детерминируется универсумом множеств (моделей). Действительно, пишет Кит Девлин, «…если наша функциональная иерархия должна снабжать нас “теорией множеств” некоторого типа, то тогда значения функций должны вести себя как истинностные значения. Но какие разновидности множеств действительно ведут себя как истинностные значения? Ответ хорошо известен: булевы алгебры! … В том случае, если $\mathbf{B}$ является булевой алгеброй, мы получаем приемлемый “*универсум множеств*” с помощью следующих определений:

$$V^{\mathbf{B}}_0 = \varnothing,$$

$$V^{\mathbf{B}}_{\alpha+1} = \{f: f: V^{\mathbf{B}}_\alpha \to \mathbf{B}\},$$

$V^{\mathbf{B}}{}_{\lambda} = \bigcup_{\alpha<\lambda} V^{\mathbf{B}}{}_{\alpha}$, если λ есть предельный ординал,

$V^{\mathbf{B}} = \bigcup_{\alpha} V^{\mathbf{B}}{}_{\alpha}$.

Элемент $V^{\mathbf{B}}$ называется *булевозначным множеством*, или, более точно, **B**-значным множеством, или, более точно, $V^{\mathbf{B}}$ является булевозначным универсумом, или, точнее, **B**-значным универсумом»[44].

Справедливо ли это в случае неклассической логики? На первый взгляд кажется, что ответ положителен. Но в таком случае мы получаем плюрализм универсумов в качестве первого следствия логического плюрализма. Тем или иным образом, каждая разновидность неклассической логики нуждается в своей разновидности универсума множеств, обеспечивающего поведение значений функций как значений истинности.

Способы получения универсумов

Являются ли булевы алгебры единственным видом множеств, ведущих себя как истинностные значения? Следующая цитата подсказывает нам иной пример (S4-значный универсум): «Пусть **G** будет некоторой совокупностью сущностей (называемых возможными мирами или условиями форсинга, что более подходяще), и пусть **R** будет отношением на **G**, рефлексивным и транзитивным. Тогда ⟨**G**,**R**⟩ есть S4-фрейм… ⟨**G**,**R**⟩ предположительно будет членом ***M***, как мы будем иногда говорить, ***M***-множеством…

Определение 1.1. *Для каждого ординала* α (*в* ***M***) *определим множество* $R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}$ *следующим образом*:

(1) $R^{\mathbf{G}}{}_{0} = \varnothing$,

(2) $R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha+1}$ *есть множество всех подмножеств* (*в* ***M***) $\mathbf{G} \times R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}$,

(3) *Для всех предельных ординалов* λ,

$$R^{\mathbf{G}}{}_{\lambda} = \bigcup_{\alpha<\lambda} R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha}.$$

Теперь пусть

$$D^{\mathbf{G}} = \bigcup_{\alpha} R^{\mathbf{G}}{}_{\alpha},$$

где объединение берется по ординалам ***M***. ($\mathbf{G}, R, D^{\mathbf{G}}$) *представляет собой расширенный фрейм*»[45].

Еще одним примером является гейтингозначный универсум, поскольку известно, что для каждой полной алгебры Гейтинга Ω мы можем построить Ω–значный универсум V^{Ω}, представляющий собой модель интуиционистской теории множеств[46]. Подобным образом может быть получен и квантовый универсум: «Определим $V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha}$ по трансфинитной индукции над α и $V^{(\mathbf{Q})} = \bigcup_{\alpha\in On} V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha}$, где *On* есть класс всех ординалов.

(1) $V^{(\mathbf{Q})}{}_0 = \varnothing$.

(2) $V^{(\mathbf{Q})}{}_{\alpha+1} = \{u\text{: } u{:}D(u) \to \mathbf{Q} \text{ и } D(u) \subseteq V^{(\mathbf{Q})}{}_\alpha\}$, где $D(u)$ обозначает область определения u.

(3) Если α является предельным ординалом, то
$V^{(\mathbf{Q})}{}_\alpha = \bigcup_{\beta<\alpha} V^{(\mathbf{Q})}{}_\beta$»[47].

Суммируя, получаем, что если принять во внимание возможность переформулировки конструкции S4-значного универсума более алгебраическим образом (с помощью перехода от совокупности возможных миров **G** к соответствующей S4-алгебре), то, по-видимому, можно выдвинуть концепцию «алгеброзначного» универсума, когда в качестве алгебры подразумевается алгебраический эквивалент соответствующей логики.

Но это не единственный способ получения универсумов. Поскольку с формальной точки зрения теория множеств есть не что иное, как элементарная логическая теория, то, изменяя логическую часть, получаем конструкцию теории множеств, основанной на неклассической логике. Тогда в рамках подобной теории можно построить кумулятивную иерархию множеств или даже соответствующий алгеброзначный универсум. Имеются многочисленные примеры реализации подобного подхода, однако мы ограничимся лишь следующим: «Нечеткая теория множеств представляет собой теорию множеств, подчиняющуюся нечеткой логике *FL*, для которой мы постулируем лемму Цорна и аксиому двойного дополнения, так что мы можем интерпретировать классическую *ZFC* теорию множеств в *FZF*. Предикатными символами *FZF* являются $\in$ и $=$ …

2.1. Нелогические аксиомы FZF

A1. *Аксиомы равенства*: $\forall u\, \Box(u = u)$; $\forall u.v(u = v \Rightarrow v = u)$,

$\forall u,v,w(u = v \wedge v = w \Rightarrow u = w)$;

$\forall u,v.w(u = v \wedge u\in w \Rightarrow v \in w)$; $\forall u,v,w(u = v \wedge w\in u \Rightarrow w\in v)$.

A2. *Экстенсиональность*: $\forall u,v(\forall z(z\in w \leftrightarrow z\in v) \Rightarrow u = v)$.

A3. *Аксиома пары*: $\forall u,v\exists x\forall z(z\in x \Leftrightarrow z = u \vee z = v)$.

A4. *Объединение*: $\forall u\exists x\forall z(z\in x \Leftrightarrow \exists y\in u(z\in y)$.

A5. *Степень*: $\forall u\exists x\forall z(z\in x \Leftrightarrow \forall y\in z(y\in u)$.

A6. *Индукция*: $\mathrm{Ext}\varphi(x) \wedge \forall x(\forall y\in x\varphi(y) \to \varphi(x)) \Rightarrow \forall x\varphi(x)$.

A6. *Отделение*: $\forall x\exists y\forall z(z\in y \Rightarrow z\in x \wedge \exists z'(z = z' \wedge \varphi(z')))$.

A7. *Аксиома выделения*: $\forall u[\forall y\mathrm{Ext}\varphi(x,y) \to \exists v(\forall x\in u\exists y\varphi(x,y) \Rightarrow \forall x\in u\exists y(\Box(y\in v) \wedge \varphi(x,y)))]$.

A8. *Бесконечность*: $\exists x\Box(\exists y(y\in x \wedge \forall y\in x(\exists z(y\in z))$.

A8. *Двойное долполнение*: $\forall u\exists x\forall z(z\in x \Leftrightarrow \neg\neg(z\in u))$.

A7. *Лемма Цорна*: $\forall y(\text{Chain}(y,x) \to \cup\forall y{\in}x \Rightarrow \exists z\text{Max}(z,x)$, где

$\text{Chain}(y,x)$: $\exists t(t{\in}y \wedge (y{\subset}\, x) \wedge \forall t,u{\in}y(t{\subset}\, u \vee u{\subset}\, t)$,

$\text{Max}(z,x)$: $z{\in}x \wedge \forall t{\in}x(z{\subset}\, t \to z = t)$" (здесь $w \Rightarrow u$ означает $\square(w \to u)$, а $x{\Leftrightarrow}\, z$ означает $\square(x{\leftrightarrow}\, z)$)»[48].

В работе Г. Такеути «Квантовая теория множеств» даже доказано, что квантовая теория множеств (сконструированная *mutatis mutandis* таким же образом, что и *FZF*) выполняется в квантовозначном универсуме. Однако возникающая проблема заключается в том, что «…математика, основанная на квантовой логике, имеет очень богатое математическое содержание. Это ясно демонстрируется тем фактом, что имеется много полных булевых алгебр внутри квантовой логики. Для каждой полной булевой алгебры **B** математика, основанная на **B**, как показано… имеет богатое математическое значение. Поскольку математика, основанная на **B**, может рассматриваться как подтеория математики, основанной на квантовой логике, нет никаких сомнений относительно того факта, что математика, основанная на квантовой логике, очень богата. Ситуация, по-видимому, выглядит следующим образом. Математика, основанная на квантовой логике, чересчур огромна, чтобы довести ее до конца»[49].

Подобными результатами снабжает нас и теория категорий, а именно, теория топосов. Р. Гольдблатт в своей книге «Топосы. категорный анализ логики»[50] использовал конструкцию топоса функторов из малой категории в категорию множеств **Set** для построения категорной семантики интуиционистской логики, в которой алгебра Гейтинга играет роль малой категории. Подобным же образом можно использовать категорию $\mathbf{Set}^{\mathsf{A}}$ функторов из так называемой *CN*-категории (теоретико-категорный эквивалент алгебры да Косты) в категорию **Set**[51]. Эта категория также представляет собой топос и полнота паранепротиворечивой системы логики да Косты C_1 доказывается именно по отношению к подобной разновидности топосов. Аналогичный подход был реализован и для случая релевантной логики *R*[52].

Наряду с этим существует еще и довольно простой аргумент в пользу того, почему логический плюрализм несет ответственность за плюрализм универсумов. Если рассматривать обычные определения операций на множествах

$x{\cup}y =_{\text{def}} \{a\text{: } a{\in}x \vee a{\in}y\}$,

$x{\cap}y =_{\text{def}} \{a\text{: } a{\in}x \wedge a{\in}y\}$,

$x - y =_{\text{def}} \{a\text{: } a{\in}x \wedge \neg(a{\in}y)\}$,

то плюралист всегда не преминет задать вопрос: какого типа связки $\vee$, $\wedge$, $\neg$ используются в этих определениях? Если это классические связки, то алгебра подмножеств любого множества будет булевой алгеброй и другой (Гейтинга, релевантной, да Косты и т.д.) в противном случае.

Глобальность и локальность

Тем фактом, что алгебра подмножеств является булевой алгеброй, мы обязаны лежащей в основании классической логике: если мы изменим логику, то, как следствие, рассматриваемая алгебра с необходимостью будет другой. Но что случится, если мы изменим только наши определения операций на множествах, притом таким образом, что они будут основываться на неклассических логических связках $\vee$, $\wedge$, $\neg$, и рассмотрим алгебру с полученными новыми операциями? В сущности, поскольку в модели теоретико-множественные операции ответственны за истинностные значения формул, то это может привести к возможности интерпретации соответствующей неклассической логики в данном множестве. Следовательно, мы получим ситуацию, когда в классическом универсуме у нас существует интерпретация неклассической логики. Но в этом нет ничего необычного: подобного рода процедура как раз типична для неклассической логики. Мы можем освоить в нашем классическом универсуме столько неклассических логик, сколько нам нужно.

Ситуация изменится, если мы возьмем неклассический универсум, а затем введем в нем классические теоретико-множественные операции. В этом случае мы получим интерпретацию классической логики в неклассическом универсуме. Более того, можно продолжить подобное умножение операций путем повторного использования иных неклассических связок, получая новые интерпретации неклассических систем. Но в этом случае мы сталкиваемся с ситуацией, когда в рамках неклассического универсума существует интерпретация классической логики наряду с другими логическими системами.

Имеются ли в нашем распоряжении какие-нибудь способы проверить классичен или неклассичен наш универсум? С точки зрения логического плюрализма ответ будет отрицательным. Мы можем утверждать самое большее только то, что имеется одна лежащая в основании (глобальная) логика, определяющая и определенная нашим универсумом, в то время как существует множество (локальных) логик, населяющих универсум, не определяемый ими. Разумеется, глобальность и локальность в подобном контексте являются просто метафорическими маркерами, фиксирующими состояние дел.

Метафизические и онтологические обязательства языка и онтологический плюрализм

Рассматриваемая ситуация в некотором отношении явно похожа на оппозицию евклидовой и неевклидовой геометрий, когда необходимо ответить на вопрос: является ли наше пространство глобально евклидовым, а локально неевклидовым, или наоборот: оно глобально неевклидово, будучи в то же время локально евклидовым. Эта аналогия вынуждает нас искать какие-то пути получения определенного решения проблемы, имеем ли мы дело всегда с глобально классическим универсумом, который локально неклассичен, или же на самом деле наши универсумы глобально неклассичны, но локально классичны. Но существуют ли в принципе какие-либо методы решения такой проблемы? Возникает ощущение, что эта проблема имеет под собой достаточно глубокое философское основание.

В свое время во Львовско-Варшавской школе была популярной точка зрения по вопросу о различии между метафизикой и онтологией, сводящаяся к тому, что первая из них является теорией существующего, в то время как вторая есть теория того, что возможно, и возможности возможного. Попытка выяснить, что представляет собой логика, лежащая в основании универсума (глобальность), и что за логики могут населять универсум (локальность), до некоторой степени подобна принятию или отказу от упомянутой точки зрения на различие между онтологией и метафизикой. Развивая эту аналогию, можно сказать, что глобальная логика лежит в основании метафизики, тогда как локальная логика является фундаментом онтологии наших универсумов. Вспомним в связи с этим, что говорил Л. Витгенштейн: «Философия состоит из логики и метафизики: логика является ее основанием»[53]. Но это означает, в некотором смысле, что принятие логического плюрализма ведет к необходимости рассмотрения и прояснения метафизических и онтологических проблем онтологических обязательств формальных языков.

Для формальной онтологии подобная постановка вопроса означает рассмотрение не просто онтологического плюрализма, и не просто введение в обиход локальных «неклассических» онтологий. По сути дела, речь теперь идет о том, что можно выбирать ту или иную неклассическую формальную онтологиию в качестве глобальной онтологии, «формальной метафизики». В этом случае все остальные системы онтологии должны быть «интерпретируемы» в рамках принятой формальной метафизики.

Напомним, что согласно стандартному взгляду на взаимоотношение логики и онтологии логика может получать различные интерпретации в различных областях произвольной мощности, но и все области и все интерпретации являются частями теории множеств. Только для различных теоретико-множественных областей и интерпретаций онтология может быть «теорией общих объектов», только теория множеств содержит и общую онтологию, и любой философский анализ может проводиться лишь в рамках различных расширений теории множеств, т.е. в теории множеств с возможными добавлениями конкретных объектов (урэлементов) и эмпирических предикатов[54]. Но с логической точки зрения теория множеств представляет собой просто элементарную логическую теорию с нелогической связкой $\in$. Более того, эта теория основывается в своей пропозициональной части на классическаой логике.

Однако, в настоящее время ситуация изменилась: как известно, существует столько теорий множеств, сколько существует неклассических логик, т.е. логический плюрализм автоматически влечет за собой онтологический плюрализм. При этом не следует думать, что речь идет всего лишь об абстрактных неклассических теориях множеств. Каждой такой абстрактной теории сопутствует своя неклассическая «наивная» теория множеств, предполагаюшая отличное от классической «наивной» теории множеств понимание одних и тех же концепций, а также введение в рассмотрение новых понятий, возможно отсутствующих в классической «наивной» теории множеств.

По сути дела, принятие концепции формальной метафизики означает исследование вопроса о переводимости, «погружаемости» локальных онтологий в глобальную онтологию, играющую роль формальной метафизики в принимаемой концвенции. Рассмотрим в этой связи метафизику и онтологию обитателей некоторой планеты, ее наземного, подводного и околопланетного космического пространства. Мыслящим существам, населяющим поверхность планеты с ее евклидовой геометрией, представляется очевидным, что все тела падают с одинаковым ускорением, что «солнце» восходит на «востоке» и заходит на «западе», что их окружает газообразная атмосфера. Изучение подводных глубин показывает им, что существуют такие области на нашей планете, где атмосфера превращается в водяную среду, дышать которой невозможно, что тела погружаются в глубину с различным ускорением, а на определенных глубинах вообще не приходится говорить о солнечном свете. Развитие космонавтики открывает новую перспективу: на определенной высоте атмосфера заканчивается, «солнце» сияет постоянно, а тела падают в пустое пространство, организованное по законам неевклидовой геометрии. Их метафизика предполагает именно такое трехчленное строение бытия, триаду онтологий.

Жителям подводных глубин, если бы они были единственными мыслящими существами на планете, представлялось бы понятным, что их окружает водная среда с ее законами. Развитие космонавтики для них бы свелось сначала к развитию авиации, причем самолеты должны быть обязательно наполнены водой (как же иначе дышать?). С течением времени они перешли бы к освоению околопланетного космического пространства с его неевклидовой геометрией. Метафизика, с точки зрения подобных существ, имеет дело с двухуровневой структурой бытия, поскольку межзвездное пространство и атмосфера отличаются лишь плотностью газовой среды, для описания которой достаточно категорий одного рода. Это тем более очевидно, если речь идет о планете, на которой отсутствует суша. Себя они рассматривают в качестве обитателей нижнего уровня.

Межзвездным жителям (например, мыслящим плазменным сгусткам) представляет очевидным, что пространство организовано по законам неевклидовой геометрии. Вместо развития авиации у них имеет место развитии «акванавтики», поскольку атмосферный и водный мир для них отличаются лишь плотностью «газо-водяной» среды в процессе погружения. Структура бытия подобных мыслящих существ двухуровнева, они рассматривают себя как обитателей верхнего уровня мира.

Общим у всех рассмотренных мыслящих существ остается то, что они рассматривают мир с позиции своей метафизики, двухуровневой у подводных и околопланетных жителей (два типа онтологии) и трехуровневой у поверхностных обитателей планеты (три типа онтологии). Если произойдет контакт поверхностных и подводных существ, то как они согласуют свои картины мира? Скорее всего, никаких проблем не возникнет: ведь каждый из них знаком и с водяной, и с воздушной, и с космической средой. Просто последняя теперь может описываться на основе «водных» и «воздушных» понятий («водная» и «атмосферная» глобальные онтологии по выбору, «космическая» онтология всегда локальна).

При контакте обитателей поверхности планеты и околопланетных существ проблем также не возникнет: теперь водная среда может быть описана с позиции «атмосферной» и «космической» глобальных онтологий, оставаясь объектом локальной онтологии. При контакте водных существ с космическими жителями областью локальной онтологии становится поверхность планеты.

Наконец, в случае контакта всех трех разновидностей мыслящих существ каждая из сред обитания может стать и областью локальной, и областью глобальной онтологий (т.е. метафизик).

Описанная картина достаточно нестрога, однако способна привести к некоторым новым вопросам и перспективам. Если остановиться на проблеме погружаемости систем формальной онтологии в некоторую выделенную систему, играющую роль формальной метафизики, анализ приведенного примера наводит на мысль о возможности полного релятивизма во взаимоотношениях локальных онтологий. Действительно, коль скоро мы не в состоянии привести никакого аргумента в пользу выбора одной глобальной онтологии в качестве главной, единственной, то может быть термин «метафизика» здесь не совсем уместен. Релятивизм глобальности онтологии наводит на мысль о том, что однозначно у нас здесь лишь одно: взаимопереводимость, взаимопогружаемость локальных онтологий. Все онтологии локальны, а большинство из них глобально. Но в таком случае термин «формальная метафизика» наполняется новым содержанием. Формальная метафизика становится теорией всех локальных и глобальных онтологий, теорией их взаимной погружаемости, становится «метаонтологией» (более подробно мы поговорим об этом в последней главе).

С другой стороны, в аналитической традиции различение онтологической и метафизической проблематики связано, с одной стороны, с онтологическими обязательствами языка, его онтологическими допущениями, а с другой стороны, с приемлемостью этих допущений с точки зрения их соответствия или несоответствия реальности. У Р. Карнапа, например, это различение сводится к различению двух видов вопросов о существовании объектов. Он пишет: «… мы должны различать два вида вопросов о существовании: первый – вопросы о существовании определенных объектов нового вида в *данном* [*языковом*] *каркасе*; мы называем их *внутренними вопросами*; и второй – вопросы, касающиеся существования или реальности *системы объектов в целом*, называемых *внешними вопросами*. Внутренние вопросы и возможные ответы на них формулируются с помощью новых форм выражений. Ответы могут быть найдены или чисто логическими методами, или эмпирическими методами в зависимости от того, является ли каркас логическим или фактическим. Внешний вопрос имеет проблематический характер, нуждающийся в тщательном исследовании»[55].

Характерно, однако, что Карнап признает внешние (т.е. метафизические) вопросы не теоретическими, а прагматическими. Это означает, что их решение может быть получено опять-таки формально, не апеллируя к опыту, к реаллности. По его мнению, совершенно напрасно внешние вопросы рассматриваются многими философами как онтологические вопросы, ответы на которые должны быть получены до введения новых языковых форм. Он полагает, что «введение новых способов речи не нуждается ни в каком-либо теоретическом оправдании, потому что оно не предполагает какого-либо утверждения реальности»[56].

Более того, «принятие какого-либо языкового каркаса не должно рассматриваться как подразумевающее какую-то метафизическую доктрину, касающуюся реальности рассматриваемых объектов»[57].

Вывод, который можно сделать отсюда, сводится к тому, что метафизика как таковая, как теория реальности по ту сторону онтологических допущений языка, может быть точно также многообразной, и что следует различать онтологические обязательства языка и онтологии как таковые Утверждать что-либо о метафизике вообще мы можем лишь на основании анализа взаимоотношения онтологий, поэтому в случае формальных языков и формальных онтологий, которые, по сути дела, сводят формальные онтологии к онтологическим допущениям формальных языков, формальная метафизика превращается в теорию взаимоотношения формальных онтологий. Будет ли она в этом случае сводиться к метаонтологии? Этот вопрос требует дополнительного исследования, так как не совсем ясно, что представляет собой метаонтология, как таковая.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ. КЛАССИЧЕСКАЯ И НЕКЛАССИЧЕСКАЯ ОНТОЛОГИКА

Триада Лесьневского

Брентанизм и номинализм Лесьневского

Если для того, чтобы понять теорию бытия Брентано, нужно напомнить, что он прибегает к тому, что он называет внутренним восприятием для своего парадигматического использования слова «быть», то для того, чтобы понять Онтологию Лесьневского, следует учитывать, какой смысл он вкладывает в использование основной связки «есть» этого исчисления. В 1921 г. Я. Лукасевич подсказал Лесьневскому идею Онтологии, когда в разговоре он выразил свое неудовольствие по поводу того, как связка «есть» используется Дж. Пеано и в теории множеств. В ответ на вопрос Лукасевича о том, как Лесьневский использует слово «есть», Лесьневский ответил ему, что он использует это слово так, как оно используется в повседневном (польском) языке.

Ранее было сказано, что хотя С. Лесьневский в полной мере усвоил положения учения Брентано и положил их в основу своей Онтологии, последнее может быть не всегда очевидным, и требует анализа в каждом отдельном случае. Действительно, Я. Ядацкий в своей работе «Варшава: возникновение и упадок современной научной философии в столице Польши»[58] замечает, что наиболее критические высказывания о Брентано среди учеников Твардовского в Варшаве принадлежат Лесьневскому. В своей работе «К анализу экзистенциальных высказываний» (1911) Лесьневский весьма иронически говорит о Брентано и так называемой Австрийской философской школе. Он пишет: «Теория говорит, что все высказывания, не меняя своего значения, могут сводиться к экзистенциальным высказываниям...Если бы это было действительно так...то мы должны прийти... к абсурдному заключению, что никакое высказывание, содержащее связку отрицания, не может быть истинным»[59]. В другой работе «Вечна ли истина или же вечна и извечна?» (1913) Лесьневский также высказывает свое неудовольствие по поводу отождествления Брентано понятия «существовать» с понятием «быть лишь признаваемым»[60].

На первый взгляд может сложиться впечатление, что Лесьневский совершенно не вписывается в брентанистскую традицию во Львовско-Варшавской школе. Но не стоит преувеличивать критицизм Лесьневского.

В работе «Попытка доказательства онтологического принципа противоречия» (1912) Лесьневский предваряет свою критику работы Лукасевича «О принципе противоречия у Аристотеля» (1910) следующими словами: «Читатель, однако, не должен прийти к ошибочному заключению, что я игнорирую теоретические достоинства работы Лукасевича, которую я всегда рассматривал как наиболее интересную и оригинальную среди известных мне “философских” работ. Заметки, критичные по отношению к его работе, просто означают, что они были сделаны под влиянием Лукасевича, и что я стал одним из первых, кто желает ему осуществления его намерений»[61]. По-видимому, то же самое относится и к критике Лесьневским некоторых положений Ф. Брентано. Историк Львовско-Варшавской школы Я. Воленьский, в этой связи пишет: «Логические взгляды Лесьневского формировались, между прочим, под влиянием А. Марти. Не исключено также, что брентанизм представлял собой общую философскую основу (или, по крайней мере, какую-то ее часть) даже некоторых чисто формальных замыслов Лесьневского»[62].

Другой вопрос, который сразу же возникает при рассмотрении наследия Лесьневского, связан с его философской позицией, заслужившей даже название «номинализм типа Лесьневского” – Х. Хинтце пишет об этом следующим образом: «Средневековый аристотелизм был представлен в различных версиях на протяжении столетий, по крайней мере, как критикуемый оппонент. Характерные версии аристотелевского номинализма впервые вновь появляются в полностью формализованной версии в системе Лесьневского, названной “Онтологией”»[63]. Этот взгляд настолько распространен, что разговор о системах Лесьневского без обращения к проблемам номинализма кажется невозможным. К счастью, это не совсем так. Например, известный исследователь в данной области В. Ф. Рики пишет в своем обзоре систем Лесьневского: «Поскольку речь заходит о номинализме, то позвольте мне напомнить, что Лесьневский был номиналистом и что он интерпретировал свои теории подобным образом. Но совсем не обязательно чтобы мы интерпретировали, скажем, Онтологию, номиналистически. Нет абсолютно ничего неверного в понимании имен Онтологии как именующих виды абстрактных сущностей. Это никоим образом не влияет на теорию»[64].

Лесьневский пришел к построению триады своих систем путем критики самой идеи множества. В работе «Об основаниях математики» (1927) он анализирует концепции и замечания о множествах, высказанные Г. Кантором, Г. Фреге, Ф. Хаусдорфом, В. Серпиньским, А. Френкелем, Е. Цермело и Б. Расселом, и показывает, что все они неудачны. Источником неудач, по мнению Лесьневского, являются два принципа: (1) постулируется существование пустого множества, являющегося математической фикцией; (2) попытки рассмотрения множеств как объемов понятий невразумительны, нет никакого смысла вообще подобным образом говорить о множествах. В качестве альтернативной теории он еще в период 1914-1916 годов разрабатывает систему, названную им Мереологией, представляющую собой теорию частей, в отличие от теории множеств. Однако неудовлетворенность основаниями Мереологии приводит его вначале к построению более фундаментальной системы Онтологии, а затем и Прототетики, лежащей в основании их обеих.

Если исторически триада систем выглядела как последовательность Мереология, Онтология, Прототетика, то при систематическом изложении вначале идет Прототетика, затем Онтология, и лишь затем Мереология. Лесьневский пишет в статье «Вступительные замечания к продолжению моей статьи: “*Grundzüge eines Neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*“» (1938): «Предметом статьи является краткое изложение моей системы оснований математики. Эта система состоит из трех дедуктивных теорий, чье объединение образует возможное основание для всей структуры математики. Рассматриваются следующие теории: (1) Та, которую я назвал *Прототетикой*, являющуюся результатом некоторого специального расширения хорошо известной теории, известной под именем “пропозициональное исчисление”, или “теория дедукции”. (2) Та, которую я назвал *Онтологией*, образующая некоторый тип современной “традиционной логики”, и которая более всего подобна по своему содержанию и выразительным возможностям “логике классов” Шрёдера, включающая как составную часть теорию “индивидов”. (3) Та, которую я назвал *Мереологией*, чей первый очерк я опубликовал в работе 1916 года, озаглавленной “Die Grundlagen der allgemeinen Mengenlehre. I.” »[65].

Прототетика

Главной особенностью системы Прототетики Лесьневского является необычная стратегия построения формальной системы, о которой Дж. Кирнс[66] пишет следующим образом: «Лесьневский разрабатывал искусственные языки (и формальные системы) с явной целью передачи свойств естественного языка. Он хотел включить некоторые свойства в искусственный язык и исследовать влияния этих свойств на них. Он пытался получить ясный язык для описания мира. Лесьневский использовал искусственные языки для разработки понятий, выраженных или воплощенных в обычном языке. Подобные действия могут помочь нам лучше осознать эти понятия; это может выявить их сильные и слабые места. И искусственные языки могут послужить источником устранения недостатков обычных понятий... Лесьневский конструирует искусственные языки прототетики и онтологии. Они включают в себя то, что он принимает как существенные свойства естественных языков, и они составляют логический скелет языков, пригодных для разговора о предметах в мире»[67].

Согласно Лесьневскому, все выражения, появляющиеся в Прототетике, делятся на классы, называемые семантическими категориями. Это деление, с одной стороны, аналогично делению выражений обыденного языка на части речи, а с другой стороны, до некоторой степени связано с теорией типов. Как и в последней, деление выражений на семантические категории позволяет избежать логических антиномий. Существенное различие между этими двумя теориями заключается в том факте, что теория типов имеет дело с такими объектами как индивиды, классы и отношения, в то время как теория семантических категорий говорит о выражениях логики, т. е. об элементах языка.

Базисными семантическими категориями являются категория *высказываний* и категория *имен*. Однако категория высказываний включает не только высказывания в обычном смысле, т. е. выражения, в которых нет свободных переменных, но и все выражения, содержащие свободные переменные, которые превращаются в высказывания, если подставить константные термины на место этих переменных. Отсюда, в частности, все пропозициональные переменные принадлежат к категории высказываний. То же самое относится и к выражениям, принадлежащим семантической категории имен.

Все логические выражения, которые не принадлежат ни к одной из этих базисных категорий и которые не являются ни кванторами, ни скобками, получают общее имя *функторов*. В Прототетике кванторы и скобки – это синкатегорематические выражения, т. е. им не приписывается никакая семантическая категория. Константы пропозиционального исчисления (символам импликации, конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и т. д.), так же как и символам *a, i, e, o* аристотелевской силлогистики, могут рассматриваться как примеры функторов. Каждый функтор вместе со своими аргументами образует выражение, которое принадлежит либо к категории высказываний (*S*), либо к категории имен (*N*). В первом случае он называется *пропозициональным* функтором, во втором – *номинальным*.

Семантическая категория функтора, переменной или константы зависит от того, является ли он пропозициональным или номинальным функтором, от числа его аргументов и от семантической категории этих аргументов. Например, два двухаргументных функтора принадлежат к одной и той же семантической категории, тогда и только тогда, когда они оба являются пропозициональными или номинальными функторами; если их первые аргументы принадлежат к одной и той же семантической категории; и если их вторые аргументы принадлежат к одной и той же семантической категории.

В Прототетике мы имеем дело с категориями высказываний и категориями тех пропозициональных функторов, все аргументы которых принадлежат к семантической категории выражений Прототетики. Теоремы Прототетики могут содержать: константы или переменные выражения, принадлежащие к любой семантической категории выражений Прототетики, кванторы, связывающие переменные, принадлежащие к этим категориям, и скобки. Никакие другие выражения в теоремах Прототетики не появляются.

Обычным образом можно ввести также понятие порядка функтора, принадлежащего к семантической категории выражений Прототетики. Каждый функтор, чьи аргументы, безотносительно к их числу, принадлежат к категории высказываний, является функтором первого порядка. Каждый функтор, у которого, по меньшей мере, один аргумент является функтором n-1-го порядка и никакой из аргументов не является функтором порядка выше, чем n-1, является функтором n-го порядка (где n>1).

Прототетику можно рассматривать как обобщение пропозиционального исчисления. Но описывать это обобщение лучше всего поэтапно. Простейшее обобщение заключается в добавлении к выражениям пропозиционального исчисления кванторов, связывающих пропозициональные переменные. Таким образом, в Прототетике высказывание является замкнутой формулой. Для большей наглядности принимается соглашение, по которому мы всегда подразумеваем квантификацию по всем переменным, хотя явно могут присутствовать лишь кванторы по интересующим нас в данный момент переменным. Заметим, что сам Лесьневский никогда не рассматривал в своих системах квантор существования. Причины, по которым он это делал, не известны. Несмотря на то, что в многочисленных теоремах Онтологии Лесьневского появляется квантор существования, он всегда может быть заменен на последовательность символов, состоящую из знаков отрицания и квантора общности.

Для систем Лесьневского характерно то, что у него определения являются теоремами системы. Они записываются либо в виде эквивалентностей, либо в форме двух импликаций. Поскольку на некотором этапе построения систем Прототетики мы имеем в своем распоряжении все теоремы пропозиционального исчисления, то все равно, какой из этих двух методов введения определений мы используем, так как две импликации, которые совместно образуют некоторый термин, и эквивалентность, которая могла бы быть использована для определения этого термина, являются эквивалентно выводимыми.

Неприятным свойством определений в Прототетике является их *креативность* (т.е. определения расширяют систему, к которой они добавлены, неконсервативным образом), в то же время они обладают свойством *переводимости* (т.е. во вновь полученной с помощью определения системе всегда найдется соответствующий эквивалент формул из предыдущей системы).

В системе Прототетики правило подстановки не разрешает подставлять на место сложных выражений другие выражения, как это имеет место в обычном исчислении высказываний. Вместо свободных переменных, пробегающих по функторам любой семантической категории, подставляются константы или переменные той же самой семантической категории. Несмотря на эти ограничения, правило подстановки, используемое в Прототетике, действуя вместе с правилом введения определений, позволяет получить в системах Прототетики все известные теоремы из принятых теорем в силу функциональной подстановки (т. е. в силу такой подстановки, которая позволяет заменять выражения типа $f(x)$ на любые выражения, принадлежащие к категории высказываний, в которые входит переменная x, и имеющие сложную структуру).

Правило отделения в системах Прототетики может применяться только к таким (формулам) импликациям или эквивалентностям, которым не предшествуют кванторы. Это можно проиллюстрировать, согласно Е. Слупецкому[68], следующим образом.

Пусть высказывание $\forall p(\alpha)$ является теоремой всех систем Прототетики; высказывание $\forall p(\alpha \to \beta)$ – теоремой систем с единственной примитивной связкой импликации, а высказывание $\forall p(\alpha \equiv \beta)$ – теоремой системы с единственной примитивной связкой эквивалентности. Выводимые правила вывода позволяют проносить квантор через импликацию и эквивалентность, отсюда мы получаем теоремы $\forall p(\alpha) \to \forall p(\beta)$ и $\forall p(\alpha) \equiv \forall p(\beta)$. Теперь к обоим этим высказываниям мы можем применить обычное правило отделения.

Правила добавления и удаления квантора общности в Прототетике аналогичны правилам использования кванторов в исчислении предикатов. Следует учесть, что во всех рассмотренных правилах вывода речь идет о выражениях произвольной семантической категории.

В Прототетике принимается еще одно правило вывода, так называемое *правило верификации*, которое является обобщением правила, сформулированного Я. Лукасевичем. Правило Лукасевича позволяет добавлять к системе пропозиционального исчисления любое высказывание, которое выполняет следующее условие: выражения, получающиеся путем подстановки в высказывание вместо одной из его пропозициональных переменных соответственно значения 1 и 0, являются теоремами этой системы. Здесь выражения 1 и 0 называются верификаторами пропозициональных переменных. Чтобы получить обобщение правила верификации, нам требуется уметь получать верификаторы для выражения любой семантической категории. Это можно сделать, если ввести определение эквивалентности двух функторов, принадлежащих к произвольно выбранной, но одной и той же для обоих функторов семантической категории. Схема определений выглядит следующим образом:

$\forall\varphi,\psi((\varphi \equiv \psi) \equiv \forall\xi_1,...,\xi_n(\varphi(\xi_1,...,\xi_n) \equiv \psi(\xi_1,...,\xi_n)))$.

Заметим, что в этой схеме не делается никаких допущений о семантической категории переменных $\xi_1,...,\xi_n$. Введенный данным определением функтор называется *знаком интерфункториальной эквивалентности*.

Схему определения верификатора φ_i двуместного функтора φ произвольной семантической категории теперь можно записать как дизъюнкцию высказываний типа

$(f \equiv f_j) \wedge (g \equiv g_k)$,

где f и g представляют собой аргументы рассматриваемого функтора, а f_i и g_k — их верификаторы. Эта дизъюнкция имеет столько компонент, сколько существует неотрицательных высказываний в так называемой *характеристике* рассматриваемого функтора (например, для функтора с одним пропозициональным аргументом существует четыре верификатора f_1, f_2, f_3, f_4, которые можно охарактеризовать, допуская, что истинными являются пары высказываний $\{f_1(1),f_1(0)\}$, $\{f_2(1),\neg f_2(0)\}$, $\{\neg f_3(1),f_3(0)\}$, $\{\neg f_4(1),\neg f_4(0)\}$) Для φ_i характеристика является системой из m,n высказываний, каждое из которых имеет форму $\varphi_i(f_j,g_k)$ или $\neg\varphi_i(f_j,g_k)$.

Сокращенно определение верификатора можно записать следующим образом:

Выражения 0 и 1 являются верификаторами пропозициональной переменной, а функторы, определенные с помощью определений, имеющих вышеприведенную структуру, являются верификаторами функторной переменной φ. Эти определения содержат верификаторы аргументов функтора φ, а аргументы имеют более низкий семантический порядок, чем переменная φ.

Окончательная формулировка *правила верификации* гласит:

Пусть α будет произвольным высказыванием Прототетики. Если каждое высказывание, получаемое из α с помощью подстановки в α

вместо некоторой из ее свободных переменных, являющейся функтором, верификаторов этой переменной, будет теоремой системы Прототетики, то α также является теоремой этой системы[69].

Исторически первой системой Прототетики является так называемая система S. В этой системе импликация является единственным примитивным термином, а правилами вывода являются все рассмотренные выше правила. Единственная ее аксиома имеет вид:

A1. $\forall f,g(f(\forall p(p \rightarrow p)) \rightarrow (f(\forall p(p)) \rightarrow f(q)))$.

Другую систему Прототетики, так называемую систему S_1, мы получаем, заменяя правило верификации правилом экстенсиональности, которое гласит:

Для данного одноаргументного функтора, по меньшей мере второго семантического порядка, закон экстенсиональности, сформулированный для данного функтора, является теоремой системы[70].

Закон экстенсиональности в простейшем случае имеет следующий вид:

$\forall f,p,q((p \equiv q) \rightarrow (f(p) \equiv f(q)))$.

Нетрудно получить его обобщение на случай выражений любой семантической категории. Очевидная простота формулировки правила экстенсиональности по сравнению с правилом верификации и послужила причиной построения Лесьневским системы S_1. Для систем S и S_1 доказана их эквивалентность и полнота.

Помимо рассмотренных систем, существует еще одна система Прототетики S_2, единственным примитивным термином которой является эквивалентность. Список аксиом этой системы имеет следующий вид:

A1. $\forall p,q,r((p \equiv q) \equiv ((r \equiv q) \equiv (p \equiv r)))$

A2. $\forall p,q((p \equiv q) \equiv \forall f(f(p) \equiv f(\mathrm{q})))$

A3. $\forall p,q((p \equiv q) \equiv \forall f((f(p) \equiv f(\mathrm{q})) \equiv (p \equiv q)))$

A4. $\forall f(f(\forall p(p)) \equiv (f(\forall p(p) \equiv \forall p(p)) \equiv \forall \mathrm{q}(f(\forall p(p) \equiv f(q)))))$.

Как показал Лукасевич, все теоремы пропозиционального исчисления, выраженные в терминах переменных и символа эквивалентности, следуют из A1. A2 фактически соответствует закону экстенсиональности, то же самое относится и к A3. A4 соответствует аксиоме A1 систем S и S_1.

Правилами вывода системы S_2 являются правило подстановки, правило отделения (если эквивалентность двух высказываний является теоремой S_2, и первое из этих высказываний также является теоремой этой системы, то второе высказывание является теоремой S_2), правило пронесения квантора общности через эквивалентность (если α является пропозициональным выражением, состоящим из двух пропозициональных выражений, связанных символом эквивалентности, и если высказывание, которое может быть получено из α добавлением в начало квантора общности, связывающего все свободные переменные в α, является теоремой S_2, то эквивалентность двух высказываний, которые могут быть получены из выражений, эквивалентность которых устанавливает α, добавлением в начало кванторов общности, связывающих все свободные переменные в этих выражениях, является также теоремой системы S_2), правило экстенсиональности (любой эквивалентностный закон экстенсиональности является теоремой S_2), правило определения (любое правильно построенное определение является теоремой S_2; такие определения являются эквивалентностями).

Заметим, что импликация может быть определена в S_2 в терминах эквивалентности и конъюнкции как

$\forall p,q((p \to q) \equiv ((p \wedge q \equiv p))$,

где конъюнкция, в свою очередь, может быть определена двумя способами:

D1. $\forall p,q(p \wedge q \equiv \forall f(p \equiv (f(p) \equiv f(\mathrm{q})))$.

D2. $\forall p,q(p \wedge q \equiv \forall f(p \equiv (\forall r(p \equiv f(r)) \equiv \forall r(q \equiv f(r))))$.

Доказано, что система S_2 полна и все теоремы системы S_1 будут теоремами S_2. Таким образом, все три системы Прототетики полны и, вдобавок, эквивалентны друг другу.

Много усилий было приложено, чтобы упростить аксиому Прототетики. Самая короткая из известных единственных аксиом Прототетики выглядит следующим образом:

$\forall p,q(p \equiv \mathrm{q}) \equiv \forall f(f(p,f(p,\forall u(u))) \equiv \forall r((f(q,r) \equiv (q \equiv p)))$

Она была получена в 1945 г. и впервые опубликована Б. Собоциньским[71].

Онтология

Единственным примитивным термином системы Онтологии Лесьневского является глагол «есть», образованное от которого причастие «бытие» соответствует греческому «$o\nu$» (произв. от «$o\nu\tau o\sigma$»). «Есть» всегда появляется в теоремах элементарной Онтологии как часть выражений типа $x\varepsilon S$, где «x» и «S» – номинальные переменные. Примерами подобных высказываний могут служить единичные выражения типа «Уран – планета», «Гамлет является героем трагедии Шекспира», «Кит – млекопитающее» и т. п.

При всех разночтениях[72], обязательным условием правильного понимания сингулярного высказывания $x\varepsilon S$, согласно Лесьневскому, является его истинность только в том случае, если его субъектом является единичное имя. Отсюда, если субъектом является пустое или общее имя, то это высказывание – ложно.

Напрашивающееся сравнение примитивного термина Онтологии с символом «∈» теории множеств, обозначающим отношение объекта к множеству, элементом которого он является, сводится по существу к рассмотрению отношения между теорией деления объектов на логические типы и теорией семантических категорий. Е. Слупецкий пишет в этой связи: «Аналогия между ними становится ясной, если мы допустим, что каждой константе пропозиционального исчисления отвечает объект, именем которого она является, и что два объекта имеют один и тот же логический тип тогда и только тогда, когда их имена принадлежат к одной и той же семантической категории. Примитивный термин онтологии по своему значению наиболее близко стоит к символу «∈», когда он используется для обозначения отношения принадлежности между индивидом и множеством индивидов. Но даже тогда значения этих символов существенно различны, поскольку символ «∈» служит для обозначения отношения между объектами различных логических типов, в то время как символ «ε» является функтором, чьи аргументы принадлежат к одной и той же семантической категории»[73].

Единственная аксиома Онтологии, которая добавляется к Прототетике, была сформулирована Лесьневским впервые в 1920 г. и впоследствии неоднократно упрощалась как самим Лесьневским, так и его учениками. Она выглядит следующим образом:

$x\varepsilon X \equiv \exists y(y\varepsilon x) \wedge \forall y,z(y\varepsilon x \wedge z\varepsilon x \to y\varepsilon z) \wedge \forall y(y\varepsilon x \to y\varepsilon X)$

Следует заметить, что большие (M,P,S,X,Y,Z) и маленькие (x,y,z,t,n) буквы представляют собой переменные одной и той же семантической категории. Лесьневский использует два вида переменных лишь для того, чтобы сделать более понятными теоремы Онтологии. Большие буквы используются в теоремах, чей интуитивный смысл становится более ясным после подстановки общих имен вместо переменных, в то время как вместо маленьких букв мы подставляем единичные имена. Поскольку маленькие и большие буквы являются переменными одной и той же категории, то вместо больших букв мы можем употреблять маленькие и, наоборот, вместо маленьких – большие.

Смысл единственной аксиомы Онтологии можно передать следующим образом. Как видим, по правую сторону знака эквивалентности у нас имеется конъюнкция трех выражений:

(1) $\exists y(y\varepsilon x)$

(2) $\forall y,z(y\varepsilon x \wedge z\varepsilon x \to y\varepsilon z)$

(3) $\forall y(y\varepsilon x \supset y\varepsilon X)$.

Высказывания (1), (2’’), (3) можно перевести на обыденный язык следующим образом:

некоторый предмет есть x;

любые два предмета, которые являются x, тождественны;

все, что есть x, является также и X.

Заметим сразу, что в Онтологии показывается, что аксиома Онтологии верна, даже если x или X являются пустыми именами.

В определениях элементарной Онтологии определяемый символ не должен совпадать ни с одним из символов, ранее введенных в систему. При этом язык элементарной Онтологии ограничивает диапазон терминов, вводимых в систему путем определения, до номинальных констант и номинальных или пропозициональных функторов от номинального аргумента.

Схема определений для пропозициональных функторов выглядит следующим образом:

$\varphi(x_1,x_2,...,x_n) \equiv \alpha$,

где φ есть определяемый термин, буквы $x_1,x_2,...,x_n$ являются номинальными переменными, а α – пропозициональным выражением элементарной Онтологии. Следующей является схема определения номинального функтора

$x_0 \varepsilon \psi(x_1,x_2,...,x_n) \equiv x_0 \varepsilon x_i \wedge \alpha \qquad 0 \leq i \leq n.$

Здесь определяемым термином является ψ, буквы $x_1,x_2,...,x_n$ являются номинальными переменными, а α – пропозициональным выражением элементарной Онтологии. Наконец, схема определения номинальной константы выглядит следующим образом:

$x \varepsilon X \equiv x \varepsilon x \wedge \alpha.$

Здесь определяемым термином является X, переменная x есть номинальная переменная, а α является пропозициональным выражением элементарной Онтологии.

Особенность правил вывода с использованием кванторов в Онтологии состоит в использовании букв с индексом (например, y_1) для переменных, фигурирующих не в теоремах Онтологии, но лишь в таких выражениях доказательства, которые не являются ни посылками, ни последними выражениями в доказательстве. Интуитивно они обозначают произвольные, но фиксируемые имена. Так, схема правила опускания квантора имеет вид:

$$\mathrm{O}\Sigma.\ \frac{\exists x(\alpha(x))}{\alpha(y_1/x)}\ .$$

Переменная y_1 здесь не должна совпадать ни с одной переменной, появляющейся в предшествующих выражениях доказательства. Это правило основывается на следующем интуитивном соображении: если посылка этого правила истинна, то тогда некоторые имена, подставляемые вместо переменной x, преобразуют эту посылку в истинное высказывание. Если наша переменная стоит вместо любого из этих имен, то высказывание $\alpha(y_1/x)$ очевидным образом истинно. Условие, которому должна удовлетворять переменная y_1, необходимо постольку, поскольку имя, которое превращает $\alpha(x)$ в истинное высказывание, может отличаться от всех имен, фигурирующих на предшествующих этапах доказательства.

На схему правила введения квантора общности, которая имеет вид

DП. $\dfrac{\alpha(x)}{\forall x\alpha(x)}$

накладывается то ограничение, что переменная x не должна появляться в посылках доказательства. Интуитивно это следует из того, что переменные, появляющиеся в посылках, не должны стоять вместо произвольных имен, но лишь вместо таких, которые превращают эти выражения в истинные высказывания. Помимо этого вводится второе ограничение, согласно которому переменная x не должна появляться в предшествующих выражениях доказательства, содержащих, наряду с x, переменные с индексом. Это вызвано тем обстоятельством, что в выражениях, содержащих, например, y_1, переменная x должна стоять только вместо таких имен, которые вместе с y_1 превращают данное выражение доказательства в истинное высказывание.

Смысл единственной аксиомы Онтологии также обычно передают с помощью следующих определений:

$Ex(X) \equiv \exists x(x\varepsilon X)$

$Sol(x) \equiv \forall y,z(y\varepsilon x \wedge z\varepsilon x \rightarrow y\varepsilon z)$

$xaX \equiv \forall y(y\varepsilon x \rightarrow y\varepsilon X)$,

которые читаются как «существует, по меньшей мере, один X», «существует самое большее один X» и «всякий x есть X» (т.е. один из терминов аристотелевской силлогистики). Если воспользоваться этими определениями, то аксиома Онтологии может быть передана как

$x\varepsilon X \equiv \mathrm{Ex}(X) \wedge Sol(x) \wedge xaX.$

К законам Онтологии принадлежит следующий закон тождества:

$x\varepsilon X \rightarrow x\varepsilon x.$

Заметим, что здесь невозможно удалить антецедент, поскольку выражение $x\varepsilon x$ превращается в ложное высказывание, если подставить в него пустое или общее имя вместо переменной x. Фундаментальным законом Онтологии называется теорема

$x\varepsilon X \wedge y\varepsilon x \rightarrow x\varepsilon y$

Она позволяет преобразовать любое единичное высказывание, если его субъектом является субъект произвольного истинного единичного высказывания.

Понятие объекта в Онтологии вводится с помощью определения

$x \varepsilon V \equiv \exists X(x \varepsilon X)$,

которое читается как «x есть объект». Термин V, введенный Лесьневским как полное имя, соответствует термину, обозначающему универсальный класс индивидов. Следующие теоремы передают смысл термина V:

$x \varepsilon X \rightarrow x \varepsilon V$ («если x есть что-нибудь вообще, то x является объектом»)

$x \varepsilon V \equiv x \varepsilon x$ (этой теоремой можно заменить определение объекта)

$x a V$ (эта теорема соответствует теореме алгебры множеств, устанавливающей, что множество индивидов содержится в универсальном классе).

В Онтологии с помощью определений можно ввести два отношения равенства: экстенсиональное равенство и тождество. Эти определения выглядят следующим образом:

$X =_Z Y \equiv \forall x(x \varepsilon X \equiv x \varepsilon Y)$

$x = y \equiv x \varepsilon y \wedge y \varepsilon x.$

Первое из них читается как «X и Y равнообъемны, экстенсионально равны», например: экстенсионал «равностороннего прямоугольника» равен экстенсионалу «квадрата». Выражение «$X =_Z Y$» может быть преобразовано в истинное высказывание путем подстановки общего, пустого или единичного имени вместо переменных. Выражение же «$x = y$» становится истинным высказыванием только после подстановки единичных имен вместо переменных. Оба отношения симметричны и транзитивны, экстенсиональное равенство также рефлексивно.

Выражение «$x = x$» не является теоремой элементарной Онтологии, поскольку после подстановки в него пустого или общего имени вместо переменной x оно становится ложным высказыванием. Однако следующее выражение является теоремой Онтологии:

$x \varepsilon V \rightarrow x = x.$

Связь между экстенсиональным равенством и тождеством устанавливают следующие теоремы:

$x = y \equiv x \varepsilon V \wedge x =_Z y$

$x \varepsilon V \rightarrow (x = y \equiv x =_Z y).$

Среди теорем элементарной Онтологии Лесьневский выделял те, которые имеют аналоги в алгебре множеств. Класс этих теорем получил название алгебры имен. Различие между алгеброй множеств и алгеброй имен заключается в том, что в то время как переменные в первой из них представляют множества, переменные во второй являются номинальными переменными. Онтологическими аналогами терминов, обозначающих равенство множеств, включение множеств и универсального множества являются: термин, обозначающий экстенсиональное равенство, термин a

аристотелевской силлогистики и универсальное имя V. Дальнейшие определения алгебры имен выглядят следующим образом:

$x\varepsilon\Lambda \equiv x\varepsilon x \wedge \neg(x\varepsilon x)$ (x есть не-объект)

$x\varepsilon X+Y \equiv x\varepsilon x \wedge (x\varepsilon X \vee x\varepsilon Y)$ (x есть либо X либо Y)

$x\varepsilon X\circ Y \equiv x\varepsilon X \wedge x\varepsilon Y$ (x есть X и Y)

$x\varepsilon X' \equiv x\varepsilon x \wedge \neg(x\varepsilon X)$ (x есть не-X).

Следующие теоремы непосредственно связаны с этими определениями:

$x\varepsilon\Lambda \equiv x\varepsilon V \wedge \neg(x\varepsilon x)$

$x\varepsilon X' \equiv x\varepsilon V \wedge \neg(x\varepsilon X)$

$x\varepsilon V \rightarrow (x\varepsilon X' \equiv \neg(x\varepsilon X)$.

Пусть α^* обозначает результат замены символов 1,0 и p_i в выражении α на $x\varepsilon$V, $x\varepsilon\Lambda$ и $x\varepsilon X_i$ соответственно и пусть X_α обозначает номинальное выражение, полученное заменой символов 1,0,$\vee$,$\wedge$,$\neg$ и p_i в выражении α на V,Λ,+,$\circ$,$'$ и X_i соответственно. Например, выражение $\neg(p_1 \wedge 1) \vee p_2$ после подстановок дает нам следующие выражения α^* и X_α соответственно:

$\neg(x\varepsilon X_1 \wedge x\varepsilon V) \vee x\varepsilon X_2$

$(X_1\circ V)' + X_2.$

Следующие теоремы имеют место:

для любого выражения α *выражение* $x\varepsilon V \rightarrow (\alpha^* \equiv x\varepsilon X_\alpha)$ *является теоремой элементарной Онтологии;*

если выражение $\alpha \rightarrow \beta$ *является теоремой пропозиционального исчисления с константами* 1 *и* 0, *то выражение* $X_\alpha a X_\beta$ *является теоремой элементарной Онтологии;*

если выражение $\alpha \equiv \beta$ *является теоремой пропозиционального исчисления с константами* 1 *и* 0, *то выражение* $X_\alpha =_Z X_\beta$ *является теоремой элементарной Онтологии.*

Для построения неэлементарной Онтологии, теоремы которой могут включать функторы любого порядка, нет необходимости ни во введении новых аксиом, ни в добавлении новых примитивных терминов к системе. Однако следует усилить правила вывода элементарной Онтологии, в частности обобщить правило подстановки таким образом, чтобы расширить диапазон выражений, которые мы можем подставить вместо переменных, так же как и самих переменных.

Существенному изменению подвергаются в неэлементарной Онтологии и правила введения определений, в частности появляются новые определения, с помощью которых определяются только функторы. Сами по себе схемы определений не претерпевают существенных изменений, однако теперь функторы могут зависеть от параметров. Чтобы выделить эти параметры, Е. Слупецкий применяет скобки специальной формы.

Особое значение приобретает теперь правило экстенсиональности, согласно которому любое выражение специальной формы может быть присоединено к системе независимо от того, какие теоремы были получены до сих пор (Б. Собоциньский в своих лекциях даже называл *элементарной Онтологией* ту часть Онтологии, которая может быть получена без использования правила экстенсиональности). Е. Слупецкий называет выражения, присоединенные к системе на основе правила экстенсиональности, *законами экстенсиональности*. Они представляют собой импликации, консеквент которых имеет следующую структуру:

$$\forall\Phi(\Phi(\varphi) \equiv \Phi(\psi)),$$

где переменная Φ представляет собой пропозициональный функтор одного аргумента. Форма антецедента в законах экстенсиональности зависит от семантической категории переменных φ и ψ. Если это номинальные переменные, отличающиеся по форме от x, то антецедент закона экстенсиональности имеет следующую структуру:

$$\forall x(x\varepsilon\varphi \equiv x\varepsilon\psi).$$

В случае, если это номинальные функторы, антецедент выглядит как

$$\forall x,\alpha_1,...,\alpha_k(x\varepsilon\varphi(\alpha_1,...,\alpha_k) \equiv x\varepsilon\psi(\alpha_1,...,\alpha_k)),$$

где $\alpha_1,...,\alpha_k$ являются аргументами одновременно φ и ψ. Для пропозициональных функторов мы получаем

$$\forall\alpha_1,...,\alpha_k(\varphi(\alpha_1,...,\alpha_k) \equiv \psi(\alpha_1,...,\alpha_k)).$$

Если воспользоваться следующим определением:

$$x\varepsilon stsf(\varphi) \equiv x\varepsilon V \wedge \varphi(x),$$

которое читается как «объект x выполняет свойство φ», то можно доказать теорему

$$x = y \rightarrow \forall\varphi(\varphi(x) \equiv \varphi(y))$$

которую Лесьневский называл законом экстенсиональности для тождества. С содержательной и формальной точек зрения эта теорема родственна теореме, добавляемой к системе на основе правила экстенсиональности. Тем не менее, она доказывается без использования этого правила. Это обстоятельство, как пишет Е. Слупецкий[74], побудило Лесьневского предпринять семантическое исследование подобных интенсиональных функций, чтобы устранить эти функции из обыденного языка без существенного упрощения последнего (Лесьневский посвятил проблеме интенсиональных функций специальный курс лекций, озаглавленный «Интенсиональные функции в дедуктивных языках»).

Другое определение, связанное с понятием свойства, выглядит следующим образом:

$$prpr(\Phi) \equiv \forall x(\Phi(x) \to x\varepsilon V).$$

Оно читается как «Φ есть свойство» или «Φ есть множество индивидов» (как следует из правой части определения, Φ(x) истинно, только если x есть объект). Используя это определение, вводится другое, играющее важную роль в неэлементарной Онтологии:

$$\varphi\varepsilon\Phi \equiv prpr(\varphi) \wedge prpr(\Phi) \wedge \exists x\, \varphi(x) \wedge \forall x,y(\varphi(x) \wedge \varphi(y) \to x = y) \wedge$$
$$\forall x(\varphi(x) \to \Phi(x))$$

(«единичное множество индивидов φ включается во множество индивидов Φ»).

Используя эти определения, доказывается следующая теорема:

$$\varphi\varepsilon\Phi \equiv \exists\psi(\psi\varepsilon\varphi) \wedge \forall\psi,\chi(\psi\varepsilon\varphi \wedge \chi\varepsilon\varphi \to \psi\varepsilon\chi) \wedge \forall\psi(\psi\varepsilon\varphi \to \psi\varepsilon\Phi).$$

Как нетрудно видеть, эта теорема аналогична аксиоме Онтологии, что показывает, что теоремы Онтологии остаются справедливыми, если мы интерпретируем примитивные термины системы как символ включения единичного множества индивидов во множество индивидов. С другой стороны, эту теорему можно понимать так, что наш новый эпсилон-символ, введенный определением, играет роль основной связки Онтологии для выражений любой семантической категории. Важным свойством неэлементарной Онтологии в этой связи является то, что для каждой семантической категории языка Онтологии возможно построить фрагмент системы, теоремы которой аналогичны теоремам элементарной Онтологии.

Как и в Прототетике, в Онтологии Лесьневского определения носят креативный характер[75], что затрудняет сравнение Онтологии со стандартными логическими системами, в которых добавление определений не приводит к существенным расширениям теории. Б. Иванусю удалось перестроить элементарную Онтологию таким образом, что определения уже не приводят к существенному и неконсервативному расширению исходной системы[76]. Он рассматривает Онтологию как первопорядковую систему, т.е. основанную на предикатном исчислении без равенства. К обычной аксиоме Онтологии при этом добавляются две аксиомы (номинального отрицания и объединения):

$$\exists X\forall x(x\varepsilon X \equiv x\varepsilon x \wedge \neg(x\varepsilon Z)$$
$$\exists X\forall x(x\varepsilon X \equiv x\varepsilon Z \wedge x\varepsilon Y).$$

В. Рики упоминает в этой связи неопубликованный результат Собоциньского[77]. Последний предлагает различать слабую креативность и сильную креативность. От первой можно избавиться, если переформулировать правило подстановки. Ясно, что Онтология содержит бесконечно много подобных определений. Вопрос заключается в том, содержит ли Онтология бесконечно много сильно креативных определений.

Что касается непротиворечивости системы Онтологии, то еще в 1925 году один из участников семинара С. Лесьневского, З. Крушевский, доказал, что если Прототетика является непротиворечивой, то Онтология также непротиворечива[78]. Доказательство получается путем замены номинальных переменных пропозициональными, а эпсилон-символа на знак конъюнкции.

Дж. Кэнти в 1969 г. показал, что теорема Гёделя о неполноте применима к Онтологии, если усилить Онтологию аксиомой, устанавливающей существование бесконечно многих индивидов[79]. Подобная аксиома понадобилась для доказательства аналогов постулатов Дж. Пеано в Онтологии. Однако существует и более сильный результат, о котором В. Рики сообщил Б. Собоциньский: если существует в точности n индивидов, то Онтология сильно полна. В то же время, если добавить к Онтологии аксиому, устанавливающую существование конечного числа индивидов, то система не будет сильно полной, поскольку невозможно доказать ни существования двух индивидов (т.е. $\exists x,y(x \neq y)$), ни его отрицания[80].

Интересный результат об аксиоме выбора в Онтологии был получен Дэвисом в 1975 г.[81]. Он показал, что аксиома выбора может быть выражена в Онтологии двумя эквивалентными способами:

$$\exists f \forall x,X(x \varepsilon X \to f(x) \varepsilon X)$$

$$\exists f \forall x,\theta(\theta(x) \to \theta(f(x)))$$

Второй из них более интересен, поскольку категория x не определена и поэтому мы получаем аксиому выбора с функторами произвольной семантической категории. Само по себе удивительно, что аксиома выбора допускает такую простую форму. Первая формулировка также пригодна для случая произвольной семантической категории, если рассматривать эпсилон-символ из приведенных выше формулировок неэлементарной Онтологии.

Помимо этого, как показал Дж. Ковальский, аксиома выбора, лемма Цорна и принцип вполне упорядочения в Онтологии эквивалентны[82]. Он сформулировал правило вывода в стиле Лесьневского, которое позволяет добавлять аксиому выбора для любого семантического типа. Следует заметить, что если это тип Прототетики, т.е. тип S, то аксиома выбора доказуема в Прототетике.

Семантика для Онтологии была построена в 1981 г. З. Стахняком в его работе «Введение в теорию моделей для Онтологии Лесьневского»[83]. Трудности на этом пути связаны с тем обстоятельством, что согласно оригинальной формализации любой функтор категории, отличной от категории пропозициональных функторов с двумя номинальными аргументами, может быть представлен в теоремах Онтологии только если эта категория уже была предварительно введена в систему с помощью определений. Это приводит к тому, что введение новой категории вызывает изменение алфавита языка, правил вывода и множества правильно построенных предложений и формул.

В работе Стахняка применяются стандартные методы, а представление любой категории в теоремах Онтологии гарантируется конструкцией множества правильно построенных формул и определением оператора присоединения следствий для рассматриваемой системы. Понятие модели основывается на понятии атомной булевой алгебры, обогащенной так называемым ε-полным множеством функций и отношений алгебры, при этом эпсилон-символ Онтологии интерпретируется как бинарное отношение $\underline{\varepsilon}_A$, такое, что $\langle a,b\rangle \in \underline{\varepsilon}_A$ тогда и только тогда, когда a есть атом и $a+b = b$.

Основные возражения против подобной семантики связаны с применением стандартных теоретико-множественных методов, поскольку Онтология Лесьневского (как и ее расширение – Мереология) представляет собой альтернативу теории множеств и поэтому ее внутренние модели (т. е. построенные с помощью синтаксического расширения исходной интерпретируемой системы) принципиально должны носить, по крайней мере, мереологический характер[84].

Мереология

Как пишет Б. Собоциньский, «невероятно трудно дать точную характеристику Мереологии без того, чтобы не написать книгу вместо статьи. Весьма обще Мереология может быть описана как дедуктивная теория, которая исследует наиболее общие отношения между объектами (например, физическими объектами). Мереология может рассматриваться как теория коллективных классов в противоположность Онтологии, которая является теорией дистрибутивных классов. Одна из принципиальных целей теории — анализ и определение значения термина «класс», чья неопределенность оказывается источником не только расселовых антиномий, но также и иных различных недоразумений в логике»[85].

Различие между коллективными и дистрибутивными классами можно проиллюстрировать следующим образом. Рассмотрим выражение «класс территориальных единиц Российской Федерации». В коллективном смысле это выражение обозначает физический объект, состоящий из Тверской, Ярославской, Курской, Орловской и других областей и районов. Этот объект необязательно должен быть непрерывным и между некоторыми его элементами могут существовать провалы. Каждая область является элементом класса и то же самое можно сказать о районах областей, выделяя их в произвольном порядке. Если мы интерпретируем «класс территориальных единиц Российской Федерации» в дистрибутивном смысле, то тогда будет правильным говорить, что Тверская область является элементом класса, но мы сделаем ошибку, если мы предположим, что районы Тверской области также являются элементами класса. Наоборот, в коллективном смысле не только Тверская область является элементом нашего класса, но и район и города и районы городов также являются элементами класса «территориальных единиц Российской Федерации» (в коллективном смысле слова «элемент»).

Мереология Лесьневского как теория отношений «часть – целое» основывается на единственном примитивном термине *pr* типа *N*/*N*, как в $A\varepsilon pr(B)$ («*A* есть часть *B*»). По мнению Собоциньского «в Мереологии выражение “*A* есть часть *B*“ не следует понимать как в его логическом или теоретико-множественном значении, но скорее в классическом и схоластическом смысле, когда часть не может быть равна целому»[86].

Оригинальная аксиоматизация Мереологии, которую Лесьневский дал в 1916, состоит из следующих аксиом:

$x\varepsilon pr(y) \wedge y\varepsilon pr(z) \to x\varepsilon pr(z)$

$x\varepsilon pr(y) \to \neg y\varepsilon pr(x)$

$x\varepsilon pr(y) \to y\varepsilon y$

$x\varepsilon \mathrm{Kl}(Y) \wedge z\varepsilon \mathrm{Kl}(Y) \to x=z$

$x\varepsilon Y \to \exists z(z\varepsilon \mathrm{Kl}(Y))$,

если воспользоваться определениями

$x\varepsilon \mathrm{el}(y) \equiv x\varepsilon x \wedge x\varepsilon pr(y) \vee x=y$ («быть элементом»)

$x\varepsilon \mathrm{Kl}(Y) \equiv x\varepsilon x \wedge \forall z(z\varepsilon Y \to z\varepsilon \mathrm{el}(x)) \wedge \exists z(z\varepsilon \mathrm{el}(x) \to \exists r,t(r\varepsilon Y \wedge t\varepsilon \mathrm{el}(z) \wedge t\varepsilon \mathrm{el}(r)))$

(«быть коллективным или мереологическим классом»),

удалив при этом избыточное выражение $\exists z\ (z\varepsilon Y)$ из определения класса.

Первые три аксиомы устанавливают, что отношение *pr* является транзитивным, антисимметричным и что только индивиды имеют части. Следующие аксиомы утверждают, что классы уникальны и что мы можем сформировать класс вещей, обозначенный любым непустым именем.

Из трех систем Лесьневского Мереология наиболее популярна и ей посвящена обширная литература. Это, возможно, связано с тем обстоятельством, что сам Лесьневский опубликовал больше всего работ на эту тему. Но следует учесть, что в основном они написаны в «предсимволический» период, когда он использовал в своих работах только естественный язык, не прибегая ни к каким формализмам.

Непротиворечивость вышеприведенной системы аксиом была доказана Лесьневским с помощью интерпретации в теории действительных чисел, но доказательство не было опубликовано. Однако, как пишет Собоциньский, даже без обсуждения последних результатов ясно, что эта система аксиом неполна. В работе Ч. Леевского можно найти интерпретацию Мереологии в Прототетике, при этом функтор el интерпретируется как функтор утверждения[87]. Отсюда следует, что Мереология непротиворечива, если непротиворечива система Прототетики.

Лесьневский показал, что функторы el и Kl могут быть использованы в качестве единственных примитивных функторов Мереологии, а в 1920 г. он сконструировал систему аксиом с el в качестве единственного примитивного термина. В 1930 г. Я.Ф. Древновский построил более простую систему аксиом этого рода, но этот результат не был опубликован[88]. Похожей системы для Kl построить не удалось.

Следующий важный мереологический функтор можно ввести с помощью определения

$$x\varepsilon\mathrm{extr}(y) \equiv x\varepsilon x \wedge \exists z(z\varepsilon\mathrm{el}(y)) \wedge \forall z(z\varepsilon\mathrm{el}(y) \rightarrow \neg z\varepsilon\mathrm{el}(x)).$$

Выражение $x\varepsilon\mathrm{extr}(y)$ читается «x находится вне y». Это означает, что x и y не имеют общих элементов. Лесьневский не только доказал, что функтор extr может использоваться как единственный примитивный функтор Мереологии, но и построил в 1921 г. соответствующую систему аксиом.

Помимо этого, каждый из следующих функторов, определимых в Мереологии, может служить в качестве единственного примитивного термина теории:

$$x\varepsilon\mathrm{cl}(Y) \equiv x\varepsilon x \wedge \forall z(z\varepsilon\mathrm{el}(x)\rightarrow\exists r,t(r\varepsilon Y \wedge r\varepsilon\mathrm{el}(x) \wedge t\varepsilon\mathrm{el}(r) \wedge t\varepsilon\mathrm{el}(z))$$

$$x\varepsilon\mathrm{Cmpl}(y,z) \equiv y\varepsilon\mathrm{el}(z) \wedge x\varepsilon\mathrm{Kl}(\mathrm{el}(z) \circ \mathrm{extr}(y))$$

$$x\varepsilon y \oplus z \equiv x\varepsilon\mathrm{Kl}(y+z) \wedge y\varepsilon\mathrm{extr}(z)$$

$$x\varepsilon\mathrm{Sm}(Y) \equiv x\varepsilon\mathrm{Kl}(Y) \wedge \forall z,t(z\varepsilon Y \wedge t\varepsilon Y \rightarrow z = t \vee z\varepsilon\mathrm{extr}(t))$$

Здесь первое определение вводит понятие «совокупности Y-ов». Совокупность Y-ов является объектом, состоящим из суммы Y-ов. В отличие от класса Y-ов, совокупность не должна включать все Y-и.

Во втором определении $x\varepsilon\mathrm{Cmpl}(y,z)$ читается как «x есть дополнение y по отношению к z», что означает, что x вместе с y, который находится вне него, формирует третий объект z. Другими словами, если мы отделим от объекта z объект y, то оставшаяся часть будет z.

Третье определение говорит, что x состоит из двух объектов, y и z, один из которых находится вне другого.

В четвертом определении выражение $x\varepsilon\mathrm{Sm}(Y)$ («x есть сумма Y-ов») означает, что Y-и дискретны по отношению друг к другу и что x есть их класс.

Важным понятием Мереологии является понятие универсума, которое вводится следующим определением:

$$x\varepsilon\mathrm{U} \equiv \forall x(x\varepsilon\mathrm{Kl}(V)).$$

Выражение $x\varepsilon\mathrm{U}$ может читаться «x есть универсум», а определение показывает, что в Мереологии мы определяем понятие универсума как коллективного класса всех существующих вещей. В Мереологии доказывается множество теорем, касающихся универсума. Например, следующая теорема

$x\varepsilon\mathrm{U} \equiv x\varepsilon x \wedge \forall y(xa\mathrm{extr}(x) \rightarrow xa\Lambda)$,

которая была неизвестна Лесьневскому, говорит, что x является универсумом тогда и только тогда, когда все, что находится вне него, является несуществующим.

Мереология была использована А. Тарским в работе 1929 г. в качестве основания геометрии твердых тел[89]. Он воспользовался понятием твердой сферы в качестве примитивного термина, затем с помощью определений ввел понятие концентрических сфер и, наконец, определил дистрибутивный класс концентрических сфер. Позднее его определение и аксиоматика были усовершенствованы С. Яськовским[90].

Близкая к Мереологии теория была построена Г. Леонардом и Н. Гудменом в 1940 г.[91] Взаимоотношение Мереологии и исчисления индивидов этих авторов еще требует дальнейшего исследования, однако уже сейчас ясно, что последнее является подсистемой Мереологии.

Что касается семантики Мереологии, то по этому поводу А. Тарский в 1935 г. писал следующее: «Формальное различие между мереологией и расширенной системой булевой алгебры сводится к одному пункту: аксиомы мереологии влекут (при допущении существования по меньшей мере двух различных индивидов), что нет индивидного соответствия с нулем булевой алгебры, т. е. индивидом, который является частью каждого другого индивида. Если множество B элементов (вместе с отношением включения) образует модель расширенной системы булевой алгебры, то, удаляя нулевой элемент из B, мы получаем модель мереологии; если, наоборот, множество C является моделью мереологии, то, добавляя новый элемент к C и постулируя, что этот элемент находится в отношении включения к каждому элементу C, мы получаем модель для расширенной системы булевой алгебры. Наряду с этими формальными отличиями и подобиями следует подчеркнуть, что мереологию, как был убежден ее автор, не следует рассматривать как формальную теорию, в которой примитивные понятия могут допускать много различных интерпретаций»[92].

Комментируя это утверждение, Р. Клей[93] пишет, что оно было «доказано» А. Гжегорчиком в 1955 году[94]. Слово «доказано» заключено здесь в кавычки не потому, что доказательство Гжегорчика неверно, но потому, что система, которую он описывает как Мереологию, фактически Мереологией Лесьневского не является. В своей работе Клей тщательно анализирует этот вопрос и показывает некорректность результата Гжегорчика.

О лесьневскианских формальных онтологиях

Хорошо известен тот факт, что Лесьневский получил все результаты, опираясь на свою специфическую интуицию и свои взгляды. Оригинальность философских оснований его систем кажется настолько поражающей воображение, что эти системы рассматриваются исключительно как объекты методологических и исторических исследований.

С другой стороны, необычная судьба наследия Лесьневского способствовала тому, что его исследования остались в стороне от основного направления логических разработок последних десятилетий нашего столетия. Тем не менее, представляется неверным оставлять системы Лесьневского в стороне от неклассических систем современной логики. Какая бы интуиция ни лежала в основе замысла создателей формальных систем, эти системы зачастую живут своей собственной независимой жизнью и обладают свойствами, выходящими далеко за рамки первоначального намерения их создателя. Должны ли системы Лесьневского быть исключением из правила?

В связи с этим, по-видимому, представляется более уместным говорить о гипотетических расширениях как о лесьневскианских системах (термин образован по аналогии с терминами «гегельянские», «кантианские» и т.д., что указывает на их принадлежность не Гегелю и Канту, а их последователям). В сущности, этот термин будет, с одной стороны, указывать на расхождение намерений исследователя с намерениями Лесьневского, а с другой стороны, – позволит ему прибегнуть в случае необходимости даже к перестройке самих систем Лесьневского. Если, наконец, вернуться к ранее рассмотренной особенности Онтологии Лесьневского как логического исчисления и системы формальной онтологии одновременно, то в этой связи можно сказать, что в дальнейшем с семантической точки зрения речь должна идти о расширении тем или иным способом базисной булевой структуры, лежащей в основе модели Онтологии. Предметная область лесьневскианских расширений Онтологии при этом должна быть расширена именно за счет внутренней структуры, не проясняемой с помощью отношений и функций, заданных на ней и согласованных с нею.

С другой стороны, можно получить расширение Онтологии, пополняя ее прототетическую часть. Например, такое как системы модального исчисления имен, предложенные С. Лебедевой[95]. Ее система $O_Ł$, основанная на четырехзначной модальной логике Лукасевича (со всеми недостатками последней), представляющая собой по сути дела *модальную лесьневскианскую онтологию*, получается добавлением к Онтологии следующих схем аксиом:

AŁ1. $\alpha \to \Diamond\alpha$

AŁ2. $(\alpha \to \beta) \to (\Diamond\alpha \to \Diamond\beta)$

AŁ3. $\Diamond\exists x\alpha(x) \to \exists x\Diamond\alpha(x)$

AŁ4. $\forall x\Diamond\alpha(x) \to \Diamond\forall x\alpha(x)$.

Переменные α и β, появляющиеся в AŁ1-AŁ2, представляют собой произвольные пропозициональные выражения системы модальной Онтологии. Символ $\alpha(x)$, появляющийся в AŁ3-AŁ4, представляет собой произвольное пропозициональное выражение системы, содержащее номинальную переменную x.

Ввиду наличия модального оператора можно прибегнуть к конструированию семантики по методу Скотта, в которой предметная область будет включать в себя, помимо действительных объектов, также возможные и виртуальные объекты. В этой разнородной предметной области, благодаря ее частичной упорядоченности как предметной области семантики Онтологии Лесьневского, мы получаем системы точек соотнесения двух видов: возможные и действительные. Другими словами, мы получаем два типа ультрафильтров: состоящие из возможных объектов (возможные миры) и действительных объектов (действительный мир). Вводя отношения достижимости на возможных мирах, можно определять модальные операторы стандартным образом.

А. Прайор отметил, что мы также можем придерживаться стандартной временной логики, как и очень простой кванторной теории, если мы имеем дело вообще не с расселовскими индивидными именами-переменными, но лишь со средствами косвенной отсылки к индивидам, как в Онтологии Лесьневского[96]. В этом случае «a есть объект» может быть определено как $\exists x(a\varepsilon x)$, но нам необходимо различать термин «объект, который будет a, есть b» и высказывание «Будет так, что a есть b», т. е. $fa\varepsilon b$ и $F(a\varepsilon b)$. Подобным образом, «Не всегда было так, что a существует», $\exists x\neg H(x\varepsilon a)$, эквивалентно «Некогда было ложно, что a существует», $\exists x\neg P(x\varepsilon a)$; но ни первое из них не эквивалентно «a есть объект-существовавший-не-всегда», $\exists x(x\varepsilon(ha)')$, ни второе – «$a$ есть объект-некогда-не-существовавший», $\exists x(x\varepsilon p(a'))$.

Добавляя к прототетике соответствующие аксиомы и правила вывода, описывающие действие операторов F и H, можно получить версию временной онтологии первого рода. Однако существует и другой путь: специальное значение имеет также и другая версия временной Онтологии с терминами *fa*, *pa*, *ga* и *ha* («объект, который будет *a*», «объект, который был *a*», «объект, который всегда будет *a*», «объект, который всегда был *a*»). Развивая лесьневскианский подход, можно попробовать, например, обогащая язык Онтологии за счет данных темпоральных терминов, рассмотреть следующую временную Онтологию, получающуюся добавлением следующих аксиом и правил вывода к Онтологии Лесьневского:

M1. $x\varepsilon fa \vee x\varepsilon fb \to x\varepsilon f(a + b)$

M2. $x\varepsilon ffa \to x\varepsilon fa$

MR1. $\dfrac{x\varepsilon a}{x\varepsilon ga}$

MR2. $\dfrac{x\varepsilon a \leftrightarrow x\varepsilon b}{x\varepsilon fa \to x\varepsilon fb}$

Семантически, заменяя модальные (возможные) объекты на временные объекты и рассматривая миры будущего и прошлого (по аналогии с ультрафильтрами модальной онтологии), можно интерпретировать временные номинальные операторы аналогично тому, как это делается в стандартных системах временной логики[97].

Ситуационная формальная онтология

Не-фрегевская логика

Знаменитая семантическая схема Г. Фреге, приведенная им в статье «О смысле и значении»[98], в терминологии работы Р. Сушко «Отмена фрегевской аксиомы»[99] может быть представлена в виде следующей диаграммы:

$$\begin{tikzcd} s(\varphi) \arrow[dr, "f"'] & \varphi \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & t(\varphi) = 1 \text{ или } 0 \text{ если } \varphi \text{ – предложение} \\ & r(\varphi) \arrow[ur, "g"'] & \end{tikzcd}$$

На диаграмме 1 и 0 представляют собой истину и ложь, φ – имя или предложение, *r*(φ) есть так называемый референт φ (т.е. то, что представлено φ) и *s*(φ) – смысл φ (или способ, которым *r*(φ) представлен φ).

Если φ – предложение, то $t(\varphi)$ = логическое (истинностное) значение φ. Эти параметры соотносятся между собой следующим образом:

(1) $s(\varphi) \neq s(\psi)$ всякий раз, когда $r(\varphi) \neq r(\psi)$

и, для предложений

(2) $r(\varphi) \neq r(\psi)$ всякий раз, когда $t(\varphi) \neq t(\psi)$.

f и g превращают диаграмму в коммутирующую, т.е. для данных s и t существуют такие функции f и g, что

(3) $f(s(\varphi)) = r(\varphi)$

(4) $g(r(\varphi)) = t(\varphi)$

Условие (3) эксплицитно допускалось Фреге и принималось А. Чёрчем[100]. Легко видеть, что существование функции, удовлетворяющей (3) и (4) эквивалентно (1) и (2).

Имея в виду эту функциональную диаграмму, можно переписать так называемую фрегевскую аксиому

(FA) *все истинные (соответственно все ложные) предложения описывают одно и то же, то есть имеют общий референт*

более формально как

(FA) $r(\varphi) = r(\psi)$ *всякий раз, когда* $t(\varphi) = t(\psi)$

что вместе с обращением (1) дает нам условие

(FA′) $r(\varphi) = r(\psi)$ *тогда и только тогда, когда* $t(\varphi) = t(\psi)$

которое, в свою очередь утверждает, что существует в точности два референта предложений (фрегевские 1 и 0). В то же время Фреге не соглашался с обращением (1), тем самым принимая, что для предложений φ, ψ возможно, что

(5) $s(\varphi) \neq s(\psi)$ при $r(\varphi) = r(\psi)$

Р. Сушко был первым, кто отбросил (FA), опираясь при этом на Л. Витгенштейна и считая, что денотатом предложения является то, о чем оно говорит: некоторая «ситуация»[101]. Семантические постулаты его не-фрегевской логики выглядят следующим образом:

S1. Каждое предложение имеет денотат.

S2. Истинные предложения обозначают позитивные факты, в то время как ложные предложения обозначают негативные факты.

S3. Имеют место классические условия истинности, в частности, истинностное значение предложения, построенного с использованием истинностных связок, определяется истинностными значениями его компонент обычным (т. е. принятым в классической логике) образом.

Таким образом, можно предположить, что фрегевское слияние $r(\varphi)$ и $t(\varphi)$ следует понимать как введение функции g^{-1}, такой, что $g^{-1}(g(r(\varphi))) = r(\varphi)$ и $g(g^{-1}(t(\varphi))) = t(\varphi)$. И наоборот, отмена Сушко фрегевской аксиомы приводит к отмене последней: g^{-1} становится запрещенной (или, по крайней мере, не подразумеваемой по умолчанию).

Формулировка системы не-фрегевской логики **SCI** (*the Sentential Calculus with Identity*) Р. Сушко выглядит следующим образом[102]. Логическими константами **SCI** будут $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\equiv$ (связка тождества, кореференциальности). Список аксиом включает в себя аксиомы классической пропозициональной логики, правило *модус поненс* и следующие аксиомы (аксиомы тождества):

а1. $A \equiv A$

а2. $(A \equiv B) \rightarrow (\neg A \equiv \neg B)$

а3. $((A \equiv B) \wedge (C \equiv D)) \rightarrow ((A \otimes C) \equiv (B \otimes D))$ (*где* $\otimes = \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \equiv$)

а4. $(A \equiv B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$

Р. Вуйицкий отказывается от принятия аксиом а2 и а3, апеллируя к тому, что смысл классических логических связок определяется исключительно в терминах логических значений, ввиду чего мы не можем просто переходить от референтов простых выражений к референтам сложных выражений (как это делается в а3, а4), и тем более судить об их совпадении (кореференциальности сложных выражений), не имея в распоряжении соответствующих семантических операций (операций с ситуациями), позволяющих конструировать эти сложные объекты из простых в согласии с нашей интуицией. Его версия системы не-фрегевской логики получается добавлением к классической логике следующих аксиом[103]:

(A1) $A \equiv A$

(A2) $(A \equiv B) \rightarrow (\varphi(B) \equiv \varphi(A))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ *– любые формулы, такие, что* $\varphi(A)$ *получается из* $\varphi(B)$ *замещением некоторых вхождений* A *в* $\varphi(A)$, *на* B)

(A5) $(A \equiv A') \rightarrow (A \leftrightarrow A')$

Точно так же он отказывается принять первопорядковую не-фрегевскую логику в версии Сушко, включающую в себя следующие аксиомы[104]:

*i*4. $\forall x(A \equiv B) \rightarrow (\forall xA \equiv \forall xB)$

*i*5. $\forall x(A \equiv B) \rightarrow (\exists xA \equiv \exists xB)$

Систему первопорядковой не-фрегевской логики Р.Вуйицкого **R-NFL** (ограниченной не-фрегевской логики – *restricted non-fregean logic*), свободную от этого недостатка можно описать следующим образом.

Логическими константами **R-NFL** будут $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\equiv$, $\forall$, $\exists$. Под аксиомой будем понимать подстановочный частный случай любой из схем аксиом классической логики или любой из следующих схем:

1. $x = x$
2. $x = y \rightarrow y = x$
3. $(x = y \wedge y = z) \rightarrow (x = z)$
4. $(x_1 = y_1, \dots, x_{s(i)} = y_{s(i)}) \rightarrow (R_i(y_1, \dots, y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1, \dots, x_{s(i)}))$, $i = 1, \dots, m$

A1. $A \equiv A$

A2. $(A \equiv B) \to (\varphi(B) \equiv \varphi(A))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ *– любые формулы, такие, что* $\varphi(A)$ *получается из* $\varphi(B)$ *замещением некоторых вхождений* A *в* $\varphi(A)$, *на* B)

A3. $x = y \to (A(x) \equiv A(y))$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ *– любые формулы, такие, что* x *и* y *свободны в них и* $A(y)$ *получается из* $A(x)$ *замещением некоторых вхождений* x *в* $A(x)$ *на* y).

A4′. $(A \equiv B) \to (A \leftrightarrow B)$

Еще одну версию не-фрегевской логики можно найти у Питера Акцеля (хотя он сам ее так не называет, говоря об обобщенном пропозициональном исчислении и об обобщенном исчислении предикатов)[105]. Расширяя язык классической логики с помощью двуместной связки $\equiv$ и используя понятие контекста C (это предложения, которые могут содержать нульместную связку * в дополнение к обычным логическим связкам), когда $C[A]$ означает результат подстановки A вместо всех вхождений *, мы получаем пропозициональную систему Акцеля путем добавления к аксиомам и правилам классической логики следующих аксиом:

(REFL) $A \equiv A$

(INV) $(A \equiv B) \to (C[A] \leftrightarrow C[B])$

В системе Акцеля также выводима формула

(TS) $(A \equiv B) \to (A \leftrightarrow B)$,

что делает эту систему внешне похожей на систему не-фрегевской логики Вуйицкого.

То, что об этой системе можно говорить как о версии не-фрегевской логики, становится ясным из анализа исходных положений Акцеля. Он исходит из критики интенсиональной семантики Р. Монтегю Дж. Билером (а также Ю. Зальтой и К.Менцелем), когда последний предлагает преодолеть недостатки концепции Монтегю с помощью «алгебраического» подхода к семантике интенсиональных логик. Данный подход подразумевает трактовку высказываний, свойств и отношений как примитивных понятий, а не как функций из возможных миров в истинностные значения. Развивая этот подход, Акцель каждому свойству P ставит в соответствие пропозициональную функцию, которая отображает каждый объект a в высказывание $\pi(P,a)$, имеющее истинностное значение. Но это очень похоже на то, как делает Вуйицкий для отношений, когда он определяет ситуацию как структуру $(\mathbf{P}_i,\mathbf{a},\mathbf{b},+)$ или $(\mathbf{P}_i,\mathbf{a},\mathbf{b},-)$ для отношений $\mathbf{P}_i$ и объектов $\mathbf{a},\mathbf{b}$ в универсуме модели, когда последний знак понимается как знак базисной ситуации (позитивная или негативная ситуация)[106].

В дальнейшем мы будем иметь дело с системами, основанными на версии ограниченной не-фрегевской логики, предложенной Р. Вуйцицким, что не в последнюю очередь обусловлено построенной им для **R-NFL** семантикой. Кратко ее можно описать следующим образом.

Пусть $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{U},\boldsymbol{R}_1,\ldots,\boldsymbol{R}_n)$ будет моделью **R-NFL**, а именно, $\boldsymbol{M}$ есть реляционная структура типа $(r(1),\ldots,r(s))$. Понятие ситуации в модельной структуре $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{U},\boldsymbol{R}_1,\ldots,\boldsymbol{R}_n)$ описывается следующим образом:

(s1) Положим $r(0) = 2$ и обозначим через $\boldsymbol{R}_0$ отношение тождества на $\boldsymbol{U}$. Пусть $i = 0,1,...,s$ и пусть $\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)}\in\mathbf{U}$. Тогда $(\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)})$ и (**не**-$\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)}$) являются элементарными ситуациями в $\boldsymbol{M}$.

(s2) Если для каждого $t\in T$ Σ_t есть непустое множество элементарных ситуаций в $\boldsymbol{M}$, то $\{\Sigma_t\colon t\in T\}$ является ситуацией в $\boldsymbol{M}$.

(s3) Если S_1 и S_2 – ситуации в $\boldsymbol{M}$, то $(=,S_1,S_2)$ и $(\neq,S_1,S_2)$ являются элементарными ситуациями в $\boldsymbol{M}$.

(s4) Ничто другое не является ни ситуацией, ни элементарной ситуацией.

Каждая (элементарная) ситуация $(\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)})$ представляет собой такую ситуацию, что $\boldsymbol{R}_i(\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)})$. Аналогично ситуации (**не**-$\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)}$), $(=,S_1,S_2)$ и $(\neq,S_1,S_2)$ суть такие ситуации, что не-$\boldsymbol{R}_i(\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)})$, $S_1 = S_2$ и $S_1 \neq S_2$ соответственно. Элементарная ситуация $(\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)})$ ((**не**-$\boldsymbol{R}_i,\mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_{r(i)}$), $(=,S_1,S_2)$, $(\neq,S_1,S_2)$) имеет место или является фактом, тогда и только тогда, когда $R_i(a_1,...,a_{r(i)})$ (*не*-$R_i(a_1,...,a_{r(i)})$, $S_1 = S_2$, $S_1 \neq S_2$ соответственно)[107].

Элементарные ситуации и ситуации имеют различный теоретико-множественный тип (поэтому ни одна элементарная ситуация не является ситуацией в строгом смысле этого слова). Поскольку же каждая элементарная ситуация σ однозначно соответствует ситуации $\{\{\sigma\}\}$, то элементарная ситуация σ отождествляется с $\{\{\sigma\}\}$.

Далее, каждое множество элементарных ситуаций Σ однозначно определяет ситуацию $\{\Sigma\}$. Будем говорить, что $\{\Sigma\}$ имеет место, или является фактом, если фактами являются все $\sigma\in\Sigma$. По условиям (s2) и (s4) для некоторого семейства $\{\Sigma_t\colon t\in T\}$ непустых множеств элементарных ситуаций $S = \{\Sigma_t\colon t\in T\}$, где S – некоторая произвольная ситуация. Будем говорить, что ситуация S имеет место, или является фактом, если и только если существует $t\in T$, такое, что $\{\Sigma_t\}$ есть факт (т.е. S можно рассматривать как некоторый вид «онтологической» дизъюнкции конъюнкций элементарных ситуаций).

Обозначим класс всех ситуаций из $\boldsymbol{M}$ посредством $\boldsymbol{S_M}$. Для каждого кардинального числа α $\boldsymbol{S_M}$ включает подкласс мощности α, отсюда $\boldsymbol{S_M}$ является действительным классом, а не множеством, если различать классы и множества.

Существенным моментом является то, что мы расширим наш язык за счет добавления имен $a, a_1, a_2 \ldots$ для элементов универсума $\boldsymbol{U}$ из $\boldsymbol{M}$. Сами элементы, соответствующие $a, a_1, a_2 \ldots$, будем обозначать через $\mathbf{a}, \mathbf{a}_1, \ldots$.

Функция D из множества всех предложений в класс всех ситуаций называется **R-NFL-**допустимой интерпретацией тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

(i) $D(R_i(a_1,\ldots,a_{r(i)}))$ есть факт тогда и только тогда, когда $\boldsymbol{R_i}(\mathbf{a_1,\ldots,a}_{r(i)})$, где $i = 0,1,\ldots,n$; $\mathbf{a_1,\ldots,a}_{r(i)} \in \boldsymbol{U}$;

(ii) $D(A \wedge B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A)$ и $D(B)$ – факты;

(iii) $D(A \vee B)$ есть факт тогда и только тогда, когда хотя бы одна из ситуаций $D(A)$ и $D(B)$ есть факт;

(iv) $D(A \rightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда неверно, что $D(A)$ – факт, а $D(B)$ не факт;

(v) $D(A \leftrightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда либо $D(A)$ и $D(B)$ – факты, либо $D(A)$ и $D(B)$ не факты;

(vi) $D(\neg A)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A)$ не факт;

(vii) $D(\forall xA)$ есть факт тогда и только тогда, когда для всех $\mathbf{a} \in \boldsymbol{U}$ фактами являются $D(A(a/x))$;

(viii) $D(\exists xA)$ есть факт тогда и только тогда, когда для некоторого $\mathbf{a} \in \boldsymbol{U}$ $D(A(a/x))$ есть факт;

(ix) $D(A \equiv B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A) = D(B)$;

(x) $D(A(a/x)) = D(B(a/x))$, если $\mathbf{a} = \mathbf{b}$.

В работе «Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология» автор, следуя идеям Б. Вольневича, ввел в рассмотрение не-фрегевскую связку $\Rightarrow$, когда $A \Rightarrow B$ означает «A (референциально) приводит к B»[108]. При этом аксиомы, связанные со связкой тождества, преобразуются в следующие аксиомы:

А0. $A \Rightarrow A$

А1. $(A \Rightarrow B) \rightarrow (\varphi(A) \Rightarrow \varphi(B))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ *– любые формулы, такие, что* $\varphi(B)$ *получается из* $\varphi(A)$ *замещением некоторых вхождений A в* $\varphi(A)$, *на B*)

А3. $(B \Rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Однако, здесь возникают трудности с не-фрегевской аксиомой

$x = y \rightarrow (A(x) \equiv A(y))$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ *- любые формулы, такие, что x и y свободны в них и* $A(y)$ *получается из A(x) замещением некоторых вхождений x в* $A(x)$ *на y*),

поскольку равенство в левой части носит ясно выраженный симметричный характер.

Для преодоления этой трудности было предложено «расщепить» связку равенства путем введения новой связки $\sqsubseteq$ (когда $x \sqsubseteq y$ читается «x ситуационно влечет y») и следующих схем аксиом:

1. $x \sqsubseteq x$
2. $(x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq z) \to (x \sqsubseteq z)$
3. $(x_1 \sqsubseteq y_1,...,x_{s(i)} \sqsubseteq y_{s(i)}) \to (R_i(y_1,...,y_{s(i)}) \to R_i(x_1,...,x_{s(i)}))$, $i = 1,...,m$

A2. $x \sqsubseteq y \to (A(x) \Rightarrow A(y))$ *(где $A(x)$, $A(y)$ – любые формулы, такие, что x и y свободны в них и $A(y)$ получается из $A(x)$ замещением некоторых вхождений x в $A(x)$ на y)*

Что означает связь ситуаций по отношению вовлечения с точки зрения ситуационной семантики? Согласно Вуйицкому, каждое множество (элементарных) ситуаций Σ однозначно определяет ситуацию $\{\Sigma\}$[109]. В этом случае можно отождествить наше отношение вовлечения с теоретико-множественным отношением принадлежности, что приводит к следующему условию интерпретации:

(ix′) $D(A \Rightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A) \in D(B)$,

означающему, что $D(B)$ есть $\{\Sigma\}$ для некоторого множества ситуаций Σ, элементом которого является $D(A)$. Помимо этого мы должны учесть теперь нестандартный характер связки $\sqsubseteq$, заменившей обычное равенство. Введение подобной связки приводит к требованию упорядоченности универсума модели и к условию: если $x \leq y$ и $y \leq x$, то $x = y$. И, как следствие, это требует от нас замены пункта (s3) на

(s3′) Если S_1 и S_2 – ситуации в $\boldsymbol{M}$, то $(\leq, S_1, S_2)$ и (**не-**$\leq, S_1, S_2$) являются элементарными ситуациями в $\boldsymbol{M}$.

Здесь возникает вопрос об интуитивном смысле подобного упорядочения. Можно прибегнуть к экспликации мейнонговского типа: связывать с каждым элементом универсума множество ситуаций, в которых он «участвует». Это предполагает существование функции SD^{-1}: $\mathbf{U} \to \boldsymbol{P}(\mathbf{S})$ из универсума во множество подмножеств ситуаций. Тогда можно потребовать, чтобы $x \leq y$ влекло $SD^{-1}(x) \in SD^{-1}(y)$ и наоборот.

Заметим, что в не-фрегевской логике принцип тождества неразличимых Лейбница выглядит как

$(a = b) \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi(a) \equiv \varphi(b))$[110].

Если его «расщепленный» вариант сформулировать в виде

$(a \sqsubseteq b) \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi(a) \Rightarrow \varphi(b))$

то становится понятным смысл введения функции SD^{-1}: от нас требуется, чтобы все ситуации, в которых встречается a, были вовлечены в ситуации, в которых встречается b.

Равенство = можно ввести по определению как

$x = y \leftrightarrow (x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq x)$,
а тождество $\equiv$ (кореференциальность) как
$B \equiv A \leftrightarrow ((B \Rightarrow A) \wedge (A \Rightarrow B))$.

R-NFL-допустимая интерпретация становится **R-NFO-**допустимой интерпретацией при добавлении следующего условия:

(xi) $D(x \sqsubseteq y)$ есть факт тогда и только тогда, когда $SD^{-1}(x) \in SD^{-1}(y)$.

В полученной подобным образом формулировке системы **R-NFL** можно получить алгебру имен, если воспользоваться следующими определениями:

$x \sqsubseteq y + z \equiv (x \sqsubseteq y \vee x \sqsubseteq z)$
$x \sqsubseteq y \circ z \equiv (x \sqsubseteq y \wedge x \sqsubseteq z)$
$x \sqsubseteq y' \equiv \neg(x \sqsubseteq y)$
$x \sqsubseteq 1 \equiv x \sqsubseteq y+y'$
$x \sqsubseteq 0 \equiv x \sqsubseteq x \wedge \neg(x \sqsubseteq x)$

Возможные прочтения этих определений выглядят следующим образом:

x встречается в ситуациях, где встречаются *y* или *z*,
x ситуационно влечет и *y* и *z,*
x ситуационно не влечет *y*,
x встречается в возможном мире,
x есть пустая ситуация.

Однако сразу же заметим, что подобная алгебра имен не будет являться булевой алгеброй. В этом можно убедиться, если вспомнить, что наши ситуации образуют транзитивное нефундированное множество (согласно описанию модели для **R-NFL**), а упорядочение по (xi) задается отношением принадлежности в подобном множестве (в этом как раз и состоит одно из главных различий между версиями Сушко и Вуйицкого)

В работе автора «Ситуации и смысл: не-не-фрегевская (метафорическая) логика. II» указывалось на то обстоятельство, что во всех этих построениях мы имели дело с ограниченной не-фрегевской логикой[111]. Ограниченность здесь понимается в том смысле, что неограниченная не-фрегевская логика может быть описана как расширение исчисления предикатов с равенством PCI, получающееся добавлением связки тождества к PCI добавлением к PCI переменных, пробегающих по ситуациям, и некоторых операторов (в частности, кванторов), связывающих эти переменные. Р. Вуйицкий в связи с этим замечает, что в этом случае не-фрегевская логика становится расширением как PCI, так и прототетики Лесьневского[112].

Однако обратим внимание на то, что при добавлении переменных, пробегающих по ситуациям, мы фактически получаем систему с более чем одной семантической категорией, что равносильно переходу от прототетики к системе онтологии. Тогда ситуация с введением связки $\sqsubseteq$ становится технически более прозрачной.

Во-первых, в онтологии Лесьневского имеются два тождества – экстенсиональное тождество и собственно тождество, вводимые следующими определениями:

D1. $X =_Z Y \leftrightarrow \forall x(x\varepsilon X \leftrightarrow x\varepsilon Y)$

D2. $x = y \leftrightarrow x\varepsilon y \wedge y\varepsilon x$

Во-вторых, следует принять во внимание, что в неэлементарной онтологии Лесьневского (т.е. в полной системе онтологии) эпсилон отнюдь не понимается исключительно как функтор, образующий высказывание из двух аргументов, являющихся именами, т.е. его категория, или тип, не обязана обязательно быть $(s;n,n)$[113]. Это приводит к следующей пропозициональной версии D1 и D2:

D3. $\Phi =_Z \Psi \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi\varepsilon\Phi \leftrightarrow \varphi\varepsilon\Psi)$

D4. $\varphi = \psi \leftrightarrow \varphi\varepsilon\psi \wedge \psi\varepsilon\varphi$

Возникающая параллель между ограниченной первопорядковой не-фрегевской логикой и онтологией Лесьневского может быть представлена в форме единообразного перевода *tr* выражений со связками кореференциальности и равенства, основывающегося на следующих определениях:

DFL1. $tr(A \equiv B) = A =_Z B$

DFL2. $tr(x = y) = x =_Z y$

Если теперь перейти к не-фрегевской логике со связками референциального вовлечения $\Rightarrow$ и ситуационного вовлечения <, то в этом случае следует воспользоваться силлогистическим функтором *a* в онтологии Лесьневского, вводимого определениями

D5. $XaY \leftrightarrow \forall x(x\varepsilon X \rightarrow x\varepsilon Y)$

D6. $\Phi a\Psi \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi\varepsilon\Phi \rightarrow \varphi\varepsilon\Psi)$

Требующийся в этом случае перевод будет уже основываться на следующих определениях:

DFL3. $tr(A \Rightarrow B) = AaB$

DFL4. $tr(x \sqsubseteq y) = x\ a\ y$

Именно в этом смысле можно говорить о том, что система не-фрегевской логики **R-NFL** со связками референциального вовлечения $\Rightarrow$ и ситуационного вовлечения $\sqsubseteq$, которую в дальнейшем мы будем обозначать **R-NFO**, представляет собой систему *не-фрегевской онтологии*.

В рамках подобной онтологии понятия существования и объекта можно ввести (по аналогии с системой Лесьневского) следующим образом:

$Ex(x) \equiv \exists y(y \sqsubseteq x)$

$Ob(x) \equiv \exists y(x \sqsubseteq y)$

т.е. индивид x существует, если имеется индивид y, ситуационно влекущий x, и x есть (действительный) объект, если имеется хотя бы один объект y, который всегда возникает в ситуации, в которой принимает участие x.

Метафорическая (не-не-фрегевская) логика

Основным инструментом этой части исследования будет не не-фрегевская логика, а метафорические (не-не-фрегевская и не-сушковская) логики, построенные автором как дальнейшее развитие подхода Р. Сушко, основанного на конструктивной критике принципа Г. Фреге, рассматривавшего в качестве референта высказываний их истинностные значения[114].

Чтобы прояснить замысел предлагаемого подхода к расширению не-фрегевской логики, учитывающего кроме референта еще и смысл, воспользуемся определениями «типа Тарского» логических связок, аналогично тому, как это было сделано Р. Вуйчицким[115]. Согласно А. Тарскому, операция присоединения следствий в классическом пропозициональном исчислении может быть определена как слабейшая операция присоединения следствий Cn, удовлетворяющая следующим двум условиям (S означает множество формул):

($\rightarrow$) $A \rightarrow B \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $B \in Cn(X,A)$,

($\neg$) $\neg A \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $Cn(X,A) = S$.

Подобным образом мы можем определить и другие связки классической логики. Например, условие, определяющее эквивалентность, имеет вид:

($\leftrightarrow$) $A \leftrightarrow B \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $Cn(X,A) = Cn(X,B)$.

Связка тождества (кореференциальности) системы SCI Р. Сушко может быть охарактеризовано следующим условием:

($\equiv$) $A \equiv A' \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $\forall B \forall p(Cn(X,B(A/p)) = Cn(X,B(A'/p)))$,

где p представляет собой произвольную пропозициональную переменную, а $B(A/p)$ есть формула, получающаяся из формулы B подстановкой в B формулы A вместо всех вхождений переменной p.

Наше предложение можно описать как введение еще одной связки тождества (связки подобия по смыслу), например, с помощью следующего определения:

($\cong$) $A \cong A' \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $\exists B \exists p(Cn(X,B(A/p)) = Cn(X,B(A'/p)))$, где B не является противоречивой формулой.

Будем говорить, что A и A' тождественны, если $A \equiv A'$, и они подобны, если $A \cong A'$. Заметим, что в случае, когда A и A' эквивалентны в теории X, достаточно, чтобы они имели те же самые следствия. Для того, чтобы они были тождественны, они должны быть взаимозаменяемы в каждом контексте «с точностью до эквивалентности» (любая подстановка A' вместо A или A вместо A' должны приводить к формуле, эквивалентной первоначальной). А для того, чтобы A и A' были подобны, должен существовать хотя бы один контекст, в котором они могут быть взаимозаменимы «с точностью до эквивалентности» (существует, по крайней мере, одна подстановка A' вместо A или A вместо A', приводящая к формуле, эквивалентной первоначальной).

Сама по себе идея учета смыслового «подобия», конечно, не нова. Она восходит к работам Н. Гудмена «О подобии смысла»[116] и «О различии в смысле»[117]. Суть его предложения заключается в пересмотре понятия синонимии, как имеющего различные степени и разновидности: Гудмен предлагает заменить туманное понятие *одинаковости* значений на *сходство* значений, которое всегда может быть соотнесено с релевантным дискурсом и подходящим контекстом. По Гудмену при некотором данном релевантном дискурсе каждый неинтенсиональный контекст, подходящий для проверки взаимозаменяемости по отношению к этому дискурсу, создает определенный вид сходства значений, а несколько сходных видов образуют степени синонимии[118].

С другой стороны, мы говорим о подобии именно потому, что тождество, как оно определено в большинстве философских трактовок этого понятия, всегда соотносится с другим понятием – подобия. А. Бреннан в своей книге «Условия тождественности: исследование тождественности и долговечности»» проясняет связь между двумя понятиями в формальных терминах следующим образом:

«*Подобие*: Если a подобно b, то что-то истинное об a также истинно о b.

Сходство: Если *а тождественно* b (т. е. $a = b$), то, все, что истинно об a, также истинно о b.

Вместо того, *чтобы* проводить различие в терминах истины и лжи, мы можем сделать это – в равной степени содержательно – в терминах свойств (и отношений):

Подобие: Если a подобно b, то некоторые свойства a также являются свойствами b.

Сходство: Если a тождественно b (т.е. $a = b$), то каждое свойство a также является свойством b»[119].

Если мы примем во внимание, что известный принцип тождества (закон Лейбница) обычно формулируется как

$\forall x \forall y \forall F(x = y \rightarrow (F(x) \leftrightarrow F(y))$

то, очевидным образом, формальный принцип подобия мог бы быть сформулирован согласно содержательному определению Бреннана как

$$\forall x\forall y\exists F(x \div y \rightarrow (F(x)\leftrightarrow F(y))$$
(где $\div$ означает отношение подобия).

Основные системы метафорической логики (не-фрегевской логики смысла), основанные на этих соображениях и характеризующиеся наличием в них связки $\cong$ подобия по смыслу, выглядят следующим образом.

Систему **R-NNFL** (ограниченной не-не-фрегевской логики – *restricted non-non-fregean logic*) можно описать следующим образом. Логическими константами **R-NNFL** будут $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\equiv$ (кореферентность), $\cong$ (подобие по смыслу), $\forall$, $\exists$. Под аксиомой будем понимать подстановочный частный случай любой из схем аксиом классической логики или любой из следующих схем:

1. $x = x$
2. $x = y \rightarrow y = x$
3. $(x = y \wedge y = z) \rightarrow (x = z)$
4. $(x_1 = y_1,\ldots,x_{s(i)} = y_{s(i)}) \rightarrow (R_i(y_1,\ldots,y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1,\ldots,x_{s(i)}))$, $i = 1,\ldots,m$

A1. $A \equiv A$

A2. $(A \equiv B) \rightarrow (\varphi(B) \equiv \varphi(A))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ – *любые формулы, такие, что* $\varphi(A)$ *получается из* $\varphi(B)$ *замещением некоторых вхождений* A *в* $\varphi(A)$, *на* B)

A3. $x = y \rightarrow (A(x) \equiv A(y))$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ – *любые формулы, такие, что* x *и* y *свободны в них и* $A(y)$ *получается из* $A(x)$ *замещением некоторых вхождений* x *в* $A(x)$ *на* y).

A4. $(\varphi(A/p)) \cong \varphi(B/p)) \rightarrow (B \cong A)$ (*где* φ *не является противоречивой формулой или пропозициональной переменной, переменная* p *должна явно фигурировать в* φ *и* $\varphi(B/p)$ *есть формула, получающаяся из формулы* φ *подстановкой в* φ *формулы* B *вместо некоторых вхождений переменной* p)

A5. $(A \equiv A') \rightarrow (A' \cong A)$

A6. $(A' \cong A) \rightarrow (A \leftrightarrow A')$

Заметим сразу, что A4 влечет
$$(A \cong B) \rightarrow (B \cong A)$$
и отметим нетранзитивность связки $\cong$ в общем случае и транзитивность связки $\equiv$. Последнее влечет за собой отсутствие гарантии того, что, заменяя часть предложения выражением, имеющим тот же самый смысл, мы сохраняем ситуацию, описываемую исходным предложением. Это будет иметь место, только если эти части будут вдобавок кореферентны. В качестве относительного противоядия предлагается рассматривать формулу
$$(A \cong B) \cong (B \cong C) \rightarrow (A \cong C)$$

(следствие вышеприведенной теоремы и А4) в качестве утверждения о специфической «транзитивности» $\cong$.

Система чисто метафорической (не-сушковской) логики **R-NSL** может быть получена путем отбрасывания аксиом, содержащих связку тождества и замены отношения равенства на отношение подобия, определяемое как

$$\forall x \forall y \exists F(x \div y \rightarrow (F(x) \leftrightarrow F(y))$$

(где $\div$ означает отношение подобия). Аксиоматика подобной системы выглядит следующим образом:

5. $x \div x$
6. $x \div y \rightarrow y \div x$
7. $(R_i(y_1,...,y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1,...,x_{s(i)})) \rightarrow (x_1 \div y_1,...,x_{s(i)} \div y_{s(i)})$, $i = 1,...,m$

В1. $A \cong A$

В2. $(\varphi(A/p)) \cong \varphi(B/p)) \rightarrow (B \cong A)$ (*где* φ *не является противоречивой формулой или пропозициональной переменной, переменная p должна явно фигурировать в* φ *и* $\varphi(B/p)$ *есть формула, получающаяся из формулы* φ *подстановкой в* φ *формулы B вместо некоторых вхождений переменной p*)

В3. $(A(x/c)) \cong A(y/c)) \rightarrow x \div y$ (*где* $A(x/c)$, $A(y/c)$ – *любые формулы, такие, что x и y свободны в них, c явно фигурирует в A и* $A(y/c)$ *получается из* $A(x/c)$ *замещением некоторых вхождений x в* $A(x/c)$ *на y*).

В4. $(A' \cong A) \rightarrow (A \leftrightarrow A')$

Модификацией системы **R-NFL** является система **R-NFL**$^{\Rightarrow}$ с предложенной автором не-фрегевской связкой $\Rightarrow$, когда $A \Rightarrow B$ означает «*A* (референциально) приводит к *B*» [120]. В этом случае речь идет о примитивном отношении между референтами-ситуациями (отношении вовлечения), достаточном для большинства целей данного исследования. Наряду с этим вводится новая связка $\sqsubseteq$ ($x \sqsubseteq y$ читается «*x* ситуационно влечет *y*»), «расщепляющая» связку = и позволяющая преодолеть трудности с не-фрегевской аксиомой А3. Аксиомы **R-NFL**$^{\Rightarrow}$ выглядят следующим образом:

8. $x \sqsubseteq x$
9. $(x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq z) \rightarrow (x \sqsubseteq z)$
10. $(x_1 \sqsubseteq y_1,...,x_{s(i)} \sqsubseteq y_{s(i)}) \rightarrow (R_i(y_1,...,y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1,...,x_{s(i)}))$, $i = 1,...,m$

Ax1. $A \Rightarrow A$

Ax2. $(A \Rightarrow B) \rightarrow (\varphi(B) \Rightarrow \varphi(A))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ – *любые формулы, такие, что* $\varphi(A)$ *получается из* $\varphi(B)$ *замещением некоторых вхождений A в* $\varphi(A)$, *на B*)

Ax3. $x \sqsubseteq y \rightarrow (A(x) \Rightarrow A(y))$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ – *любые формулы, такие, что x и y свободны в них и* $A(y)$ *получается из* $A(x)$ *замещением некоторых вхождений x в* $A(x)$ *на y*)

Ax4. $(B \Rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Соответствующей модификацией системы **R-NNFL** в этом случае будет система **R-NNFL**$^{\Rightarrow}$ с новой дополнительной связкой $\underline{\Rightarrow}$ *вовлечения по смыслу*, когда $A \underline{\Rightarrow} B$ означает «A референциально в некотором смысле приводит к B» и со следующими аксиомами:

11. $x \sqsubseteq x$
12. $(x \sqsubseteq y \wedge y \sqsubseteq z) \rightarrow (x \sqsubseteq z)$
13. $(x_1 \sqsubseteq y_1,...,x_{s(i)} \sqsubseteq y_{s(i)}) \rightarrow (R_i(y_1,...,y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1,...,x_{s(i)}))$, $i = 1,...,m$

Ax1. $A \Rightarrow A$

Ax2. $(A \Rightarrow B) \rightarrow (\varphi(B) \Rightarrow \varphi(A))$ (*где* $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ – *любые формулы, такие, что* $\varphi(A)$ *получается из* $\varphi(B)$ *замещением некоторых вхождений* A *в* $\varphi(A)$, *на* B)

Ax3. $(\varphi(A/p)) \underline{\Rightarrow} \varphi(B/p)) \rightarrow (B \underline{\Rightarrow} A)$ (*где* φ *не является противоречивой формулой или пропозициональной переменной, переменная* p *должна явно фигурировать в* φ *и* $\varphi(B/p)$ *есть формула, получающаяся из формулы* φ *подстановкой в* φ *формулы* B *вместо некоторых вхождений переменной* p)

Ax4. $x \sqsubseteq y \rightarrow (A(x) \Rightarrow A(y))$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ – *любые формулы, такие, что* x *и* y *свободны в них и* $A(y)$ *получается из* $A(x)$ *замещением некоторых вхождений* x *в* $A(x)$ *на* y)

Ax5. $(A \Rightarrow B) \rightarrow (A \underline{\Rightarrow} B)$

Ax4. $(B \underline{\Rightarrow} A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Наконец, аналогичная модификация системы **R-NSL** представляет собой систему **R-NSL**$^{\Rightarrow}$ с новой связкой $\triangleleft$ *вовлечения с предвзятой точки зрения*, когда $x \trianglelefteq y$ читается «x ситуационно влечет y с предвзятой точки зрения».

14. $x \trianglelefteq x$
15. $(x_1 \trianglelefteq y_1,...,x_{s(i)} \trianglelefteq y_{s(i)}) \rightarrow (R_i(y_1,...,y_{s(i)}) \rightarrow R_i(x_1,...,x_{s(i)}))$, $i = 1,...,m$

Bx1. $A \Rightarrow A$

Bx2. $(\varphi(A/p)) \underline{\Rightarrow} \varphi(B/p)) \rightarrow (B \underline{\Rightarrow} A)$ (*где* φ *не является противоречивой формулой или пропозициональной переменной, переменная* p *должна явно фигурировать в* φ *и* $\varphi(B/p)$ *есть формула, получающаяся из формулы* φ *подстановкой в* φ *формулы* B *вместо некоторых вхождений переменной* p)

Bx3. $(A(x) \underline{\Rightarrow} A(y)) \rightarrow x \trianglelefteq y$ (*где* $A(x)$, $A(y)$ – *любые формулы, такие, что* x *и* y *свободны в них и* $A(y)$ *получается из* $A(x)$ *замещением некоторых вхождений* x *в* $A(x)$ *на* y)

Bx4. $(A' \underline{\Rightarrow} A) \rightarrow (A \rightarrow A')$

В системе **R-NFL**$^{\Rightarrow}$ можно определить кореферентность и равенство как

D1. $A \equiv B =_{def} (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

D2. $x = y =_{def} (x \sqsubseteq y) \wedge (y \sqsubseteq x)$

и аналогично в системе **R-NNFL**$^{\Rightarrow}$ можно определить подобие по смыслу и подобие как

D3. $A \cong B =_{def} (A \underline{\Rightarrow} B) \wedge (B \underline{\Rightarrow} A)$

D4. $x \div y =_{def} (x \trianglelefteq y) \wedge (y \trianglelefteq x)$

Помимо этого в **R-NNFL** можно определить *относительное равенство* $=_{(\text{-})}$, сделав это двумя способами[121]:

D5. $x =_{\Phi} y =_{def} (\Phi \cong \psi \rightarrow (\psi(x) \leftrightarrow \psi(y)))$

D6. $x =_{\Phi} y =_{def} (\Phi(x) \wedge \Phi(y) \wedge (\Phi \cong \psi \rightarrow (\psi(x) \leftrightarrow \psi(y))))$

и *относительную кореференциальность* $\equiv_{(\text{-})}$ (тоже двумя способами):

D7. $A \equiv_{\Phi} B =_{def} (\Phi \cong \psi \rightarrow (\psi(A) \equiv \psi(B)))$

D8. $A \equiv_{\Phi} B =_{def} (\Phi(A) \wedge \Phi(B) \wedge (\Phi \cong \psi \rightarrow (\psi(A) \equiv \psi(B))))$,

где ограничения, накладываемые на $\psi(A)$, $\psi(B)$, такие же, как и в А2.

Наконец, можно определить *относительное референциальное вовлечение* и *относительное ситуационное вовлечение* как

D7. $A \Rightarrow_{\Phi} B =_{def} (\Phi \underline{\Rightarrow} \psi \rightarrow (\psi(A) \rightarrow \psi(B)))$

D8. $A \Rightarrow_{\Phi} B =_{def} (\Phi(A) \wedge \Phi(B) \wedge (\Phi \underline{\Rightarrow} \psi \rightarrow (\psi(A) \rightarrow \psi(B))))$

D9. $x \sqsubseteq_{\Phi} y =_{def} (\Phi \underline{\Rightarrow} \psi \rightarrow (\psi(x) \rightarrow \psi(y)))$

D10. $x \sqsubseteq_{\Phi} y =_{def} (\Phi(x) \wedge \Phi(y) \wedge (\Phi \underline{\Rightarrow} \psi \rightarrow (\psi(x) \rightarrow \psi(y))))$

Метафорическая онтология ситуаций

Онтологические обязательства метафорической логики заявляют о себе при построении ситуационной семантики для приведенных выше логических исчислений. Возникающая при этом метафорическая онтология выглядит следующим образом.

В качестве универсума принимается универсум не-фрегевской онтологии. Чтобы преобразовать не-фрегевскую онтологию в не-не-фрегевскую, нам, во-первых, придется (учитывая, что введение связки $\sqsubseteq$ приводит к требованию упорядоченности универсума модели и к условию: если $x \leq y$ и $y \leq x$, то $x = y$) заменить пункт (s3) на

(s3′) Если S_1 и S_2 – ситуации в $\boldsymbol{M}$, то $(\leq, S_1, S_2)$ и $(\textbf{не-}\leq, S_1, S_2)$ являются элементарными ситуациями в $\boldsymbol{M}$;

и, во-вторых, потребуется постулирование существования некоторого семейства отношений эквивалентности $(\Theta_i)_{i\in I}$ на $\boldsymbol{S_M}$, удовлетворяющего двум следующим условиям:

(a') $(\Theta_i)_{i\in I}$ совместимо с =, т.е. для любых $S_1, S_2 \in \boldsymbol{S_M}$ из $S_1 = S_2$ следует, что всегда найдется некоторое Θ_i (по крайней мере, одно) из $(\Theta_i)_{i\in I}$, такое, что $\Theta_i(S_1, S_2)$;

(b') $(\Theta_i)_{i\in I}$ совместимо с фактуальностью, т.е. отношение Θ_i определено либо на фактах, либо на не-фактах, нет никаких «смешанных» случаев;

(c') $(\Theta_i)_{i\in I}$ не тотально, т.е. всегда $\Theta_i \subset \boldsymbol{S_M} \times \boldsymbol{S_M}$ (и никогда не $\Theta_i = \boldsymbol{S_M} \times \boldsymbol{S_M}$).

Интуитивный смысл упорядоченности универсума модели объясняется с помощью экспликации мейнонговского типа: с каждым элементом универсума связано множество ситуаций, в которых он «участвует». Это предполагает существование функции SD^{-1}:$\mathbf{U}\rightarrow \boldsymbol{P}(\mathbf{S})$ из универсума во множество подмножеств ситуаций, когда $x\leq y$ влечет $SD^{-1}(x)\in SD^{-1}(y)$ и наоборот.

Если же рассматривать не-сушковскую онтологию, то вместо упорядоченности универсума модели следует говорить о заданности на нем отношения подобия (рефлексивного, симметричного, но нетранзитивного), заменяя пункт (s3′) на

(s3′′) Если S_1 и S_2 – ситуации в $\boldsymbol{M}$, то $(\approx,S_1,S_2)$ и (**не-**$\approx$,S_1,S_2) являются элементарными ситуациями в $\boldsymbol{M}$

и постулируя существование некоторого семейства отношений подобия $(\Theta_i)_{i\in I}$ на $\boldsymbol{S_M}$, с соответствующей заменой пункта (d) на

(a') $(\Theta_i)_{i\in I}$ совместимо с $\approx$, т.е. для любых $S_1,S_2\in\boldsymbol{S_M}$ из $S_1 \approx S_2$ следует, что всегда найдется некоторое Θ_i (по крайней мере, одно) из $(\Theta_i)_{i\in I}$, такое, что $\Theta_i(S_1,S_2)$;

Семантика не-не-фрегевской логики будет теперь детерминироваться функцией D из множества всех предложений в класс всех ситуаций (**R-NNFL-**допустимой интерпретацией) тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

(i) $D(R_i(a_1,...,a_{(i)})$ есть факт тогда и только тогда, когда $\boldsymbol{R_i}(\mathbf{a_1},...,\mathbf{a}_{r(i)})$, где $i = 0,1,...,n$; $\mathbf{a_1},...,\mathbf{a}_{r(i)}\in\boldsymbol{U}$;

(ii) $D(A \wedge B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A)$ и $D(B)$ – факты;

(iii) $D(A \vee B)$ есть факт тогда и только тогда, когда хотя бы одна из ситуаций $D(A)$ и $D(B)$ есть факт;

(iv) $D(A \rightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда неверно, что $D(A)$ – факт, а $D(B)$ не факт;

(v) $D(A \leftrightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда либо $D(A)$ и $D(B)$ – факты, либо $D(A)$ и $D(B)$ не факты;

(vi) $D(\neg A)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A)$ не факт;

(vii) $D(\forall xA)$ есть факт тогда и только тогда, когда для всех $\mathbf{a}\in\boldsymbol{U}$ фактами являются $D(A(a/x))$;

(viii) $D(\exists xA)$ есть факт тогда и только тогда, когда для некоторого $\mathbf{a}\in\boldsymbol{U}$ $D(A(a/x))$ есть факт;

(ix) $D(A \equiv B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A) = D(B)$;

(x) $D(A(a/x)) = D(B(a/x))$, если $\mathbf{a} = \mathbf{b}$;

(xi) $D(A \cong B)$ есть факт, тогда и только тогда, когда существует, по крайней мере, хотя бы одно $\Theta_i \in (\Theta_i)_{i \in I}$, для которого $\Theta_i(D(A), D(B))$.

В случае **R-NNFL**$^{\Rightarrow}$ пункт (ix) заменяется на

(xii) $D(A \Rightarrow B)$ есть факт тогда и только тогда, когда $D(A) \in D(B)$,

а пункт (xi) на

(xiii) $D(A \underline{\Rightarrow} B)$ есть факт, е. т. е. существует, по крайней мере, хотя бы одно $\Psi_i \in (\Psi_i)_{i \in I}$, для которого $\Psi_i(D(A), D(B))$

где $(\Psi_i)_{i \in}$ представляет собой семейство рефлексивных и нетранзитивных отношений.

Связь ситуаций по отношению вовлечения с точки зрения ситуационной семантики передается теоретико-множественным отношением принадлежности, поскольку в силу того, что множество ситуаций представляет собой транзитивное множество, $D(B)$ есть $\{\Sigma\}$ для некоторого множества ситуаций Σ, элементом которого является $D(A)$. Что же касается отношения вовлечения по смыслу, то здесь теоретико-множественное отношение принадлежности заменяется на нетранзитивное отношение (точнее, на некоторое их семейство).

Заметим, что если в не-фрегевской логике принцип тождества неразличимых Лейбница[122] выглядел как

$(a \sqsubseteq b) \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi(a) \Rightarrow \varphi(b))$,

то в метафорической логике мы имеем дело с гораздо более слабым принципом подобия неразличимых с предвзятой точки зрения

$(a \trianglelefteq b) \leftrightarrow \exists\varphi(\varphi(a) \underline{\Rightarrow} \varphi(b))$,

когда требуется, чтобы хотя бы одна ситуация, в которой встречается a, была по смыслу вовлечена в ситуации, в которых встречается b.

R-NFO-допустимая интерпретация, определяемая, как мы помним, с помощью условия

(xiv) $D(x \sqsubseteq y)$ есть факт тогда и только тогда, когда $SD^{-1}(x) \in SD^{-1}(y)$

становится **R-NNFO-**допустимой интерпретацией при добавлении следующего условия:

(xv) $D(x \trianglelefteq y)$ есть факт тогда и только тогда, когда существует, по крайней мере, хотя бы одно $\Psi_i \in (\Psi_i)_{i \in I}$, для которого $\Psi_i(SD^{-1}(x), SD^{-1}(y))$.

В построенной подобным образом метафорической онтологии можно получить смысловую алгебру имен, воспользовавшись следующими определениями:

$x \trianglelefteq y + z \cong (x \trianglelefteq y \vee x \trianglelefteq y)$

$x \trianglelefteq y \circ z \cong (x \trianglelefteq y \wedge x \trianglelefteq z)$

$x \trianglelefteq y' \cong \neg(x \trianglelefteq y)$

$x \trianglelefteq 1 \cong x \trianglelefteq y + y'$

$x \trianglelefteq 0 \cong x \trianglelefteq x \wedge \neg(x \trianglelefteq x)$

Возможные прочтения этих определений выглядят следующим образом:

x ситуационно влечет с предвзятой точки зрения либо y либо z,

x ситуационно влечет с предвзятой точки зрения и y и z,

x ситуационно не влечет с предвзятой точки зрения y,

с предвзятой точки зрения x встречается в возможном мире,

с предвзятой точки зрения x есть пустая ситуация.

Подобная алгебра имен, конечно же, не будет являться булевой алгеброй (достаточно вспомнить, что метафорическая онтология ситуаций образуют транзитивное нефундированное множество).

В рамках метафорической онтологии понятия *существования* и *объекта в некотором смысле* можно ввести (по аналогии с системой Лесьневского) следующим образом:

$ExS(x) \equiv \exists y(y \trianglelefteq x)$

$ObS(x) \equiv \exists y(x \trianglelefteq y)$,

т.е. индивид x существует в некотором смысле, если имеется индивид y, с предвзятой точки зрения ситуационно влекущий x, и x есть объект в некотором смысле, если имеется хотя бы один объект y, который всегда возникает в ситуации, в которой с предвзятой точки зрения принимает участие x.

Комбинированная логика как формальная онтология событий

Комбинированная дискурсивная логика Васильева-Яськовского: онтологические модальности

Система комбинированной логики, разработанная В.А. Смирновым, существенно основывается на некоторых идеях Г. Фреге и Н.А. Васильева[123]. Поскольку Васильев различал в логике два уровня (металогический и онтологический), то соответственно комбинированная логика состоит из двух частей: абстрактной (внешней) логики и эмпирической (внутренней) логики. Первая зависит от эпистемологических допущений, в то время как вторая определяется онтологическими допущениями. Подобный подход становится более прозрачным, если мы просто будем различать акт утверждения (отношение ментального содержания к тому, как обстоит дело в мире вещей) и акт предикации (синтез свойства с объектом). Следуя этим курсом, мы в сущности принимаем фрегевскую дифференциацию ментальных процессов (*Gedanke*) и утверждений (*Urteil*). Чтобы подчеркнуть ее, Фреге даже вводит специальный знак: «… нам нужен специальный знак для утверждения о том, что то или иное является истинным. С этой целью я записываю знак '$\vdash$' перед именем истинного значения, отсюда в '$\vdash 2\times 2 = 4$' утверждается, что квадрат 2 равен 4. Я различаю суждение и мысль, и понимаю под суждением признание истинности мысли»[124].

Основываясь на этих идеях, В.А. Смирнов разработал несколько комбинированных исчислений высказываний и событий, когда одновременно варьируются и внешняя и внутренняя логики. Язык этих исчислений включает два сорта переменных: событийные переменные (термы) и пропозициональные переменные. Если a и b суть термы, то $a\cup b$, $a\cap b$, $\sim a$ будут термами (сложными событиями), в то время как θa, θb представляют собой формулы, так же как формулами будут $\theta a\vee\theta b$, $\theta a\wedge\theta b$, $\neg\theta a$. Очевидно, что постулируя некоторые тождества типа $\theta(a\cup b) \equiv \theta a\vee\theta b$, $\theta(a\cap b) \equiv \theta a\wedge\theta b$ и т.д. мы получаем различные комбинации алгебр событий и пропозициональных исчислений в рамках одной логики.

В то же время, если мы не будем забывать, что Н.А. Васильев *допускал* противоречивость на онтологическом уровне, но запрещал ее на металогическом уровне, то желательно было бы распространить эту программу и на комбинированную логику. Наше предложение в этом случае заключается в использовании в качестве алгебры событий дискурсивной системы, чье понятие восходит к работам С. Яськовского. В своей плодотворной статье «Пропозициональное исчисление для противоречивых дедуктивных систем» С. Яськовский вводит систему дискурсивной логики путем добавления к модальной системе S5 кондиционала $\rightarrow$ (часто записываемого как $\supset_d$ и называемого дискурсивной импликацией) и определяя $\alpha\rightarrow\beta$ как $\Diamond\alpha\rightarrow\beta$[125]. Логические аксиомы чистого $\rightarrow$-фрагмента дискурсивной логики совпадают с чистым $\supset$-фрагментом классической логики, но в отличие от последней $\vDash \alpha\rightarrow(\neg\alpha \rightarrow\beta)$ проваливается, поскольку $\nvDash_{S5} \Diamond(\Diamond\alpha \supset(\Diamond\neg\alpha \supset\beta))$.

Представляется, что выбирая модальную S5-алгебру в качестве алгебры событий, мы будем в состоянии справиться с противоречивым характером нашей алгебры событий путем введения в эту алгебру эквивалента кондиционала Яськовского, а затем θ-перевода ее в наше пропозициональное исчисление. Единственный возникающий в этой связи вопрос связан с природой возможных событий. Что они означают интуитивно? Существуют ли какие-нибудь механизмы, позволяющие отделить реальные события от возможных? Или существуют некоторые критерии для разделения событий на возможные и действительные?

Кажется, что подходящим рецептом в данной ситуации было бы предложение, заключающееся в использовании понятия онтологической модальности. Его основная идея может быть выражена с помощью модального оператора «делать возможным»

$$\boldsymbol{MP}(x,y) \leftrightarrow y \in \sigma(x)$$

(x делает возможным y тогда и только тогда, когда y синтезируется из x)[126]. Следовательно, мы можем попытаться истолковывать возможное событие онтологически (i) подразумевая под возможностью случай, когда возникает отношение между некоторым событием и возможным событием и (ii) отождествляя с эти отношением отношение «*делать возможным*» (обычно подобного рода отношения принято называть «делателями» – «makers»). Таким образом мы в некотором смысле рассматриваем возможные события как «онтологически порожденные» некоторыми другими событиями.

Более того, мы можем сделать более прозрачным смысл возможных событий и роль отношения «делать возможным» общепринятым способом. Хорошо известно, что модальная алгебра $\mathbf{A} = \langle A, 0, 1, -, \cap, \cup, \Box, \Diamond \rangle$ определяет обобщенный фрейм $\mathbf{A}_+ = \langle W_\mathbf{A}, R_\mathbf{A}, P_\mathbf{A} \rangle$, где $W_\mathbf{A}$ представляет собой множество ультрафильтров $\mathbf{A}$[127], $xR_\mathbf{A}\, y$ имеет место тогда и только тогда, когда $\forall a(a \in y \Rightarrow \Diamond a \in x)$ или, равносильно, $xR_\mathbf{A}\, y$ имеет место тогда и только тогда, когда $\forall a(\Box a \in x \Rightarrow a \in y)$, $P_\mathbf{A} = \{\{x\colon a \in x\}\colon a \in A\}$, т.е. для каждого элемента модальной алгебры мы выбираем множество ультрафильтров x содержащих его[128]. Следовательно, мы можем сказать, что событие x «*делает возможным*» событие y (т.е. $y = \Diamond x$ и $\boldsymbol{MP}(x,y)$) тогда и только тогда, когда все булевские ультрафильтры событий, к которым принадлежит наше x, связаны с теми, которым принадлежит y, отношением «*делать возможным*». В некотором смысле эти ультрафильтры являются онтологическими конструкциями событий и таким образом «синтезируемость» σ(-) событий в определении отношения «*делать возможным*» может иметь, так сказать, булевский смысл. Существует иная, гораздо более популярная в логической семантике, возможность трактовки событий. В этом случае мы приписываем каждому событию непустое множество возможных миров, в которых происходит это событие. Фактически подобный подход подразумевает использование обычной техники модальной семантики и как следствие мы получаем семантический фрейм возможных миров, в котором должно учитываться отношение достижимости. Наоборот, мы можем расценивать отношение достижимости как отношение «*делать возможным*»: поскольку некоторые возможные миры достижимы из других, то совокупность последних может рассматриваться как событие и таким образом точно так же определять первые как события. конечно, при такой трактовке первые из них следовало бы признать как «возможные» события. Первую трактовку можно было бы проиллюстрировать с помощью Рис. 2 , в то время как второй случай показан на Рис. 3:

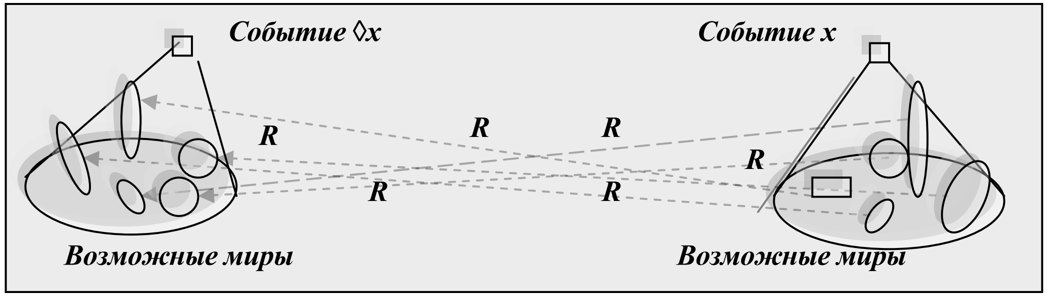

Событие ◊x
Событие x
R
R
R
R
R
R
R
Возможные миры
Возможные миры

Рис. 2.

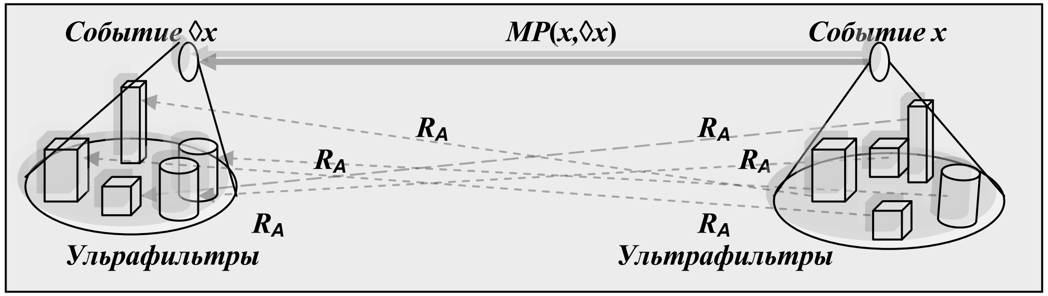

Событие ◊x
MP(x,◊x)
Событие x
R_A
R_A
R_A
R_A
R_A
R_A
Ульрафильтры
Ультрафильтры

Рис. 3.

Аксиоматика системы JVCD

Язык системы JVCD комбинированной дискурсивной логики Яськовского-Васильева может быть описан следующим образом. Пусть p,q, ... будут событийными переменными и мы предполагаем, что эти событийные переменне образуют термы. Если a и b являются термами, то $a\cap b$, $a\cup b$, $\sim a$ будут также термами. Если a есть терм, то θa есть формула; если α и β представляют собой формулы, то $\alpha\vee\beta$, $\alpha\wedge\beta$, $\alpha\supset\beta$, $\neg\alpha$ будут также формулами. Запрещается смешивать термы и формулы. Следовательно, например, выражения формы $\theta p\supset q$, $a\cap\beta$, $\theta a\cap b$ не будут ни термами, ни формулами: это просто неправильно построенное выражение. Пусть событийные переменные будут определены как выше, но мы также принимаем, что $\Diamond a$ также будет представлять собой терм.

В своей статье, написанной в 1948 году, С. Яськовский определил систему D_2 дискурсивной логики следующим образом (он использует польскую нотацию в своих формулировках и под *Cd, Ed, Pos* он подразумевает дискурсивную импликацию, дискурсивную тождественность и возможность соответственно, но мы не будем следовать ему для сохранения однородности последующего изложения, используя вместо *Cd, Ed, Pos* соответствующие связки $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\Diamond$):

«Система D_2 *двузначного дискурсивного* пропозиционального *исчисления* представляет собой множество формул *T*, с выраженными тезисами системы D_2 и отмеченное следующими свойствами:

1) *T* включает пропозициональные переменные и в данный момент следующие функции: $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\vee$, $\wedge$, $\neg$.
2) Приписывание перед *T* символа $\Diamond$ порождает теорему в двузначном пропозициональном исчислении модальных высказываний M_2»[129].

Он доказал также следующие методологические теоремы:

Методологическая теорема 1. *Каждое утверждение T в двузначном пропозициональном исчислении* L_2, *которое не включает постоянных символов, отличных от* $\supset$, $\equiv$, $\vee$, *становится утверждением Td дискурсивного пропозиционального исчисления* D_2 *когда в T символы импликации* $\supset$ *замещены на* $\rightarrow$, *а символы эквивалентности* $\equiv$ *замещены на* $\leftrightarrow$[130].

Методологическая теорема 2. *Если T является утверждением* двузначного *пропозиционального исчисления* L_2 *и включает переменные и самое большее функторы* $\vee$, $\wedge$, $\neg$, *то*

1) *T*

2) $\neg T\rightarrow q$;

суть утверждения D_2[131].

Методологическая теорема 3. *Если в утверждении, принадлежащем дискурсивному пропозициональному исчислению* D_2 $\to$ *заменено на* $\supset$, *а* $\leftrightarrow$ *на* $\equiv$, *то получаетс утверждение, принадлежащее пропозициональному исчислению* L_2.[132]

Чтобы эксплицитно выразить эти теоремы в системе комбинированной логики, мы добавляем к схемам аксиом классической пропозициональной логики и правилу *modus ponens* следующие схемы:
A1. $\theta a \lor \theta b \equiv \theta(a \cup b)$
A2. $\neg\theta a \equiv \theta(\sim a)$
B1. $\theta(\Diamond(a \cup b)) \equiv \theta(\Diamond a) \lor \theta(\Diamond b)$
B2. $\theta a \supset \theta(\Diamond a)$
B3. $\theta(\Diamond\Diamond a) \supset \theta a$
B4. $\theta(\Diamond a) \supset \theta(\sim\Diamond\sim\Diamond a)$
Здесь и далее $a \to b$ означает $\sim\Diamond a \cup b$, $a \leftrightarrow b$ означает $(\sim\Diamond a \cup b) \cap (\sim\Diamond a \cup \Diamond b)$. Легко видеть, что аксиомы A1-A2 снабжают нас структурой булевой алгебры множества событий и следующие утверждения имеют место:
A3. $\theta a \land \theta b \equiv \theta(a \cap b)$
B5. $\theta(a \to b) \supset (\theta a \supset \theta b)$
B6. $\theta(a \leftrightarrow b) \supset (\theta a \equiv \theta b)$

Обозначим $\theta(\Diamond a)$ как $\delta(a)$. Как нетрудно убедиться, $\Diamond(\Diamond\alpha \supset \beta)$ S5-логически тождественно $(\Diamond\alpha \supset \Diamond\beta)$, что ведет к $\Diamond(\sim\Diamond a \lor b) = \sim\Diamond a \lor \Diamond b$ в качестве ее алгебраического эквивалента. Поскольку "$\to$" и "$\leftrightarrow$" являются в сущности алгебраическими эквивалентами дискуссивной импликации и дискуссивной эквивалентности соответственно, то мы имеем право ввести алгебраический эквивалент "$\cap_d$" дискуссивной конъюнкции $\Diamond\alpha \land \beta$ ($a \cap_d b$ означает $\Diamond a \cap b$) и алгебраический эквивалент "∇" дискуссивного отрицания $\neg\Diamond\alpha$ (∇a означает $\sim\Diamond a$)[133]. Все вместе эти операторы можно было бы охарактеризовать с помощью следующих утверждений:
D1. $\delta(a \cup b) \equiv \delta(a) \lor \delta(b)$
D2. $\delta(a \cap_d b) \equiv \delta(a) \land \delta(b)$
D3. $\delta(\nabla a) \equiv \neg\delta a$
D4. $\delta(a \to b) \equiv \delta a \supset \delta b$
D5. $\delta(a \leftrightarrow b) \equiv (\delta a \equiv \delta b)$

Непосредственным вычислением легко убедиться, что $\to$, $\cap_d$, $\cup$, $\leftrightarrow$, ∇ обладают всеми свойствами булевых операций $\supset$, $\land$, $\lor$, $\neg$ соответственно. Очевидным образом множество всех δ-формул будет замкнуто относительно правила дискуссивного *modus ponens*:

$$(\delta MP) \quad \frac{\delta a \quad \delta(a \to b)}{\delta b}$$

До сих пор все шло хорошо. Но детальный анализ обнаруживает, что пункт 1) методологической теоремы 2 Яськовского остался за рамками нашего рассмотрения. Мы знаем, как получить дискуссивную формулу из события, и в то же время мы не имеем представления, как согласованы между собой обычные формулы и соответствующие события. Но это то, как раз и является тем условием, которое должно быть выполнимым в нашей интерпретации согласно смыслу методологической теоремы 2 Яськовского

Чтобы обойти эти трудности, мы позаимствуем одно понятие из обобщенной логики высказываний и событий Смирнова[134]. В языке этого исчисления имеется оператор [–], такой, что если α является формулой, то $[\alpha]$ будет сентенциальным термом. Проще говоря, мы соотносим с каждой формулой соответствующее событие (например, в качестве ее денотата). Используя подобный оператор, обогатим нашу систему аксиом следующими аксиомами

B7. $\theta[\alpha] \equiv \alpha$

B8. $\theta[\alpha \vee \beta] \equiv \theta([\alpha] \cup [\beta])$

B9. $\theta[\neg\alpha] \equiv \theta({\sim}[\alpha])$

B10. $\alpha \supset \theta({\sim}[\alpha] \to b)$

где b представляет собой произвольное событие в алгебре событий. Эти аксиомы дают нам требуемую экспликацию методологической теоремы 3 Яськовского. Легко видеть, что мы получаем

$\alpha \supset \delta[\alpha]$

$\alpha \supset (\delta({\sim}[\alpha]) \supset \delta b)$

как следствия нововведенных аксиом.

Создается впечатление, что идея [-]-оператора восходит к идее Е.Слупецкого[135]. А именно, он предложил обогатить язык модальной логики за счет выражений $p*x$, которые могли бы читаться следующим образом:

(1) говоря, что p, мы утверждаем (событие) x;

(2) предложение p устанавливает событие x.

Позднее Р. Сушко назвал это «реификацией ситуации». По его мнению подобная идея «подсказывается чтением этой работы, в том как мы трактуем пропозициональные переменные p, q, r, … и именные переменные x, y, z, … аналогично пробеганию как по некоторому универсуму (универсуму ситуаций), так и по универсуму объектов, и мы используем звездочку в выражениях типа $p*x$ как символ некоторого примитивного неопределенного отношения между ситуацией (что) $p*x$ и объектом x или, другими словами, между тем, что описывает предложение по левую сторону от звездочки, и тем, что означает имя по правую сторону»[136]. Развивая этот подход, сам Сушко трактует ситуации как первичные образования, в то время как абстрактные объекты типа событий рассматриваются как результат некоего абстрактного процесса (реификации). Он вводит символ реификации форматор **T** категории (имя/высказывание), который читается следующим образом: «$\mathbf{T}(p)$ = реификация ситуации (что) p = событие (абстрактный объект), соответствующий ситуации (что) p»[137]. Более того, он вводит также одноместный предикат P, «отвечающий утверждению, или точнее связке утверждения (быть фактом)»[138]. Принимая во внимание его аксиому

$$(P(\mathbf{T}(p)) \equiv p,$$

где $\equiv$ является его (не-фрегевской) связкой тождества, мы можем прийти к ошибочному заключению, что как **T**, так и P следовало бы рассматривать как действующие аналогично нашим [-]- и θ-операторам.

К сожалению, наша система JVCD не является не-фрегевской системой и мы имеем в нашем распоряжении только лишь события. При поверхностном рассмотрении кажется, что лучше всего для нас вернуться к предложению Слупецкого. В этом случае можно читать выражения $[\alpha]$ как «говоря, что α мы устанавливаем (событие) $[\alpha]$» или «высказывание α устанавливает событие $[\alpha]$». Но трудности с выражениями θa остаются все еще не преодоленными. Мы не можем воспользоваться прочтением в P-стиле Сушко «a является фактом», поскольку a представляет собой не ситуацию, а событие. Вместо этого нам надо откуда-нибудь позаимствовать требуемые понятия.

Некоторые теоретики в подобной связи рассуждают о событиях в терминах актуальности или реальности. Например, У.Мейкснер заявляет следующее: «Для события быть актуальным или реальным означает *происходить*. Не все события происходят (но происходят только события); следовательно некоторые события не актуальны, но просто возможны»[139]. Он устанавливает наряду с другими следующий аналитический постулат для *происходить*: «*Для всякого х: х происходит тогда и только тогда, когда х является актуальным* (*реальным*) *событием*». Таким образом, вместо «a является фактом» можно использовать «a является актуальным (реальным)». Удобство подобного использования заключается в прямом прочтении $\theta(\Diamond a)$ как «a является возможным» в соответствии с утверждением Мейкснера.

Распространяя наше концептуальное заимствование на каузальную теорию, мы находим в статье У.Шеффлера следующее, спорное по его мнению, положение: «Событие есть что-то, что происходит - в мире эмпирических вещей, а не, например, в области математики или моральных категорий», и далее: «События обычно даются описаниями, включая дескриптивные предложения о том, что имеет место, и о пространственно-временном регионе, в котором нечто имеет место»[140]. Он иллюстрирует свое свои допущения следующими примерами: «Событие, что тиран был убит», «Событие, что Добро побеждает Зло» и т.д. Ясно, что если мы примем идею дескриптивного утверждения событий, это прямо наводит на мысль о прочтении $[\alpha]$ как «Событие, что α».

Наряду с этим наш способ рассмотрения вообще мог бы быть более изощренным: мы можем попытаться подойти к комбинированной логике не-фрегевским способом. Во-первых, действуя максимально радикальным образом, следовало бы в этом случае вместо событий использовать ситуации, рассматривая на внутреннем уровне алгебру ситуаций[141]. В качестве первого шага это ведет к принятию аксиом

$\theta(a = b) \supset (\theta a \equiv \theta b)$

$\theta(a = a)$

$\theta(a = b) \wedge \theta(a = b) \supset \theta(a = b)$

где $a = b$ трактуется как элементарная ситуация.

И здесь у нас возникает две возможности, в зависимости от выбора ситуационной онтологии. Если следовать подходу Сушко, то алгебра ситуаций оказывается алгеброй Хенле, что ведет к добавлению следующих аксиом:

$\theta(\Box 1 = 1)$

$\theta(\Box a = 0)$

Если же следовать подходу Р.Вуйицкого[142], то множество ситуаций оказывается нефундированным множеством и алгебра ситуаций будет представлять собой соответствующую модальную алгебру с подобным носителем. В этом случае нам потребуются следующая аксиома:

$(\theta(a_1 = b_1), \ldots, \theta(a_{s(i)} = b_{s(i)})) \supset R_i(\mathrm{a}_1, \ldots, a_{s(i)}) \supset R_i(b_1, \ldots, b_{s(i)}), i = 1, \ldots, m.$

Более того, мы можем ввести двойную онтологию ситуаций и событий в стиле системы Сушко, которая очевидным образом приводит к дальнейшим осложнениям. Но было бы более разумным преодолеть это искушение и оставить подобные материи за рамками нашего рассмотрения здесь.

Если рассматривать формулу θa как, в каком-то смысле, описание события a, а δa как дискуссивное описание события a, то следуя Н. да Косте[143] можно определить дискуссивную теорию $\boldsymbol{T}$ интерпретации событий в случае, когда выполняются следующие условия:

(1) Если a является событием, то $\delta a \in \boldsymbol{T}$;

(2) $\boldsymbol{T}$ замкнуто относительного дискуссивного отделения: если $\delta a \in \boldsymbol{T}$ и $\delta(a \to b) \in \boldsymbol{T}$, то $\delta(b) \in \boldsymbol{T}$.

Дискуссивные теории, по-видимому, отражают характерные признаки дискурсивных теорий Яськовского в случае описания или трактовки некоторого множества событий. Согласно Яськовскому «достаточно, например, дедуцировать следствия из нескольких гипотез, противоречащих друг другу, чтобы изменить природу утверждений, которые более не будут отражать согласованное мнение. То же самое произойдет, если утверждения, высказанные несколькими участниками дискурса, объединяются в единую систему, или в случае, если чьи-то личные мнения таким же образом собраны в одну систему, хотя эта особа не уверена в том, что термины, появляющиеся в ее различных утверждениях, не будут слегка отличаться по своим значениям. Назовем подобную систему, про которую нельзя сказать, что она включает утверждения, выражающие согласованные друг с другом мнения, термином *дискурсивная система*. Чтобы передать нашу природу утверждений подобной системы, было бы лучше всего предварить каждое утверждение оговоркой: «в соответствии с мнением одного из участников дискурса» или «для некоторого допустимого значения используемого термина». Следовательно, присоединение утверждения к дискурсивной системе имеет иное интуитивное значение, чем утверждение в обычной системе. Дискурсивное утверждение включает имплицитную оговорку специфицированного выше вида, которая - независимо от функций до сих пор введенных в этой статье - равносильна возможности *Pos.* Соответственно, если утверждение *A* вписано в дискурсивную систему, его интуитивный смысл должен интерпретироваться так, как если бы оно было предварено символом *Pos*, то есть, в смысле «возможно, что *A*». Именно подобным образом беспристрастный судья мог бы понимать утверждения различных участников дискуссии»[144].

Мы должны теперь принять во внимание, что θ- и δ-операторы имеют различную природу по отношению к понятию противоречивости. Фактически мы должны различать внешнюю и внутреннюю противоречивость, когда первое понятие является обычным понятием вследствие классического характера нашей внешней логики (что отнюдь не обязательно). Возникающие сложности не связаны с θa и $\theta(\sim a)$ формулами, поскольку из аксиомы А2 мы имеем $\neg\theta a$ вместо $\theta(\sim a)$ и все проходит как обычно. Но в случае δa и $\delta(\sim a)$ ситуация иная.

Пусть Γ будет множеством формул. (Γ) означает наименьшую теорию, содержащую все элементы Г. Справедливо следующее предложение:

Предложение 1. *Существуют противоречивые на внутреннем уровне дискурсивные теории истолкования событий, которые нетривиальны* (*т.е. если* ***T*** *представляет собой такую теорию, то не всегда имеет место* $\boldsymbol{T} = F$*, где F есть множество всех формул*).

Доказательство. Если $\Gamma = \{\delta a, \delta(\sim a)\}$, то является Γ противоречивой на внутреннем уровне, но нетривиальной, поскольку $\delta(a \cap_d {\sim} a \to b)$ не будет утверждением ***T***, где *b* есть любое событие, отличное от *a*. ■

Здесь и далее ■ означает конец доказательства.

Существует несколько различных аксиоматизаций D_2 (в настоящее время часто обозначаемой как J), основывающихся на модальной системе

S5[145]. Алгебраический эквивалент D_2, который приводится Котасом[146], определяется с помощью следующей теоремы:

Теорема. *Алгебра* $\langle S,\cup, \cap_d,\sim\rangle$ *имеет следующие свойства*:

1) $\langle S,\cup,\sim\rangle$ *является булевой алгеброй*;
2) $\langle S,\cup, \cap_d\rangle$ *іявляется косой решеткой в смысле Йордана*[147];
3) *Для всяких* $a,b,c\in S$
   (i) $a\cap_d b = \sim(\sim a\cup\sim(1\cap_d b))$,
   (ii) $1\cap_d 0 = 0$,
   (iii) $a \leq 1\cap_d a$,
   (iv) $a\cap_d (b\cap_d c) = (a\cap_d b) \cap_d c$,
   (v) $a\cap_d (b\cup c) = (a\cap_d b)\cup(a\cap_d c)$.

Если мы стремимся к тому, чтобы наш алгебраический эквивалент дискурсивной логики Яськовского был «чистой» алгеброй, а не модальной алгеброй типа S5, то тогда, по-видимому, было бы лучше с самого начала иметь дело со следующими аксиомами

E1. $\theta a\vee\theta b \equiv \theta(a\cup b)$
E2. $\neg\theta a \equiv \theta(\sim a)$
E3. $\theta((a\cap_d (b\cup a)) \equiv \theta a\vee\theta(a\cap_d b) \equiv \theta a$
E4. $\theta(a\cap_d b) \equiv \neg(\neg\theta a\vee\neg\theta(1\cap_d b))$
E5. $\theta(1\cap_d 0) \equiv \theta 0$
E6. $\theta a \supset \theta(1\cap_d a)$
E7. $\theta(a\cap_d (b\cap_d c)) \equiv \theta((a\cap_d b) \cap_d c)$
E8. $\theta(a\cap_d (b\cup c)) \equiv \theta((a\cap_d b)\vee(a\cap_d c))$
E9. $\theta[\alpha] \equiv \alpha$
E10. $\theta[\alpha\vee\beta] \equiv \theta([\alpha]\cup[\beta])$
E11. $\theta[\neg\alpha] \equiv \theta(\sim[\alpha])$
E12. $\alpha \supset \theta(\sim(\sim[\alpha]\cap_d \sim b))$

где выражения 1 и 0 *имеют* то же самое значение, что $a\cup\sim a$ и $\sim(a\cup\sim a)$ соответственно. Если мы для удобства воспользуемся дискуссивным описанием событий δ, то тогда список аксиом может быть преобразован следующим образом:

F1. $\theta a\vee\theta b \equiv \theta(a\cup b)$
F2. $\neg\theta a \equiv \theta(\sim a)$
F3. $\delta a \wedge(\theta b\vee\theta a)) \equiv \theta a\vee(\delta a\wedge\theta b) \equiv \theta a$
F4. $\delta a \wedge\theta b \equiv \theta a \wedge(\delta 1\wedge\theta b)) \equiv \theta(a\cap d\ b)$
F5. $\delta 1 \wedge \theta 0 \equiv \theta 0$
F6. $\theta a \supset \delta 1 \wedge \theta a$
F7. $\theta[\alpha] \equiv \alpha$
F8. $\theta[\alpha\vee\beta] \equiv \theta([\alpha]\cup[\beta])$
F11. $\theta[\neg\alpha] \equiv \theta(\sim[\alpha])$
F10. $\alpha \supset (\delta(\sim[\alpha]) \supset \theta b)$

Семантики системы JVCD

Семантика возможных миров

Семантику дискуссивной комбинированной логики, согласно идеям В.А.Смирнова можно описать следующим образом. Пусть W будет непустым множеством возможных миров. События будут отождествляться с подмножествами W. Пусть φ будет функцией, приписывающей событийным переменным подмножества W. Функция φ будет распространяться на все термины обычным способом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$

$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcup \varphi(b)$

$\varphi({\sim}a) = \varphi(a)'$

Здесь $\bigcap$, $\bigcup$, $'$ представляют собой теоретико-множественное пересечение, объединение и дополнение соответственно. Пусть $R \subseteq W \times W$ будет некоторое рефлексивное, транзитивное и симметричное отношение. Тогда мы определяем

$\varphi(\Diamond a) = \{x\colon \exists y(y \in \varphi(a) \text{ и } Rxy)\}$

Понятие истинности может быть описано стандартным способом:

$w \vDash_\varphi \theta a \Leftrightarrow w \in \varphi(a)$ (*событие происходит, истинно в возможном мире w* тогда *и только тогда, когда этот мир принадлежит событию*)

$w \vDash_\varphi \alpha \vee \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ или $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ и $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \alpha \supset \beta \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \alpha$ или $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \alpha$

Для дискуссивных формул Яськовского соответственно получаем следующие понятия истинности:

$w \vDash_\varphi \delta a \Leftrightarrow w \in \varphi(\Diamond a) = \{x\colon \exists y(y \in \varphi(a) \text{ и } Rxy)\}$ (*дискурсивное событие происходит, истинно в возможном мире w тогда и только тогда, когда этот мир принадлежит к событию, которое делается возможным благодаря некоторому другому событию*)

$w \vDash_\varphi \delta(a \cup b) \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \delta\alpha$ или $w \vDash_\varphi \delta\beta$

$w \vDash_\varphi \delta(a \bigcap_d b) \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \delta\alpha$ и $w \vDash_\varphi \delta\beta$

$w \vDash_\varphi \delta(a \to b) \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \delta\alpha$ или $w \vDash_\varphi \delta\beta$

$w \vDash_\varphi \delta(\nabla a) \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \delta\alpha$

Очевидным образом функцию φ следует также распространить на термины [–]-типа:

$\varphi([\alpha]) = \{w\colon w \vDash_\varphi \alpha\}$

и, наконец, мы получаем

$\varphi(a \bigcap_d b) \Leftrightarrow \varphi(\Diamond\alpha) \cap \varphi(b) = \{x\colon \exists y(y \in \varphi(a) \text{ и } Rxy)\} \cap \varphi(b)$.

Теорема 1*. Аксиомы PC+(A1-A2, B1-B4,B7-B10) общезначимы в вышеописанной семантике.*

Доказательство очевидно. ■

Ясно, что доказуемость этой теоремы не означает, что **JVCD** является (внутренне) непротиворечивой по отношению к вышеприведенной семантике. Чтобы показать это, напомним, что если K представляет собой структуру Крипке (очевидным образом $\langle W,R,\models\rangle$ будет одной из них), то тогда K является моделью Γ тогда и только тогда, когда для каждой $\gamma\in\Gamma$ существует мир w из K, такой, что $w\models_{\varphi}\gamma$.

Предложение 2*. Существуют противоречивые (на внутреннем уровне) множества формул, которые имеют модели.*

Доказательство. Примените вышеописанную семантику для **JVCD** (рассмотрите случай $\Gamma = \{\delta a,\delta(\sim a)\}$). ■

Алгебраическая семантика

Можно получить иным способом алгебраическую семантику JVCD-логики, если подходить к высказываниям и событиям просто как к двум совершенно самостоятельным типам сущностей. В этом случае *алгебраический JVCD-фрейм* или *JVCD-расслоение* будет представлять собой четверку $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{g}\rangle$ где база $\boldsymbol{A} = \langle A,+,-\rangle$ является булевой алгеброй (A содержит по меньшей мере два элемента), расслоение $\boldsymbol{B} = \langle B,\oplus,',\bullet\rangle$ есть S5-алгебра, $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{B} \to \boldsymbol{A}$ (проекция расслоения), $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ (сечение расслоения) представляют собой погружающие функции. Пусть 0, 1, $\circ$ и $\leq$ будут определены в обеих алгебрах обычным образом. Для $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{g}$ выполняются следующие условия:

$\boldsymbol{f}(k\oplus l) = \boldsymbol{f}(k) + \boldsymbol{f}(l)$,

$\boldsymbol{f}(k') = -\boldsymbol{f}(k)$,

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{g}(x)) = x$,

$\boldsymbol{g}(x+y) = \boldsymbol{g}(x) \oplus \boldsymbol{g}(y)$,

$\boldsymbol{g}(-x) = \boldsymbol{g}(x)'$,

$x \leq \boldsymbol{f}((\bullet\boldsymbol{g}(x)')' \oplus y)$,

где $x,y\in A$ и $k,l\in B$.

Если F есть множество правильно построенных формул и E является множеством событий, то оценка $\boldsymbol{v}$ определяется следующим образом:

$\boldsymbol{v}: F\bigcup E \to A\bigcup B$,

$\boldsymbol{v}(\alpha\vee\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = - \boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β суть ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a\cup b) = \boldsymbol{v}(a) \oplus \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \boldsymbol{v}(a)'$,

$\boldsymbol{v}(\Diamond a) = \bullet \boldsymbol{v}(a)$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{v}(\alpha))$

(где a, b являются событиями и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in B$).

Теорема 2*. Аксиомы PC+(A1-A2, B1-B4,B7-B10) общезначимы в любой* $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{f},\boldsymbol{g}\rangle$*-модели с оценкой* $\boldsymbol{v}$.

Доказательство очевидно. ■

Иная версия JVCD-фрейма получается, если мы изменим второй компонент. В этом случае в $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{f},\boldsymbol{g}\rangle$-фрейме вместо $\boldsymbol{B}$ мы имеем алгебру Яськовского $\boldsymbol{J} = \langle S, \oplus, \otimes, '\rangle$ и для $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{g}$ последнее условие превращается в

$x \leq \boldsymbol{f}((\boldsymbol{g}(x)' \otimes (y)')')$,

где $x,y \in A$.

Оценка $\boldsymbol{v}$ определяется следующим образом:

$\boldsymbol{v}: F \bigcup E \rightarrow A \bigcup B$,

$\boldsymbol{v}(\alpha \vee \beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = -\boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β являются ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a \cup b) = \boldsymbol{v}(a) \oplus \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \boldsymbol{v}(a)'$,

$\boldsymbol{v}(a \cap_d b) = \boldsymbol{v}(a) \otimes \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{v}(\alpha))$

(где a, b представляют собой события и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in S$).

Теорема 3*. Аксиомы PC+(E1-E12) общезначимы в любой* $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{J},\boldsymbol{f},\boldsymbol{g}\rangle$*-модели с оценкой* $\boldsymbol{v}$.

Доказательство очевидно. ■

Комбинированные логики да Косты: онтологическая паранепротиворечивость

Синтаксис и аксиоматика

Напомним, что Н.А. Васильев различал два уровня в логике, допуская паранепротиворечивость на онтологическом уровне, но отрицая ее на логическом. Он писал: «… в логике есть устранимые, а потому эмпирические элементы. Если устранить то, что устранимо и эмпирично, останется неустранимая рациональная логика. Ее мы и предлагаем называть металогикой». Металогика – это логика, «пригодная для каждого мира, как бы своеобразно ни было устройство объектов этого мира, ибо она заключает в себе только законы чистой мысли, суждения и вывода вообще, отражает только природу познающего субъекта». Наоборот, наша эмпирическая (аристотелевская) логика представляет собой не формальную логику, а науку, «где формальное, металогическое мысли смешано с содержанием мысли. Ее закон противоречия, ее отрицание опираются на факт несовместимости, на нечто познанное, а потому материальное». Фактически наша логика является «смесью, гибридной формой, чем-то средним между формальной металогикой и материальной наукой. Законы нашей логики суть отчасти законы металогики, отчасти законы природы; таковым будет, например, закон противоречия»[148]. Более того, при помощи металогики «можно построить все содержание нашей эмпирической логики, при помощт эмпирической логики можно построить чуждый ей мир воображаемой логики»[149].

Васильевская концепция воображаемой (неаристотелевской) логики была разработана для анализа проблемы противоречия в логике. Развивая подход Васильева к этой проблеме, было бы интересно разобраться с комбинированными системами как васильевскими «гибридными формами», рассматривающими нарушение закона противоречия нестандартным способом, отличным от того, как это сделано в системе **JVCD**. Васильевское понимание законов логики как законов природы для нас, с точки зрения комбинированной логики, когда внутренняя логика сводится к алгебраической онтологии событий, означает онтологизацию закона противоречия. Следовательно, в общем случае, нам нужна комбинированная логика, в которой алгебра события или взаимоотношение событий и предложений были бы необычными (напр., паранепротиворечивыми) с точки зрения закона противоречия,

Подобная логика была рассмотрена в работе «Комбинированные логики да Косты (мир по Н.К.А. да Косте»)»[150], где было предложено использовать алгебру да Косты[151], отражающую большинство логических свойств системы C_n да Косты в качестве внутренней логики комбинированной системы. В этом случае результирующая система комбинированной логики также могла бы быть противоречивой (паранепротиворечивой) на онтологическом уровне, но непротиворечивой на логическом уровне. Формально это делается следующим образом.

Во-первых, поскольку наши теоретические конструкции существенно основываются на алгебре да Косты, то для дальнейшего рассмотрения нам нужны полные определения.

Определение[152]. Под *алгеброй да Косты* мы имеем в виду структуру

$$\mathbf{A} = \langle S, 0, 1, \leq, \cap, \cup, \rightarrow, \sim\rangle$$

такую, что для каждых a,b,c,x из S выполняются следующие условия:

1. $\leq$ есть предпорядок;
2. $a\cap b \leq a$, $a\cap b \leq b$;

3. если $c \leq a$ и $c \leq b$, то $c \leq a \cap b$;
4. $a \cap a = a$, $a \cup a = a$;
5. $a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$;
6. $a \leq a \cup b$, $b \leq a \cup b$;
7. если $a \leq c$ и $b \leq c$, то $a \cup b \leq c$;
8. $a \cap (a \to b) \leq b$;
9. если $a \cap c \leq b$, то $c \leq (a \to b)$;
10. $0 \leq a$, $a \leq 1$;
11. $x^0 \leq (\sim x)^0$, где $x^0 = \sim(x \cap \sim x)$;
12. $x \cup \sim x \leftrightarrow 1$, где $a \leftrightarrow b$ iff $a \leq b$ и $b \leq a$;
13. $\sim\sim x \leq x$, где $\sim\sim x$ есть сокращение для $\sim(\sim x)$;
14. $a^0 \leq (b \to a) \to ((b \to \sim a) \to \sim b)$;
15. $x^0 \cap \sim(x^0) \leftrightarrow 0$.

Если имеется $x \in S$, такой, что неверно, что $x \cap \sim x \not\leftrightarrow 0$, то алгебра **A** представляет собой *собственную алгебру да Косты*.

Чтобы получить комбинированную логику да Косты, мы добавляем к схемам аксиом позитивной классической пропозициональной логики и правилу *modus ponens* следующие схемы:

A1. $\theta a \wedge \theta b \equiv \theta(a \cap b)$;
A2. $\theta a \vee \theta b \equiv \theta(a \cup b)$;
A3. $\theta a \wedge \theta(a \to b) \supset \theta b$;
A4. $(\theta(a \cap c) \supset \theta b) \supset (\theta c \supset \theta(a \to b))$;
A5. $\theta(a^0) \supset \theta(\sim a)^0$, где $a^0 = \sim(a \cup \sim a)$;
A6. $\theta(\sim\sim a) \supset \theta a$;
A7. $\theta(a^0) \supset \theta((b \to a) \to ((b \to \sim a) \to \sim b))$;
A8. $\theta b \supset \theta(a \cup \sim a)$;
A9. $\theta(a^0 \cap \sim(a^0)) \supset \theta b$.

Нетрудно проверить, что все аксиомы алгебры да Косты выполняются в подобной формулировке. Как следствие, мы получаем систему, в которой алгебра событий представляет собой алгебру да Косты.

Сразу же возникает вопрос о понятии события в подобной алгебре и прочтении θ-оператора. Очевидно, что неправильный выбор подобного прочтения может привести к непредсказуемым последствиям.

Некоторые теоретики часто рассуждают о событиях в терминах актуальности или реальности. По У.Мейкснеру «для события быть актуальным или реальным означает *происходить*. Не все события происходят (но происходят только события); следовательно некоторые события не актуальны, но просто возможны»[153]. Он устанавливает наряду с другими следующий аналитический постулат для *происходить*: «*Для всякого x: x происходит тогда и только тогда, когда x является актуальным* (*реальным*) *событием*». Таким образом, вместо «*a* является фактом» можно использовать «a является актуальным (реальным)». Удобство подобного использования заключается в прямом прочтении θa как «a является актуальным» в соответствии с утверждением Мейкснера.

Имеется еще один аргумент в пользу прочтения θa как «a является актуальным». Нетрудно заметить, что в комбинированной логике да Коты выводимо следующее правило

$$\frac{\theta(a \to b)}{\theta a \supset \theta b}$$

которое имплицитно означает, что можно умозаключать от внутренней импликации к внешней, т.е. мы обязаны нашему заключению связи событий в реальности. Другими словами, актуальность событийно-онтологической импликации влечет за собой принятие логической (эпистемологической) импликации, что, согласно нашему предложению, должно было бы читаться как «из актуальности $a \to b$ следует, что если a актуально, то b также актуально».

Следует ли нам в комбинированной логике да Косты принимать только схемы аксиом позитивной классической логики (плюс правило *modus ponens*) или мы должны принять также некоторые схемы аксиом с отрицанием? Фактически, мы можем это сделать, но тогда мы обязаны будем различать два вида отрицания (внутреннее и внешнее) и их использование. Последнее означает, что нам следует уделить внимание тому обстоятельству, что в нашей аксиоматизации нам не потребовалось внешнее отрицание.

Возникает также вопрос о том, могут ли ментальные процессы, приводящие к формулировкам внешних формул, также рассматриваться как события. Как известно, Смирнов в своей работе 1989[154] принимает это положение, что формально приводит к обогащению языка зак счет оператора [-], действующего следующим образом: *если* α - *формула, то* $[\alpha]$ *есть терм*. В системе JVCD принимается прочтение $[\alpha]$ как «Событие, что α», которое вполне нас устраивает и в случае комбинированной логики да Косты.

Исходя из подобной трактовки, мы принимаем следующие схемы аксиом:

A10. $\alpha \supset \theta[\alpha]$

A11. $\theta[\alpha\vee\beta] \equiv \theta([\alpha]\cup[\beta])$

A12. $\theta[\alpha\wedge\beta] \equiv \theta([\alpha]\cap[\beta])$

Если мы будем рассматривать θa как, в некотором смысле, описание события a, то следуя Н. да Косте[155], можно определить теорию $\boldsymbol{T}$ истолкования событий в случае, когда выполняются следующие условия:

(1) Если a является событием, то $\theta a \in \boldsymbol{T}$;

(2) $\boldsymbol{T}$ замкнуто относительного θ-отделения: если $\theta a \in \boldsymbol{T}$ и $\theta(a \to b) \in \boldsymbol{T}$, то $\theta(b) \in \boldsymbol{T}$.

Пусть Γ будет множеством формул. (Γ) означает наименьшую теорию, содержащую все элементы Г. Справедливо следующее предложение:

Предложение 1. *Существуют противоречивые на внутреннем уровне теории истолкования событий, которые нетривиальны* (*т.е. если* $\boldsymbol{T}$ *представляет собой такую теорию, то не всегда имеет место* $\boldsymbol{T} = F$, *где* F *есть множество всех формул*).

Доказательство. Если $\Gamma = \{\theta a, \theta(\sim a)\}$, то Γ является противоречивой на внутреннем уровне, но нетривиальной, поскольку $\theta(a \cap \sim a \to b)$ не будет утверждением $\boldsymbol{T}$, где b есть любое событие, отличное от a. ■

Семантика расслоений комбинированной логики да Косты

Семантику возможных миров для комбинированной логики да Косты, следуя идее семантики системы JVCD, можно описать следующим образом. Пусть W будет непустым множеством возможных миров. События будут отождествляться с подмножествами W. Чтобы ввести соответствующие операции на подмножествах W, нам потребуются некоторые дополнительные понятия, так как обычного теоретико-множественного аппарата недостаточно ввиду его булевого (следовательно, классического, а не паранепротиворечивого) характера. Выходом является использовние понятия паранепротиворечивой алгебры множеств[156].

Определение. Паранепротиворечивая алгебра множеств представляет собой структуру

$$\mathbf{A} = \langle S, \varnothing, I, \leq, \bigcap, \bigcup, \Rightarrow, ' \rangle$$

где

1. $\bigcap$ и $\bigcup$ являются операциями теоретико-множественного пересечения и объединения;
2. $\leq$ есть предпорядок;
3. $S \subseteq \mathcal{P}(I)$;
4. S замкнуто по отношению к бинарным операциям $\bigcap$, $\bigcup$, и унарной операции $'$;
5. $a \bigcap b \leq a$, $a \bigcap b \leq b$;
6. если $c \leq a$ и $c \leq b$, то $c \leq a \bigcap b$;
7. $a \leq a \bigcup b$, $b \leq a \bigcup b$;
8. $a \bigcap (a \Rightarrow b) \leq b$;
9. если $a \bigcap c \leq b$, то $c \leq (a \Rightarrow b)$;
10. $\varnothing \leq a$, $a \leq I$;
11. $x \bigcup \sim x \Leftrightarrow I$, где $a \Leftrightarrow b$ iff $a \leq b$ и $b \leq a$;
12. $x'' \leq x$;

13. $x^0 \leq (y \Rightarrow x) \Rightarrow ((y \Rightarrow x') \Rightarrow y')$, где $x^0 = (x \bigcap x')'$;
14. $x^0 \bigcap (x^0)' \Leftrightarrow \varnothing$.
15. $x^0 \leq (x')^0$.

Пусть φ будет функцией, приписывающей каждой переменной некоторое подмножество W. Функция φ будет распространяться на все термы обычным способом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$
$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcup \varphi(b)$
$\varphi(a \to b) = \varphi(a) \Rightarrow \varphi(b)$
$\varphi({\sim}a) = \varphi(a)'$

Здесь $\bigcap$, $\bigcup$, $\Rightarrow$, $'$ являются операциями паранепротиворечивой алгебры

$$\mathbf{W} = \langle S, \varnothing, W, \leq, \bigcap, \bigcup, \Rightarrow, ' \rangle.$$

Понятие истинности описывается стандартным образом:
$w \vDash_\varphi \theta a \Leftrightarrow w \in \varphi(a)$ (*событие происходит, истинно в возможном мире w тогда и только тогда, когда этот мир принадлежит событию*);
$w \vDash_\varphi \alpha \vee \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ или $w \vDash_\varphi \beta$;
$w \vDash_\varphi \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ и $w \vDash_\varphi \beta$;
$w \vDash_\varphi \alpha \supset \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ влечет $w \vDash_\varphi \beta$;
$w \vDash_\varphi \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \alpha$.

Очевидным образом функцию φ следует также распространить на термины [-]-типа:

$\varphi([\alpha]) = \{\mathrm{w}: w \vDash_\varphi \alpha\}$

Теорема 1. *Аксиомы PC+(A1-A10) общезначимы в вышеописанной семантике.*

Доказательство очевидно. ■

Ясно, что доказуемость этой теоремы не означает, что комбинированная логика да Косты является (внутренне) непротиворечивой по отношению к вышеприведенной семантике. Чтобы показать это, напомним, что если K представляет собой структуру Крипке (очевидным образом $\langle W, \vDash \rangle$ будет одной из них), то тогда K является моделью Γ тогда и только тогда, когда для каждой $\gamma \in \Gamma$ существует мир w из K, такой, что $w \vDash_\varphi \gamma$.

Предложение 2. *Существуют противоречивые (на внутреннем уровне) множества формул, которые имеют модели.*

Доказательство. Применяем вышеописанную семантику для комбинированной логики да Косты (рассмотривается случай $\Gamma = \{\theta a, \theta({\sim}a)\}$). ■

Алгебраическая семантика комбинированной логики да Косты можно получить, рассматривая высказывания и события как два самостоятельных типа объектов. В этом случае *алгебраический фрейм да Косты* или *расслоение да Косты* будет представлять собой тройку $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{B} \rangle$ где база $\boldsymbol{A}$ =

$\langle A,+,\circ,-\rangle$ является булевой алгеброй (A содержит по меньшей мере два элемента), $\boldsymbol{B} = \langle B, 0, 1, \leq, \cap, \cup, \rightarrow, \sim\rangle$ есть алгебра да Косты, $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{B}\rightarrow \boldsymbol{A}$ представляет собой функцию вложения (проекция расслоения). Пусть 0, 1 будут определены в обеих алгебрах обычным образом. Для $\boldsymbol{f}$ выполняются следующие условия:

$\boldsymbol{f}(a\cup b) = \boldsymbol{f}(a) + \boldsymbol{f}(b)$,

$\boldsymbol{f}(a\cap b) = \boldsymbol{f}(a) \circ \boldsymbol{f}(b)$,,

$\boldsymbol{f}(a) \circ \boldsymbol{f}(a \rightarrow l) \leq \boldsymbol{f}(b)$;

$(\boldsymbol{f}(a\cap c) \supset \boldsymbol{f}(b)) \leq (\boldsymbol{f}(c) \supset \boldsymbol{f}(a \rightarrow b))$;

$\boldsymbol{f}(a^0) \leq \boldsymbol{f}(\sim a)^0$, где $a^0 = \sim(a\cup\sim a)$;

$\boldsymbol{f}(\sim\sim a) \leq \boldsymbol{f}(a)$;

$\boldsymbol{f}(a^0) \leq \boldsymbol{f}((b \rightarrow a) \rightarrow ((b \rightarrow \sim a) \rightarrow \sim b))$;

$\boldsymbol{f}(b) \leq \boldsymbol{f}(a\cup\sim a)$;

$\boldsymbol{f}\theta(a^0\cap\sim(a^0)) \leq \boldsymbol{f}(b)$.

где $x \supset y = -x + y$ и $a,b,c\in B$.

Если F есть множество правильно построенных формул и E является множеством событий, то оценка $\boldsymbol{v}$ определяется следующим образом:

$\boldsymbol{v}: F\bigcup E\rightarrow A\bigcup B$,

$\boldsymbol{v}(\alpha\vee\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\alpha\wedge\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) \circ \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = - \boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β уть ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a\cup b) = \boldsymbol{v}(a) \cup \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(a\cap b) = \boldsymbol{v}(a) \cap \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(a\rightarrow b) = \boldsymbol{v}(a) \rightarrow \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \sim\boldsymbol{v}(a)$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

(где a, b и являютсятся *событиями* и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in B$).

Теорема 2. *Аксиомы PC+(A1-A9) общезначимы в любом расслоении да Косты* $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{f},\boldsymbol{B}\rangle$ *с оценкой* $\boldsymbol{v}$.

Доказательство очевидно. ■

Чтобы учесть аксиомы A10-A12, нам нужно модифицировать понятие расслоения да Косты. Теперь расслоением да Косты будет четверка $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{f},\boldsymbol{B},\boldsymbol{g}\rangle$, где база $\boldsymbol{A} = \langle A,+,\circ,-\rangle$ представляет собой будеву алгебру (A содержит по крайней мере два элемента), расслоение $\boldsymbol{B} = \langle B, 0, 1, \leq, \cap, \cup, \rightarrow, \sim\rangle$ является алгеброй да Косты (B имеет по крайней мере три элемента), проекция расслоения $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{B} \rightarrow \boldsymbol{A}$ и сечение расслоения $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ являются функциями вложения. Для $\boldsymbol{g}$ должны выполняться следующие условия:

$\boldsymbol{g}(x + y) = \boldsymbol{g}(x) \cup \boldsymbol{g}(y)$,

$\boldsymbol{g}(x \circ y) = \boldsymbol{g}(x) \cap \boldsymbol{g}(y)$,

$x \leq \boldsymbol{f}(\boldsymbol{g}(x))$, где $x,y \in A$.

Оценка $\boldsymbol{v}$ теперь дополнительно определяется условием:

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}\,(\boldsymbol{v}(\alpha))$.

Теорема 3. *Аксиомы PC+(A1-A12) общезначимы в любом расслоении да Косты* $\langle \boldsymbol{A,f,B,g} \rangle$ *с оценкой* $\boldsymbol{v}$.

Доказательство *очевидно*. ■

Более *интересная* версия расслоения да Косты получитя, если мы изменим вторую компоненту. В этом случае в $\langle \boldsymbol{A,f,B,g} \rangle$ вместо $\boldsymbol{B}$ мы будем использовать паранепротиворечивую алгебру множеств $\boldsymbol{C} = \langle S, \varnothing, I, \leq, \bigcap, \bigcup, \Rightarrow, \sim \rangle$ (которая позволяет нам рассматривать множества событий как слои) и для $\boldsymbol{f}$ выполняются следующие условия:

$\boldsymbol{f}(a \bigcup b) = \boldsymbol{f}(a) + \boldsymbol{f}(b)$,

$\boldsymbol{f}(a \bigcap b) = \boldsymbol{f}(a) \circ \boldsymbol{f}(b)$,,

$\boldsymbol{f}(a) \circ \boldsymbol{f}(a \Rightarrow b) \leq \boldsymbol{f}(b)$;

$(\boldsymbol{f}(a \bigcap c) \supset \boldsymbol{f}(b)) \leq (\boldsymbol{f}(c) \supset \boldsymbol{f}(a \Rightarrow b))$;

$\boldsymbol{f}(a^0) \leq \boldsymbol{f}(\sim a)^0$, где $a^0 = \sim(a \bigcup \sim a)$;

$\boldsymbol{f}(\sim\sim a) \leq \boldsymbol{f}(a)$;

$\boldsymbol{f}(a^0) \leq \boldsymbol{f}((b \Rightarrow a) \Rightarrow ((b \Rightarrow \sim a) \Rightarrow \sim b))$;

$\boldsymbol{f}(b) \leq \boldsymbol{f}(a \bigcup \sim a)$;

$\boldsymbol{f}\,\theta(a^0 \bigcap \sim(a^0)) \leq \boldsymbol{f}(b)$.

(где $x \supset y = -x + y$ и $a,b,c \in S$).

Для $\boldsymbol{g}$ будут выполняться следующие условия:

$\boldsymbol{g}(x + y) = \boldsymbol{g}(x) \bigcup \boldsymbol{g}(y)$,

$\boldsymbol{g}(x \circ y) = \boldsymbol{g}(x) \bigcap \boldsymbol{g}(y)$,

$x \leq \boldsymbol{f}(\boldsymbol{g}(x))$,

где $x,y \in A$.

Оценка $\boldsymbol{v}$ определяется как:

$\boldsymbol{v}: F \bigcup E \rightarrow A \bigcup S$,

$\boldsymbol{v}(\alpha \vee \beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = -\boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β являются ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a \cup b) = \boldsymbol{v}(a) \bigcup \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(a \cap b) = \boldsymbol{v}(a) \bigcap \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(a \rightarrow b) = \boldsymbol{v}(a) \Rightarrow \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \sim\boldsymbol{v}(a)$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}\,(\boldsymbol{v}(\alpha))$.

(где a, b являются событиями и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in S$).

Следствие 1. *Аксиомы PC+(A1-A12) общезначимы в любом расслоении да Косты* $\langle \boldsymbol{A,f,C,g} \rangle$.

Должна ли наша расслоенная семантика быть исключительно алгебраической? Детальный анализ обнаруживает, что смирновский подход к семантике типа Крипке для комбинированной логики позволяет переформулировать расслоенную семантику в терминах так называемых расслоений Крипке. Определим расслоение Крипке как четверку $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g}\rangle$, где $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{E} \to \boldsymbol{W}$ (проекция расслоения), $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{W} \to \boldsymbol{E}$ (сечение расслоения) являются сюръективными отображениями. Таким образом, множества событий сформированы теперь возможными мирами, в то время как возможные миры расслоены (индексированы) событиями.

Опять, пусть φ будет функцией, приписывающей каждой событийной переменной a подмножество $\varphi(a) \subseteq \boldsymbol{E}$ (слой) и мы определяем функцию φ обычным образом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$

$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$

$\varphi(a \to b) = \varphi(a) \Rightarrow \varphi(b)$

$\varphi(\sim a) = \sim \varphi(a)'$

$\varphi([\alpha]) = \{a \colon a \in \boldsymbol{g}(\alpha)\}$

где $\bigcap$, $\bigcup$, $\Rightarrow$, $'$ являются операциями паранепротиворечивой алгебры $\boldsymbol{S} = \langle S, \varnothing, I, \leq, \bigcap, \bigcup, \Rightarrow, '\rangle$ и $S \subseteq \mathcal{P}(E)$.

Про отношение $\vDash$ говорят, что оно является оценкой на расслоении Крипке $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g}\rangle$, если оно является бинарным отношением между каждым элементом $w \in \boldsymbol{W}$ и каждой атомарной формулой. Мы определяем $\vDash$ индуктивно следующим образом:

$w \vDash_\varphi \theta a \Leftrightarrow \varphi(a) \cap \boldsymbol{f}^{-1}(w) \neq \varnothing$ (*событие а принадлежит слою* $\boldsymbol{f}^{-1}(w)$)

$w \vDash_\varphi \alpha \vee \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ или $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow w \vDash_\varphi \alpha$ и $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \alpha \supset \beta \Leftrightarrow$ если $w \vDash_\varphi \alpha$, то $w \vDash_\varphi \beta$

$w \vDash_\varphi \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $w \vDash_\varphi \alpha$

Наряду с этим функция φ должна быть также определена для термов [–]-типа:

$\varphi([\alpha]) = \{a \colon w \vDash_\varphi \alpha$ и $w \in \boldsymbol{g}^{-1}(a)\}$ (*множество индексов-сечений возможных миров, в которых* α *истинна*).

Формула α общезначима в расслоении Крипке $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g}\rangle$, если для каждой оценки $\vDash$ на $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g}\rangle$ и каждого $w \in \boldsymbol{W}$, мы имеем $w \vDash \alpha$.

Из этих определений непосредственно вытекают следующие результаты.

Теорема 4. *Аксиомы PC+(A1-A2) общезначимы в любом расслоении Крипке* $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g}\rangle$.

Следствие 2. *Аксиомы PC+(A1-A2) общезначимы в любом расслоении Крипке* $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{g}\rangle$.

Формальная онтология ситуаций и событий: комбинированная не-фрегевская логика

Итак, системы комбинированной логики представлют собой системы двухуровневой логики, в которых внешний уровень (внешняя логика) является пропозициональной логикой, в то время как внутренний уровень (внутренняя логика) представляет собой алгебру событий (последние являются термами). Расширяя одну из подобных систем **CM** (логика де Моргана с внешней классической логикой) за счет утверждений о тождестве событий, В.А. Смирнов вводит правило

$$\frac{\theta a \leftrightarrow \theta b}{a = b}$$

которое, следуя идеям Р. Сушко, он называет принципом Фреге (здесь $a = b$ означает тождество событий, а $\theta a \leftrightarrow \theta b$ означает эквивалентность актов утверждений о том, что эти события имеют место). Он указывает, что при этом алгебра событий может варьироваться в широких пределах.

Не-фрегевская логика предполагает отмену принципа Фреге, что приводит к введению в синтаксис новой связки тождества ≡ (кореференциальности), утверждающей совпадение референтов предложений, и к необходимости использования так называемой ситуационной семантики. Если следовать и дальше идеям Р. Сушко, то следовало бы принцип Фреге заменить следующим правилом,

$$\frac{a = b}{\theta a \leftrightarrow \theta b},$$

которое можно было бы назвать *принципом Сушко*. Подобный принцип предполагает независимость онтологической части, когда структура познаваемого мира находит свое отображение в исчислении предложений, но не наоборот.

Возникающая на этом пути проблема связана с понятием «событие», принимаемым в комбинированной логике. В.А. Смирнов различает акт предикации (синтез свойства с объектом или отношения с объектами) и акт утверждения (соотнесение мыслимого содержания с реальностью). Эти акты различаются формой записи. Так, $P(a)$ и $P(a_1,\ldots,a_n)$ описывают некоторое положение дел, но не выражают акт утверждения[157]. Запись суждения, утверждения изображается в виде $\theta P(a)$ и $\theta P(a_1,\ldots,a_n)$. Таким образом, $P(a)$ обозначает не истинностное значение, а некоторое событие.

Существующие в логике взгляды на соотношение событий и ситуаций (концепция Ф. Рамсея, трактовка Б. Расселом факта как принципиально не именующего, классификация видов значений К. И. Льюиса) не позволяют однозначно связывать события и ситуации. В частности, сам Р. Сушко предложил теорию реификации ситуаций, устанавливающую связь между событиями и ситуациями на основе понимания событий как особого рода абстрактных предметов, являющихся результатом гипостазирования ситуаций. Подобная концепция приводит к онтологической первичности ситуации по отношению к событиям[158].

Для системы комбинированной логики с принципом Сушко можно построить ситуационную семантику типа семантики Р. Вуйицкого, если принять концепцию события как совокупности не возможных миров, но совокупности ситуаций, т.е. понимать тождество событий так, что события определяются ситуациями, в которых они имеют место[159]. И если в случае принятия принципа Фреге мы умозаключаем от акта утверждения к положению дел, то в случае принятия принципа Сушко мы умозаключаем от положения дел к акту утверждения, т.е. онтологический аспект является решающим.

Прежде, чем двигаться дальше, напомним формулировку комбинированной логики **CM** – комбинированного исчисления с внешней классической и внутренней де моргановской частями, построенной В.А. Смирновым[160]. Стандартным образом определяя понятие общезначимости, Смирнов аксиоматизирует следующим образом класс общезначимых формул системы **CM**:

B0. Схемы аксиом классического пропозиционального исчисления.

B1. $\theta(a\cap b) \leftrightarrow \theta a\wedge\theta b$

B2. $\theta(a\cup b) \leftrightarrow \theta a\vee\theta b$

B3. $\theta{\sim}(a\cap b) \leftrightarrow \theta{\sim}a\vee\theta b$

B4. $\theta{\sim}(a\cup b) \leftrightarrow \theta{\sim}a\wedge\theta{\sim}b$

B5. $\theta{\sim\sim}a \leftrightarrow \theta a$

Единственным правилом вывода является правило *modus ponens*.

Неудобство использования семантики событий и правомерность перехода к ситуационной семантике становятся более понятными, если рассматривать системы слабее **CM**. Дело в том, что в общем случае мы можем ограничиться принятием для внутренней логики лишь обычной аксиомы $a = a$, обычных правил

$$\frac{a = b}{b = a}\,,$$

$$\frac{a = b \quad b = c}{a = c}\,,$$

описывающих свойства тождества событий и правилом

$$\frac{a_1 = b_1,\ \dots,\ a_{s(i)} = b_{s(i)}}{R_i(a_1,\dots,a_{s(i)}) \leftrightarrow R_i(b_1,\dots,b_{s(i)})}\,,\ i = 1,\ \dots,\ m,$$

описывающим подстановочные свойства термов-событий. Но согласно подходу Смирнова $R_i(a_1,\dots,a_{s(i)})$ будет не формулой, но сентенциальным термином и поэтому последняя аксиома не может быть принята. В этом случае предложением *ad hoc* могут быть правила

$$\frac{\theta(a=b)}{\theta a=\theta b},$$

$$\frac{\theta(a_1=b_1),\ \dots,\ \theta(a_{s(i)}=b_{s(i)})}{\theta R_i(a_1,\dots,a_{s(i)})\leftrightarrow\theta R_i(b_1,\dots,b_{s(i)})},\ i=1,\ \dots,\ m,$$

аксиома $\theta(a=a)$ и правила

$$\frac{\theta(a=b)}{\theta(b=a)},$$

$$\frac{\theta(a=b)\quad\theta(b=c)}{\theta(a=c)},$$

которые трудно интерпретировать в рамках рассмотренной Смирновым семантики возможных миров для комбинированной логики.

Для описания семантики подобной комбинированной логики мы вновь воспользуемся ситуационной семантикой Р. Вуйицкого системы ограниченной не-фрегевской логики **R-NFL**[161].

Поскольку в семантике возможных миров интерпретацией $R_i(a_1,\ \dots,\ a_{s(i)})$ будет событие, то, следуя ситуационной семантике Р. Вуйицкого, мы получаем ситуационную трактовку сентенциальных термов, т. е. мы говорим, что $R_i(a_1,\ \dots,\ a_{s(i)})$ является ситуацией, такой, что $\mathbf{R_i(\boldsymbol{a}_1,\dots,\boldsymbol{a}_{s(i)})}$. Более того, $a = b$ очевидным образом также будет сентенциальным термом и, следовательно, может пониматься как элементарная ситуация. Конечно, переход к ситуационной семантике не означает отмены интерпретации в возможных мирах: мы всегда можем перейти к возможным мирам, рассматривая их как предельно большие ситуации.

Заметим, что для большей корректности нашего не-фрегевского подхода вместо рассматриваемых правил нам следует принять следующие правила:

$$\frac{\theta(a=b)}{\theta a\leftrightarrow\theta b\quad\theta{\sim}a\leftrightarrow\theta{\sim}b},$$

$$\frac{\theta(a_1=b_1),\ \dots,\ \theta(a_{s(i)}=b_{s(i)})}{\theta R_i(a_1,\dots,a_{s(i)})\leftrightarrow\theta R_i(b_1,\dots,b_{s(i)})\quad\theta{\sim}R_i(a_1,\dots,a_{s(i)})\leftrightarrow\theta{\sim}R_i(b_1,\dots,b_{s(i)})},\ i=1,\ \dots,\ m,$$

где ~ есть внутреннее отрицание, т.е. $\sim R_i(a_1,\ \dots,\ a_{s(i)})$ означает *не*–$R_i(a_1,\ \dots,\ a_{s(i)})$. Это следует из принимаемой Смирновым концепции тождества событий, как определяющихся не только возможными мирами, в которых они имеют место, но и возможными мирами, в которых они не имеют места.

Поскольку версия ситуационной семантики, предложенная Вуйицким, предполагает, что каждое множество Σ элементарных ситуаций совпадает с ситуацией $\{\Sigma\}$ и наоборот, то, в сущности, различие между ситуациями и событиями исчезает: мы всегда в состоянии сопоставить соответствующую ситуацию нашему событию, совпадающему с множеством ситуаций (т.е. наш универсум ситуаций представляет собой транзитивное множество). Следовательно, список условий стандартной интерпретации для ситуационной семантики должен быть дополнен следующим пунктом:

$D(\theta R_i(a_1, \ldots, a_{s(i)}))$ *есть факт всякий раз, когда* $\mathbf{R_i}(\boldsymbol{a_1},\ldots,\boldsymbol{a_{s(i)}})$.

Покажем, что при подобной интерпретации справедлив принцип Сушко, чего нет при интерпретации в возможных мирах. Действительно, событийная интерпретация данного правила дает нам следующее:

$\vdash \forall\varphi\forall w(w\vDash_\varphi \theta\alpha \Leftrightarrow w\vDash_\varphi \theta b)$

$\vdash \forall\varphi\forall w(w\in\varphi(\alpha) \Leftrightarrow w\in\varphi(b))$

$\vdash \forall\varphi(\varphi(\alpha) = \varphi(b))$

Однако подобное доказательство проходит и в обратную сторону, т.е. на самом деле мы получаем правило

$$\frac{\theta a \leftrightarrow \theta b}{a = b}.$$

В ситуационной семантике очевидным образом выполняются следующие условия:

$D(a = b)$ есть факт, е. т. е. $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$,

$D(\theta a)$ есть факт, е. т. е. $\boldsymbol{a}\in\mathbf{U}$.

Отсюда ситуационная интерпретация принципа Сушко дает нам

$D(a = b) \Leftrightarrow \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b},$

$\{\boldsymbol{a}\} = \{\boldsymbol{b}\},$

$\boldsymbol{x}\in\{\boldsymbol{a}\} \Leftrightarrow \boldsymbol{x}\in\{\boldsymbol{b}\},$

$\boldsymbol{x}\in\mathbf{U} \Rightarrow (\boldsymbol{a}\in\mathbf{U} \Leftrightarrow \boldsymbol{b}\in\mathbf{U}),$

$D(\theta a)$ есть факт $\Leftrightarrow D(\theta b)$ есть факт.

В обратную же сторону подобное рассуждение не проходит. Поскольку мы имеем вдобавок $(\boldsymbol{a}\notin\mathbf{U} \Leftrightarrow \boldsymbol{b}\notin\mathbf{U})$, то справедлив и расширенный вариант принципа Сушко, приведенный выше в виде

$$\frac{\theta(a = b)}{\theta a \leftrightarrow \theta b \quad \theta{\sim}a \leftrightarrow \theta{\sim}b}.$$

Нетрудно убедиться в справедливости и следующего за ним правила.

Развивая наш подход, мы можем использовать упорядочение ситуаций типа упорядочения в формальной онтологии ситуаций Б. Вольневича[162], когда $a \sqsubseteq b$ означает «a вовлечена в b» и принять слабый принцип Сушко в форме правила

$$\frac{\theta(a \sqsubseteq b)}{\theta b \rightarrow \theta a \quad \theta \sim b \rightarrow \theta \sim a}.$$

или

$$\frac{\theta(a_1 \sqsubseteq b_1), \ldots, \theta(a_{s(i)} \sqsubseteq b_{s(i)})}{\theta R_i(b_1,\ldots,b_{s(i)}) \rightarrow \theta R_i(a_1,\ldots,a_{s(i)}) \quad \theta{\sim}R_i(b_1,\ldots,b_{s(i)}) \rightarrow \theta{\sim}R_i(a_1,\ldots,a_{s(i)})}, \; i = 1, \ldots, m,$$

Помимо этого вводим аксиому обычного типа

$\theta(a \sqsubseteq a)$

и правило.

$$\frac{\theta(a \sqsubseteq b) \quad \theta(b \sqsubseteq c)}{\theta(a \sqsubseteq c)}.$$

Однако семантически это означает принятие упорядоченного универсума, поскольку приводит к условию $\boldsymbol{a} \sqsubseteq \boldsymbol{b}$ и возникает вопрос о смысле этого упорядочения. Можно попытаться прибегнуть к экспликации мейнонговского типа: связывать с каждым элементом универсума множество ситуаций, в которых он «участвует»[163]. Это предполагает существование функции SD^{-1}: $\mathbf{U} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{S})$ из универсума во множество подмножеств ситуаций (мейнонговский подход). Тогда можно потребовать, чтобы $\boldsymbol{x} \sqsubseteq \boldsymbol{y}$ влекло $SD^{-1}(\boldsymbol{x}) \in SD^{-1}(\boldsymbol{y})$ и наоборот.

С другой стороны, вместо равенства ситуаций мы получаем теперь лишь их упорядоченность по отношению $\in$ (это следует из (s2)). Таким образом, нам требуется теперь выполнимость условия

$D(a \sqsubseteq b)$ есть факт, е. т. е. $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{b}$.

Как следствие, мы рассуждаем теперь следующим образом:

$D(a \sqsubseteq b) \Leftrightarrow \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{b}$,

$\{\boldsymbol{a}\} \subseteq \{\boldsymbol{b}\}$,

$\boldsymbol{x} \in \{\boldsymbol{a}\} \Rightarrow \boldsymbol{x} \in \{\boldsymbol{b}\}$,

$\boldsymbol{x} \in \mathbf{U} \Rightarrow (\boldsymbol{b} \in \mathbf{U} \Rightarrow \boldsymbol{a} \in \mathbf{U})$,

$D(\theta b)$ есть факт $\Rightarrow D(\theta a)$ есть факт.

Поскольку по контрапозиции ($\boldsymbol{a} \notin \mathbf{U} \Rightarrow \boldsymbol{b} \notin \mathbf{U}$), то отсюда мы получаем выполнимость слабого принципа Сушко.

Заметим, что аксиома $\theta(a \sqsubseteq a)$ при принятой интерпретации приводит к циркулярности множества ситуаций и, как следствие, к его нефундируемости[164]. Последнее обстоятельство можно истолковать как необходимость использования нестандартных теоретико-множественных построений для описания структуры ситуаций, что значительно усложняет ситуационную семантику.

В каком-то смысле рассматриваемые системы кажется чересчур аморфными в отношении ситуационных аспектов, поскольку мы не накладываем никаких ограничений на структуру ситуаций. С одной стороны это приводит к случайности ситуационных связей, а с другой стороны – к отсутствию уверенности, что мы имеем дело с онтологическим упорядочиванием ситуаций (можно предположить, что принятое упорядочение является лишь следствием нашего восприятия ввиду подразумеваемого смысла θ-оператора).

Чтобы преодолеть эти трудности, обратимся к Обобщенной комбинированной логике предложений и событий В.А. Смирнова[165]. В языке этого исчисления имеется оператор [-], такой, что если α является формулой, то $[\alpha]$ будет сентенциальным термом. Используя подобный оператор, мы обогащаем нашу систему за счет аксиомы

$$\theta[\alpha] \leftrightarrow \alpha.$$

Как следствие, мы получаем вспомогательные правила

$$\frac{\theta([a] \sqsubseteq [b])}{\beta \to \alpha}$$

и

$$\frac{\theta([a] = [b])}{\alpha \leftrightarrow \beta}.$$

В некотором смысле последнее правило можно считать действительно «не-фрегевским»: если принять, что $[\alpha]$ дает нам референт высказывания α, то мы получаем, что кореферентность формул (в данном случае тождественность положений дел) влечет их логическую эквивалентность.

Список условий допустимой интерпретации теперь пополняется следующим пунктом:

$[\alpha] = \{D(\alpha)$: $D(\alpha)$ *есть факт*$\}$.

Попросту говоря, мы сопоставляем каждой формуле множество всех отвечающих ей фактических ситуаций при данной допустимой интерпретации – максимальный факт. Заметим, тем не менее, что мы все еще нуждаемся в аксиоме $\theta(a \sqsubseteq a)$ и правиле

$$\frac{\theta(a \sqsubseteq b) \quad \theta(b \sqsubseteq c)}{\theta(a \sqsubseteq c)},$$

поскольку соответствующие утверждения все еще не становятся необязательными условиями структуры ситуационной алгебры.

Формальная каузальная онтологика

Дидорова комбинированная каузальная логика

Еще одна интересная возможность получения формальной онтологики связана с использованием модальной алгебры событий $S4.2$ вместо модальной алгебры $S5$, использованной при построении системы JVCD. Дело в том, что как было показано Р.Гольдблаттом[166], в так называемой диодоровой интерпретации модальности, когда оператор необходимости □ читается как «сейчас и всегда в будущем», время могло бы быть смоделировано при помощи четырехмерной геометрии Минковского, образующей базис специальной теории относительности А.Эйнштейна. В этом случае «событие» *y* происходит *после* события *x* лишь в случае, когда сигнал может быть послан из x в y *самое большее* со скоростью света (т.е. y является каузальным будущим x). Модальные высказывания, общезначимые в подобных структурах, являются в точности теоремами логики $S4.2$. Переходя к $S4.2$-модальной алгебре «историй» (подмножеств событий или каузальных путей) и θ-переводя их в классическое пропозициональное исчисление (как это было сделано для системы JVCD) мы получаем комбинированную логику высказываний и историй.

Что же изменится, если мы будем использовать S4.2-алгебру событий вместо S5-алгебры на онтологическом уровне? Технически это означает переход к следующим аксиомам:

A1. $\theta a \vee \theta b \equiv \theta(a \cup b)$

A2. $\neg\theta a \equiv \theta(\sim a)$

B1. $\theta(\Diamond(a \cup b)) \equiv \theta(\Diamond a) \vee \theta(\Diamond b)$

B2. $\theta a \supset \theta(\Diamond a)$

B3. $\theta(\Diamond\Diamond a) \supset \theta a$

B4. $\theta(\Diamond{\sim}\Diamond{\sim}a) \supset \theta({\sim}\Diamond{\sim}\Diamond a)$

Здесь оператор ◊ означает «будет (в какое-то время), что», и таким образом, «синтезируемость» коррелирует с временным порядком.

Семантика подобной комбинированной логики может быть описана следующим образом. Пусть структура $\mathbf{T} = \langle T, \leq \rangle$ будет *временным фреймом* с непустым множеством моментов времени T, на котором $\leq$ задает рефлексивное и транзитивное упорядочение. Рефлексивность $\leq$ определяет для ◊ диодорову интерпретацию «есть или будет, что». Фрейм $\mathbf{T}$ является направленным, т.е. для всех $t,s \in T$ имеется $v \in T$, такой, что $t \leq v$ и $s \leq v$ (любые два элемента имеют верхнюю грань).

Согласно подходу Смирнова, события можно было бы отождествить с подмножествами T. Пусть φ будет функцией, сопоставляющей каждой переменной a подмножество $\varphi(a) \subseteq T$ (множество моментов времени, в которые происходит a – история события). Функция φ определяем обычным образом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$

$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcup \varphi(b)$

$\varphi({\sim}a) = \varphi(a)'$

$\varphi(\Diamond a) = \{x\colon \exists y(y \in \varphi(a) \text{ и } x \leq y)\}$ (*будущая история события* a)

Здесь $\bigcap$, $\bigcup$, $'$ представляют собой теоретико-множественное пересечение, объединение и дополнение соответственно.

Понятие истинности описывается стандартным образом:

$x \vDash_{\varphi} \theta a \Leftrightarrow x \in \varphi(a)$ (*событие случилось, истинно в момент времени x если и только если этот момент принадлежит к истории событитя*)

$x \vDash \varphi\ \alpha \vee \beta \Leftrightarrow x \vDash \varphi\ \alpha$ или $x \vDash \varphi\ \beta$

$x \vDash_{\varphi} \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow x \vDash_{\varphi} \alpha$ и $x \vDash_{\varphi} \beta$

$x \models_{\varphi} \alpha \supset \beta \Leftrightarrow$ не $x \models_{\varphi} \alpha$ или $x \models_{\varphi}$

$x \models_{\varphi} \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $x \models_{\varphi} \alpha$

$x \models_{\varphi} \theta(\Diamond a) \Leftrightarrow x \in \varphi(\Diamond a) = \{z: \exists y(y \in \varphi(a)$ и $z \leq y)\}$ (*в момент времени x истинно, что событие a произойдет если и только если этот момент принадлежит к будущей истории данного события*)

Используя стандартные методы, нетрудно убедиться в общезначимости аксиом A1-A2, B1-B4 в предложенной семантике.

Более интересным оказывается следующая особенность данной семантики. Р. Гольдблатт в работе «Диодорова модальность в пространстве-времени Минковского»[167] показал, что каждый фрейм $\mathbf{T}^n$ determines an S4.2 modal logic where $\mathbf{T}^n$ would be described in a following way.

Пусть $x = (x_1,\ldots,x_n)$ будет n-кой действительных чисел и $\mu(x) = x_1^2+x_2^2+\ldots + x_{n-1}^2 - x_n^2$. Тогда фрейм $\mathbf{T}^n = \langle \boldsymbol{R}^n, \leq \rangle$ (где $\boldsymbol{R}^n$ есть множество всех действительных n-ок) будет n-мерным пространством-временем ($n \geq 2$). Для x и y в $\boldsymbol{R}^n$ мы имеем

x ≤ y если и только если $\mu(y - x) \leq 0$ и $x_n \leq y_n$,

если и только если $\sum_{i=1}^{n-1} (y_i - x_i)^2 \leq (y_n - x_n)^2$ и $x_n \leq \mathrm{y_n}$.

Подобный $\mathbf{T}^n$ фактически представляет собой направленный частично-упорядоченный фрейм, а паространство-время Минковского есть $\mathbf{T}^4$. В последнем случае подразумеваемая интерпретация $x \leq y$ заключается в том, что сигнал может быть послан от «события» x к «событию» y самое большее со скоростью света и, таким образом, y лежит в «каузальном» будущем x (при таком выборе координат, когда скорость света равна единице расстояния, деленной на единицу времени). Доказательство основывается на существовании p-морфизма (функции, сохраняющей упорядоченность и направленность) из $\mathbf{T}^{n+1}$ в $\mathbf{T}^n$ (т.е. «первая» координата удаляется).

Таким образом, модальная алгебра S4.2 событий, которая нужна нам для нашей комбинированной онтологики, представляет собой модальную алгебру $\mathbf{T}^{4+} = \langle \mathbf{M}, \cup, \cap, -, \Diamond \rangle$, где

(i) $\mathbf{M} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{R}^4)$ (множество всех подмножеств $\boldsymbol{R}^4$);

(ii) $\cup, \cap, -$ суть теоретико-множественное объединение, пересечение и дополнение в $\mathbf{M}$;

(iii) для $A \in \mathbf{M}$ $\Diamond A = \{x: \exists y(y \in A$ и $x \leq y)\}$

если мы используем стандартный леммоновский метод получения моодальной алгебры из фрейма[168].

И наоборот, наш временной фрейм $\mathbf{T} = \langle T, \leq \rangle$ можно с самого начала отождествить с $\mathbf{T}^4 = \langle \boldsymbol{R}^4, \leq \rangle$, а функция φ очевидным образом будет сопоставлять событию $\lozenge a$ его «каузальную» траекторию или будущую «каузальную» историю в пространстве-времени Минковского.

Чтобы установить более явным образом связь между событиями и формулами (как, например, в случае чего-то произошедшего) мы можем обогатить наш язык оператором [–] ([α] означает «событие, что α»). Это влечет добавление следующих аксиом:

C1. $\theta[\alpha] \equiv \alpha$

C2. $\theta[\alpha\vee\beta] \equiv \theta([\alpha]\cup[\beta])$

C3. $\theta[\neg\alpha] \equiv \theta(\sim[\alpha])$

Очевидным образом функция φ должна быть определена также для термов [–]-типа:

$\varphi([\alpha]) = \{w: w\vDash_{\varphi} \alpha\}$

Теорема 1. *Аксиомы PC+(A1-A2,B1-B4,C1-C3) общезначимы в вышеприведеной семантике с фреймом* $\mathbf{T}^4 = \langle \boldsymbol{R}^4, \leq \rangle$.

Доказательство очевидно. ■

Рассматривая высказывания и события как две разновидности объектов, мы получаем другую, чисто алгебраическую, семантику, использующую понятие лгебраического расслоения. В нашем случае алгебраическо расслоение определяется как четверка $\langle \boldsymbol{A},\boldsymbol{f},\boldsymbol{B},\boldsymbol{g} \rangle$, где $\boldsymbol{A} = \langle A,+,-\rangle$ (база) есть булева алгебра (A состоит по-меньшей мере из двух элементов), $\boldsymbol{B} = \langle B,\oplus,',\bullet\rangle$ есть S4.2-алгебра, $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{B} \rightarrow \boldsymbol{A}$ (проекция расслоения), $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ (сечение расслоения) являются функциями вложения. Пусть 0, 1, $\circ$ и $\leq$ будут определены обычным образом. Для $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{g}$ выполняются следующие условия:

$\boldsymbol{f}(k\oplus l) = \boldsymbol{f}(k) + \boldsymbol{f}(l)$,

$\boldsymbol{f}(k') = -\boldsymbol{f}(k)$,

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{g}(x)) = x$,

$\boldsymbol{g}(x + y) = \boldsymbol{g}(x) \oplus \boldsymbol{g}(y)$,

$\boldsymbol{g}(-x) = \boldsymbol{g}(x)'$,

где $x,y\in A$ и $k,l\in B$.

Если F является множеством ппф и E есть множество событий, то оценка $\boldsymbol{v}$: $F\bigcup E \rightarrow A\bigcup B$ определяется индуктивно следующим образом:

$\boldsymbol{v}(\alpha\vee\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = -\boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β являются ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a\cup b) = \boldsymbol{v}(a) \oplus \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \boldsymbol{v}(a)'$,

$\boldsymbol{v}(\lozenge a) = \bullet\boldsymbol{v}(a)$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{v}(\alpha))$

(где a, b являются событиями и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in B$).

Теорема 2. *Аксиомы PC+(A1-A2, B1-B4,C1-C3) в любом алгебраическом расслоении* $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{g} \rangle$.

Доказательство очевидно. ■

Этот результат достаточно тривиален, но следующее следствие показывает, что наше алгебраическое расслоение действительно будет пространственно-временным расслоением со слоями в $\mathbf{T}^{4+}$:

Следствие 1. *Аксиомы PC+(A1-A2,B1-B4,C1-C3) общезначимы в любом алгебраическом расслоении* $\langle \boldsymbol{A}, \mathbf{T}^{4+}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{g} \rangle$.

Более того, наше расслоение не обязательно должно быть алгебраическим. Определим расслоение Крипке как четверку $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g} \rangle$, где $\boldsymbol{W}$ и $\boldsymbol{E}$ являются упрядоченными множествами $\boldsymbol{W} = \langle W, \leq \rangle$, $\boldsymbol{E} = \langle E, \leq \rangle$, в то время как $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{E} \rightarrow \boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{W} \rightarrow \boldsymbol{E}$ являются сюръективными отображениями. Для $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{g}$ выполняются следующие условия:

1. для каждого $x, y \in \boldsymbol{E}$, $x \leq y$ влечет $\boldsymbol{f}(x) \leq \boldsymbol{f}(y)$;
2. для каждого $x \in \boldsymbol{E}$ и каждого $w \in \boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{f}(x) \leq w$ имеется некоторый $y \in \boldsymbol{E}$, такой, что $x \leq y$ и $\boldsymbol{f}(y) = w$.

Опять, пусть φ будет функцией, сопоставляющей каждой событийной переменной a подмножество $\varphi(a) \subseteq \boldsymbol{E}$ и определим функцию φ обычным образом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$

$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcup \varphi(b)$

$\varphi(\sim a) = \varphi(a)'$

$\varphi(\Diamond a) = \{x: \exists y (y \in \varphi(a) \text{ и } x \leq y)\}$

где $\bigcap$, $\bigcup$, $'$ являются теоретико-множественным пересечением, объединением и дополнением соответственно.

Отношение $\vDash$ будет оценкой в крипкевском расслоении $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g} \rangle$ если оно является бинарным отношением между каждым элементом $w \in \boldsymbol{W}$ и каждой атомарной формулой. Определим $\vDash$ индуктивно следующим образом:

$w \vDash \theta a \Leftrightarrow \varphi(a) \cap \boldsymbol{f}^{-1}(w) \neq \varnothing$

$w \vDash \alpha \vee \beta \Leftrightarrow w \vDash \alpha$ или $w \vDash \beta$

$w \vDash \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow w \vDash \alpha$ и $w \vDash \beta$

$w \vDash \alpha \supset \beta \Leftrightarrow$ если $w \vDash \alpha$, то $w \vDash \beta$

$w \vDash \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $w \vDash \alpha$

$w \vDash \theta(\Diamond a) \Leftrightarrow \varphi(\Diamond a) \cap \boldsymbol{f}^{-1}(w) \neq \varnothing$

Формула α общезначима в крипкевском расслоении $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g} \rangle$ если для каждой оценки $\vDash$ в $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g} \rangle$ и каждого $w \in \boldsymbol{W}$, имеет место $w \vDash \alpha$.

Из этих определений непосредственно вытекают следующие результаты.

Теорема 3. *Аксиомы PC+(A1-A2, B1-B4,C1-C3) общезначимы в любом крипкевском расслоении* $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{g} \rangle$.

Следствие 2. *Аксиомы PC+(A1-A2,B1-B4,C1-C3) общезначимы в любом крипкевском расслоении* $\langle \boldsymbol{W}, \boldsymbol{f}, \mathbf{T}^4, \boldsymbol{g}\rangle$.

Ортомодулярная комбинированная каузальная логика

Но это еще не все, поскольку то же самое, оказывается, можно сделать еще более абстрактным образом. Пусть (X,G) будет парой, где X является непустым множеством, а G есть структура, определяемая выделенными покрытиями X непустыми подмножествами. Элементы $f\in G$ будем называть каузальными путями или «историями» и обозначим через $\beta(x) = \{f\in G: x\in f\}$ множество всех путей, содержащих x. Две точки x и y *каузально связаны*, если имеется некоторый путь f, содержащий обе эти точки.

В. Цегла показал, что в каузальном пространстве (X,G) можно ввести отношение ортогональности следущим образом: для данных $x,y\in X$, x *ортогональна* y тогда и только тогда, когда $x \neq y$ и не имеется $f\in G$, такой, что $x\in f$ и $y\in f$ (это означает, что x и y каузально не связаны)[169]. Как следствие, мы можем ввести ортогональное дополнение с помощью следующего определения: если $A\subset X$, то $A^{\perp} = \{x\in X: \forall f\in\beta(x)(f\cap A = \varnothing)\}$. Если рассмотреть семейство $l(X,\perp) = \{A\subset X: A = A^{\perp\perp}\}$, то хорошо известно, что $l(X,\perp)$ частично упорядочено относительно теоретико-множественного включения, а ортодополнение $A\rightarrow A^{\perp}$ и верхняя $\vee A_i = (\cup A_i)^{\perp\perp}$ и нижняя грани $\wedge A_i = \cap A_i$ позволяют получить структуру полной орторешетки.

Более того, можно рассмотреть другое семейство множеств $L(X,\perp) = \{D^{\perp\perp}: D$ является ортогональным можеством$\}$, где если $D \subset X$, то D есть *ортогональное множество* тогда и только тогда, когда $\forall x,y\in D\ \forall f\in\beta(x)$ $(f\cap y = \varnothing)$. Семейство $L(X,\perp)$будет ортополным орто-упорядоченным множеством. Действительно, $L(X,\perp) \subset l(X,\perp)$, но имеется случай, когда они совпадают. Если D является отогональным к X множеством, и $x\in X$, $x\notin D^{\perp}$, $x\notin D^{\perp\perp}$, то $D^{\perp}\cap(x^{\perp\perp}\cap D^{\perp})^{\perp} \neq \varnothing$. В этом случае $l(X,\perp) = L(X,\perp)$ является полной ортомодулярной решеткой.

Обе алгебраические каузальные структуры связаны с локализацией в нерелятивистском и релятивистском случаях. Эти алгебры «историй» (каузальных путей) также могут быть θ-транслированы в классическое пропозициональное исчисление (тем же способом, как это было сделано для системы JVCD в случае *S*5-алгебры) и мы вновь получаем комбинированное исчисление высказываний и историй.

Рассмотрим систему комбинированной логики со следующими аксиомами, добавляемыми к классической пропозициональной логике:

C1. $\theta a\vee\theta b \equiv \theta(a\cup b)$

C2. $\theta a\wedge\theta b \equiv \theta(a\cap b)$

C3. $\theta(\sim a \cap a) \supset \theta b$
C4. $\theta b \supset \theta(\sim a \cup a)$
C5. $\theta(\sim\sim a) \equiv \theta a$
C6. $\theta(\sim(a \cap b) \equiv \theta(\sim a \cup \sim b)$
C7. $\theta(\sim(a \cup b) \equiv \theta(\sim a \cap \sim b)$
C8. $(\theta a \supset \theta b) \supset (\theta(a \cup (\sim a \cap b)) \equiv \theta b)$

Нетрудно заметить, что C1-C7 являются аксиомами орторешетки, в то время как C8 является аксиомой ортомодулярной решетки[170]. Таки образом, система с аксиомами *PC*+(*C1-C8*) является системой комбинированной логики с ортомодулярной решеткой в качестве ее внутренней логики.

Семантика возможных миров для подобной логики строится с помощью понятия ортофрейма и ортодополнения в ортофрейме[171]:

Определение. *Ортофреймом* называется реляционная структура **W** = $\langle W, R \rangle$, где W является непустым множеством миров, а отношение достижимости является бинарным рефлексивным и симметричным отношением на W. Для любого множества миров $X \subseteq W$ орттодополнение $X^{\perp}$ is определяется следующим образом:

$X^{\perp} = \{w : \forall v(v \in X \Rightarrow \text{не } Rvw\}$

Другими словами, $X^{\perp}$ есть множество миров, которые недостижимы для всех миров из X.

Пусть φ будет функцией, сопоставляющей каждой переменной a подмножествоа $\varphi(a) \subseteq W$ (множество миров, в которых a имеет место – история события) и выполняются следующие условия:

(i) $\forall w(w \in \varphi(a)$ тогда и только тогда, когда $\forall v(Rwv \Rightarrow v \notin \varphi(a)^{\perp})$.

Следствия подобного определения выглядят следующим образом[172]:

(ii) $\forall w(w \notin \varphi(a) \Rightarrow \exists v(Rwv$ и $v \in \varphi(a)^{\perp})$,

(iii) $\varphi(a) = \varphi(a)^{\perp\perp}$.

Чтобы превратить ортофрейм в ортомодулярный фрейм, функция φ должна выполнят следующее условие (свойство ортомодулярности)[173]:

(iv) $\varphi(a) \not\subset \varphi(b) \Rightarrow \varphi(a) \bigcap (\varphi(a) \bigcap \varphi(b))^{\perp} \neq \varnothing$

Функция φ определяется обычным образом:

$\varphi(a \cap b) = \varphi(a) \bigcap \varphi(b)$
$\varphi(a \cup b) = \varphi(a) \bigcup \varphi(b)$
$\varphi(\sim a) = \varphi(a)^{\perp}$

Понятие истинности также вводится стандартным образом:

$x \vDash_{\varphi} \theta a \Leftrightarrow x \in \varphi(a)$
$x \vDash_{\varphi} \alpha \vee \beta \Leftrightarrow x \vDash_{\varphi} \alpha$ или $x \vDash_{\varphi} \beta$
$x \vDash_{\varphi} \alpha \wedge \beta \Leftrightarrow x \vDash_{\varphi} \alpha$ и $x \vDash_{\varphi} \beta$
$x \vDash_{\varphi} \alpha \supset \beta \Leftrightarrow$ не $x \vDash_{\varphi} \alpha$ или $x \vDash_{\varphi} \beta$
$x \vDash_{\varphi} \neg\alpha \Leftrightarrow$ не $x \vDash_{\varphi} \alpha$

Если мы обогатим наш язык оператором [–], то потребуется, соответственно добавить следующие схемы аксиом к (C1-C8)-списку аксиом:

D1. $\theta[\alpha] \equiv \alpha$

D2. $\theta[\alpha\vee\beta] \equiv \theta([\alpha]\cup[\beta])$

D3. $\theta[\alpha\wedge\beta] \equiv \theta([\alpha]\cap[\beta])$

D4. $\theta[\neg\alpha] \equiv \theta(\sim[\alpha])$

Очевидным образом функция φ определяется и для термов [–]-типа:

$\varphi([\alpha]) = \{w: w\vDash_{\varphi} \alpha\}$

На основе этих определений получаем следующую теорему.

Теорема 3. *Асиомы PC+(C1-C8,D1-D4) общезначимы в любой модели* $\langle \mathbf{W}, \vDash_{\varphi} \rangle$.

Наиболее интересный для нас случай получаем при использовании ортомодулярной решетки В. Цеглы $L(X,\perp)$ (для которой выполняется условие $l(X,\perp) = L(X,\perp)$) в качестве нашего множества значений функции φ, т.е. когда $\mathbf{W} = L(X,\perp)$. Теперь X можно отождествить с пространством-временем Минковского $\mathsf{M} = \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R}^3$ со скалярным произведением

$x*y = -x_0y_0 + \bar{x}\ \bar{y}.$

Две точки $x,y\in\mathsf{M}$ ортогональны тогда и только тогда, когда

$|x_0 - y_0| \leq (1/\alpha)\ \|\bar{x} - \bar{y}\|$

и каждое максимальное ортогональное множество дается функцией g: $\boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}$, такой, что

$|g(\bar{x}) - g(\bar{y})| \leq (1/\alpha)\ \|\bar{x} - \bar{y}\|$

когда в случае $\alpha = 1$ отношение ортогональности означает, что x является пространственно- или времениподобным к y.

Алгебраическое расслоение теперь можно определить как четверку $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{g}\rangle$, где $\boldsymbol{A} = \langle A,+,\circ,-\rangle$ (база) является булевой алгеброй (A по меньшей мере двухэлементна), $\boldsymbol{B} = \langle B,\oplus,\otimes,^{\perp}\rangle$ есть ортомодулярная решетка, $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{B}\to\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{g}: \boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ являются функциями вложения. Пусть 0, 1, ∘ и ≤ будут в обеих алгебрах определены обычным образом. Для $\boldsymbol{f}$ и $\boldsymbol{g}$ справедливы следующие условия:

$\boldsymbol{f}(k\oplus l) = \boldsymbol{f}(k) + \boldsymbol{f}(l)$,

$\boldsymbol{f}(k\otimes l) = \boldsymbol{f}(k) \circ \boldsymbol{f}(l)$,

$\boldsymbol{f}(k^{\perp}) = -\boldsymbol{f}(k)$,

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{g}(x)) = x$,

$\boldsymbol{g}(x + y) = \boldsymbol{g}(x) \oplus \boldsymbol{g}(y)$,

$\boldsymbol{g}(-x) = \boldsymbol{g}(x)^{\perp}$,

где $x,y\in A$ и $k,l\in B$.

Если F есть множество ппф и E есть множество событий, то оценка $\boldsymbol{v}$: $F\bigcup E\to A\bigcup B$ определяется индуктивно следующим образом:

$\boldsymbol{v}(\alpha\vee\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha) + \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\alpha\wedge\beta) = \boldsymbol{v}(\alpha)\circ \boldsymbol{v}(\beta)$,

$\boldsymbol{v}(\neg\alpha) = -\, \boldsymbol{v}(\alpha)$

(где α, β являются ппф и $\boldsymbol{v}(\alpha)$, $\boldsymbol{v}(\beta) \in A$),

$\boldsymbol{v}(a\cup b) = \boldsymbol{v}(a) \oplus \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(a\cap b) = \boldsymbol{v}(a) \otimes \boldsymbol{v}(b)$,

$\boldsymbol{v}(\sim a) = \boldsymbol{v}(a)^{\perp}$,

$\boldsymbol{v}(\theta a) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(a))$,

$\boldsymbol{v}([\alpha]) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{v}(\alpha))$

(где a, b являются событиями и $\boldsymbol{v}(a)$, $\boldsymbol{v}(b) \in B$).

Теорема 2. *Аксиомы PC+(C1-C8,D1-D4) общезначимы в любом алгебраическом расслоении* $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{g}\rangle$.

Доказательство очевидно. ■

И вновь этот результат достаточно тривиален, но следующее следствие показывает, что наше алгебраическое расслоение действительно может оказаться расслоением (пространством-временем Минковского) со слоямит в $L(\mathsf{M},\perp)$.

Следствие 3. *Аксиомы PC+(C1-C8,D1-D4) общезначимы в любом алгебраическом расслоении* $\langle \boldsymbol{A}, \boldsymbol{f}, L(\mathsf{M},\perp), \boldsymbol{g}\rangle$.

Очевидным образом полученный результат может быть распространен на соответствующее крипкевское расслоение.

ГЛАВА ПЯТАЯ. ПЕРСПЕКТИВЫ И ПРОБЛЕМЫ ФОРМАЛЬНОЙ ОНТОЛОГИИ

Формальная метаонтология и ее перспективы

Сам термин «метаонтология» по сути дела восходит к термину «метафилософия», вызвавшим в свое время определенную полемику (хотя существование международного философского журнала «Метафилософия» можно расценивать как позитивное решение вопроса о праве метафилософии на существование). Действительно, философия как «первая» наука, как обоснование нашего знания и границ познания вообще, теряет этот свой статус, если мы предполагаем существование учения о нашем предельном знании. Отсюда метафилософия как наука, скорее всего, является просто частью философии, рассматривающая способы изложения и построения различных философских учений и теорий. Ясно, что подобная же точка зрения возможна и в отношении термина «метаонтология».

Термины «метатеория» и «металогика» достаточно хорошо обоснованы в современной философии и логике. Что же касается «метаонтологии», то, во-первых, явно требуется пояснение, что речь не идет лишь о классификации имеющихся формально-онтологических теорий, но о некоторых принципах, критериях, метатеории онтологии. Способна ли формальная метаонтология представлять собой новую область знания; служит ли она только в качестве вспомогательной конструкции в онтологическом исследовании; или она нужна для целей описания концепций и конструкций, разработанных исследователями формально-онтологических теорий?

С современной общепринятой точки зрения метатеория – это теория, в которой производится рассмотрение свойств некоторой другой теории, в том числе ее точное описание (т.е. определение правил образования и преобразования) и исследование относящихся к ней результатов. Теория, исследование которой проводится в рамках метатеории, называется предметной или объектной теорией. Язык метатеории называется обычно метаязыком, а язык объектной теории – объектным языком.

Понятие метатеории впервые появляется в 1904 г. у Д. Гильберта в связи с выдвинутой им программой обоснования математики: Гильберт предложил сделать доказательство в аксиоматической теории предметом специальной математической дисциплины, названной им метаматематикой или теорией доказательств. О металогике говорит в своей статье, опубликованной в 1913 г., Н.А. Васильев. Общее понятие метаязыка и метатеории было введено А. Тарским в 1933 г. в работе «Понятие истины в языках дедуктивных наук», где он четко формулирует необходимость различать язык, о котором говорим, и язык (метаязык), на котором говорим, а также теорию (науку), служащую предметом исследования, и теорию (метанауку), в которой мы проводим исследование. Знаменитый критерий истинности высказываний Тарского формулируется им именно в метаязыке.

Метаязык может содержать в качестве своего фрагмента объектный язык, но это не является обязательным условием. Возникновение и развитие неклассических логик, стимулировавшее вначале сдвиг логических исследований в сторону металогических исследований, в дальнейшем привело к появлению и метаметалогических исследований. В современных логических исследованиях объектный язык и язык метатеории отличаются друг от друга, а логические системы, на которых основываются объектная теория и метатеория, зачастую представляют собой совершенно разные системы неклассической логики. И если на этапе металогических исследований молчаливо предполагалось, что метатеория основывается на классической логике, независимо от того, какая неклассическая логика (интуиционистская, модальная, релевантная и т.д.) лежит в основании объектной теории, то на этапе метаметалогических исследований ситуация изменилась: встречаются как метатеории с одинаковой неклассической логикой на объектном и метатеоретическом уровнях, так и метатеории с различными уровневыми логиками (например, с классической логикой на объектном уровне и интуиционистской логикой на метауровне). Это приводит к тому, что критерий истинности высказываний Тарского в этих случаях расщепляется на ряд критериев, детерминированных спектром принимаемых неклассических языков и логических систем.

Другая проблема метаметатеоретического этапа современных исследований в логике и математике связана с понятием «глубины» метатеории. В теории категорий, например, разработка теории так называемых n-категорий была вызвана к жизни следующей проблемой. С точки зрения категорной логики категория задается совокупностью формул (объектов) и выводов (стрелок) одних формул из других плюс некоторые простые условия, определяющие тождества этих выводов. Однако у теоретика неминуемо возникает вопрос о том, что представляет собой эти тождества, т.е. ему требуется теория, описывающая понятие тождества выводов. Можно описать свойства этих тождеств как категорию, т.е. рассмотреть совокупность выводов в качестве объектов и определить тождества между выводами в качестве стрелок. Однако поскольку при этом требуется задать тождества между тождествами, то неизбежно возникает вопрос о том, какова будет теория этих тождеств тождеств. Продолжая в том же духе, мы можем просто оборвать этот процесс на каком-то этапе, постулируя в качестве теории тождеств n-го уровня некоторую «общепринятую» (в данном случае – некатегорную) теорию тождества. Нечто подобное возникало бы и в металогике, если бы мы каждый раз требовали, чтобы метатеория представляла собой логическое исчисление, поскольку в этом случае проблемы дедуктивных свойств этого исчисления требовали бы рассмотрения мета-исчисления для данного исчисления.

Таким образом, если формальная метаонтология представляет собой метатеорию формальной онтологии, то первый вопрос, который сразу же возникает, это вопрос о какой формальной онтологии идет речь, т.е. теорией какой формальной онтологии являетс рассматриваемая метаонтология? Как мы знаем, метатеория какого-либо логического исчисления призвана описать его семантику, поэтому в случае метатеории, например, не-фрегевской формальной онтологии, речь идет о ситуационной семантике данной элементарной теории (т.е. первопорядковом исчислении со специальными нелогическими связками $\sqsubseteq$, $\Rightarrow$). Кстати, в случае системы Онтологии Ст. Лесьневского ввиду ее открытости о ее семантике речь вообще не заходит, поскольку язык Онтологии настолько мощен, что в состоянии описать «внутренним» образом и свои семантические конструкции. В этом смысле не приходится говорить и о какой-либо метатеории Онтологии Лесьневского.

Однако, если речь идет о формальной метаонтологии как метатеории всех формальных онтологий (онтологик), то здесь ситуация выглядит иначе. Точно так же, как метафилософия является частью философии, рассматривающая способы изложения и построения различных философских учений и теорий, точно так же метаонтология должна рассматриваться как теория, рассматривающая спообы построения различных систем формальной онтологии и их взаимоотношения между собой. В этом случае язык метаонтологии должен быть существенно богаче языка конкретных формальных онтологий, во всяком случае в том смысле, что метаязык, например, должен дополнительно содержать переменные более выского порядка (чтобы выразить утверждения типа «для всех формальных онтологии данного вида справделиво…», «существует такая формальная онтология, что для нее имеет место…»и т.д.).

Поскольку у нас в случае формальных онтологий речь идет, фактически, о системах онтологики, то взаимоотношения этих систем выражаются, в первую очередь, во взаимной переводимости их друг в друга. Само наличие локальных и глобальных онтологий означает с этой точки зрения существование системы погружающих переводов из локальных систем онтологии в некоторую глобальную. С другой стороны, можно говорить и том, что структура метаонтологии определяется ее конструкциями, построенными как синтаксически из имеющихся онтологик, так и семантически, отражающих взаимоотношения семантических конструкций онтологик.

В этом смысле перспективы подобной метаонтологии связаны, в первую очередь, с построением и изучением раздела формальной онтологии, который занимает такое же место, какое, например, занимает такой раздел современной алгебры как «универсальная алгебра», занимающийся рассмотрением алгебраических конструкций максимально общего вида. Но в этом случае перспективы разработки метаонтологии связаны, в первую очередь, с проблемами, возникающими в различных системах формальной онтологии, общими для всех этих систем. Именно ответы на эти вопросы и будут предопределять построение и разработку метаонтологии.

Проблемы формальной онтологии

В заключение, рассмотрим, как же выглядят сегодня основные, самые общие проблемы, узловые точки формальной онтологии. Далеко не полный их перечень выглядит следующим образом (читатель сам в состоянии его продолжить, руководствуясь своими интересами и взглядами).

Проблема конкретности. С современной точки зрения мы живем в мире *индивидов*. Яляются ли индивиды единственным типом *формальных* сущностей? Что в этой связи можно сказать о *процессах, группах, агрегатах* и т.д.? Возникающие вопросы выглядят следующим образом: «сколько типов формальных сущностей имеется вообще?» и «как их можно соответствующим образом моделировать?».

Проблема уровней. Что представляют собой формальные уровни реальности? Сколько всего имеется различных уровней? Существуют ли разновидности одного и того же уровня? Каковы законы зависимости между уровнями? Каковы законы автономности уровней?

Проблема целостности. Сколько всего имеется разновидностей формальной целостности? Какие связи (и сколько их всего) существуют между (разновидностями) частей и (разновидностями) целостностей?

Отношения зависимости. В любой принимаемой формальной онтологии сеть зависимостей между ее фомальными объектами «склеивает» универсум-окружение. Как возможно и каким именно образом следует моделировать эти отношения зависимости?

Схемы онтологических категорий. В терминах компьютерных баз данных и баз знания каждая онтологика нуждается в *стандартной библиотеке образцов онтологических категорий и конструктов,* из которой мы можем черпать требуемые нам для формально-онтологического анализа понятия. Это такие, например, понятия, как уровни объектов и формы их зависимости и независимости, понятия объекта, процесса, группы, целостности и т.д.

Классификация свойств. Каковы главные измерения пространства формальных свойств? Два самых популярных ответа выглядят следующим образом: (1) определимость-неопределимость, (2) интенсивность-экстенсивность.

Онтологическая динамика. Способны ли формальные объекты эволюционировать со временем, не выходя при этом за рамки формальной онтологии, не деформируя ее структуру и как это происходит?

Примечания

[1] Formal Philosophy / V.F.Hendricks, J. Symons (eds.), Vince Inc Press, 2005. 264 pp.

[2] *Simons P.B.* The Formalization of Husserl's Theory of Wholes and Parts // Parts and Moments. Studies in Logic and Formal Ontology/B. Smith (ed.), Munich: Philosophia, 1982. P. 113-159.

[3] *Васюков В.Л.* Формальная феноменология. М.: Наука, 1999.

[4] *Драгалина-Черная Е.Г.* Формальные онтологии: аналитическая реконструкция. М., 2000.

[5] *Анисов А.М.* Понятие реальности и логика // Логические исследования, вып. 12. М., 2005. С. 14-31.

[6] *Моисеев В.И.* Projectively Modal Ontology // Эл. журнал «Логические исследования», № 9, 2003. http://www.logic.ru/Russian/LogStud/09/No9-04.html

[7] *Твардовский К.* Логико-философские и психологические исследования. М.: РОССПЭН. 1997. С. 78.

[8] *Poli R*. Ontologia Formale, Genova, Marietti, 1992. P. 440.

[9] «Составные части каждого предмета представления распадаются на две группы: одна из них содержит те составные части, которые представлены посредством соответствующих материальных составных частей направленного на этот предмет представления; а вторая – все остальные составные части предмета. Кажется целесообразным, чтобы те составные части предмета, которые, благодаря своей представленности посредством представления этого предмета, находятся, если можно так сказать, в более близкой отнесенности к этому представлению, имели какое-то особое обозначение. И здесь слово "признак" прямо-таки предназначено для этой цели» (*Твардовский К.* Логико-философские и психологические исследования. М.: РОССПЭН. 1997. с.124), и далее «...это выражение следует применять собственно говоря, только для обозначения частей представления;...Если же теперь мы еще больше ограничим область использования этого термина и захотим допустить его применение исключительно в качестве названия тех составных частей представления, которые, будучи представленными посредством соответствующего представления, кажутся репрезентированными (*vertreten*) в его содержании посредством подчиненных им элементов, то мы полагаем, что можем сослаться здесь на весомые авторитеты и действовать в их духе» (Ibid, с.124).

[10] *Cocchiarella N.* Formal Ontology and the Foundations of Mathematic // Bertran Russell Philosophy / G Nakhikian (ed.). Duckworth, London. 1974. pp. 29-46., pp. 29-30.

[11] *Stachniak Z.* Introduction to model theory for Łeśniewski»s Ontology. Wrocław, 1981.

[12] *Perzanowski J.* Ontologic // Logic and Logical Philosophy. No 2. 1994. P. 4.

[13] Существует некоторое разногласие по вопросу о том, является ли символ равенства нелогическим знаком. Согласно Е. Расёвой и Р. Сикорскому («Математика метаматематики», М., 1972, с. 222), «... формализованные теории первого порядка содержат в своем языке некоторый бинарный предикат, который соответствует отношению равенства и называется *знаком равенства*». С другой стороны, в книге «Математическая логика» Р. Шенфилда (М., 1975, с. 42) находим следующую формулировку: «Функциональный символ или предикатный

символ, отличный от =, называется *нелогическим символом*; остальные символы называются *логическими*»

[14] *Poli R*. Ontologia Formale. Genova. Marietti. 1992, p. 42-43.

[15] *Poli R*. Decriptive, Formal and Formalized Ontology // Denis Fisette (ed.) / Husserl's Logical Investigations reconsidered, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 183-210.

[16] Цит по: *Petrażycki L*. Law and Morality. Cambridge (Mass.), Harvard University Press, 1955. P. 19. Оригинальное первое русское издание этой книги вышло в Санкт-Петерсбурге в 1905 г.

[17] *Смирнов В.А*. Логические методы анализа научного знания. М.: Наука, 1987. С. 132.

[18] Там же, с. 132.

[19] *Smith B. and Mulligan K*. Framework for Formal Ontology // Topoi, v.2. 1983. P. 73-85.

[20] *Degen W., Heller B., Herre H., Smith B*. GOL: A General Ontological Language // http://www.ontology.uni-leipzig.de, 2001.

[21] *Genesereth V.R., Fikes R.E*. Knowledge Interchange Format, Version 3.0, Reference Manual. Logic Group Report Logic-92-1, Computer Science Department, Stanford University. 1992.

[22] *Russell S., Norvig P*. Artificial Intelligence. Prentice Hall. 1995.

[23] *Sowa J*. // http://bestweb.net/sowa/ontology/toplevel.htm. 2000.

[24] *Guarino N*. Formal Ontology and Information Systems // Formal Ontology in Information Systems. Proceedings of FOIS'98, Trento. Italy / N. Guarino (ed.), Amsterdam, IOS-Press. 1998.

[25] *Gangemi A., Guarino N., Masolo C., Otramari A*. Understanding Top-level Ontological Distinctions // Technical Report 04/2001, LADSEB-CNR.

[26] Ibid.

[27] http://suo.iee.org. 2001.

[28] *Bochenski I.M*. Logic and Ontology // Philosophy East and West 24, VII(3), 1974. P. 278.

[29] Ibid, p. 282.

[30] Ibid, p. 283.

[31] Ibid, p. 288.

[32] Ibid, p. 290.

[33] См. *Cochiarella N.B*. Predication Versus Membership in the Distinction between Logic as Language and Logic as Calculus // Synthese 77, 1988. P. 37-72.

[34] *Cochiarella N.B*. Logic and Ontology // Axiomathes 12, 2001. P. 120.

[35] *Кюнг Г*. Онтология и логический анализ языка. М., 1999. С. 35.

[36] «по сути дела я стремился создать не просто какое-то исчисление – "*calculus ratiocinator*", а некоторый язык – "*lingua characteristica*" в лейбницевском смысле, признавая при этом, что необходимой составной частью подобной знаковой системы тем не менее должно быть это самое исчисление умозаключений» (*Фреге Г*. Логика и логическая семантика. Сборник трудов. М., 2000. С. 194).

[37] Там же, с. 66.

[38] *van Heijenoort J*. Logic as Language and Logic as Calculus // Synthese 17, 1967. P. 324-330.

[39] *Leśniewski S.* Collected Works. PWN-Kluwer. Warszawa; Dordrecht, 1992. P. 177-178.

[40] *Łukasiewicz J.* Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane. Warszawa: PWN, 1961. S. 206-207.

[41] Ibid, S. 218.

[42] Ibid, S.267.

[43] *Priest G.* Logic, Nonstandard // Donald M. Borchert (ed.). The Encyclopedia of Philosophy. P.307-310. Macmillan Reference, 1996. Supplement to a reprint of the volumes originally published in 1967.

[44] *Devlin K.* The Joy of Sets. Fundamentals of Contemporary Set Theory. Second Edition. Springer-Verlag. New York; Berlin, 1993. P. 132-133.

[45] *Smullyan R.M and Fitting M.* Set Theory and the Continuum Problem. Clarendon Press. Oxford, 1996. P. 203-204.

[46] См. *Takeuti G. and Titani S.* Fuzzy Logic and fuzzy set theory //Arch. Math. Log. (1992). P.1.

[47] *Takeuti G.* Quantum Set Theory //Current Issues on quantum logic / Beltrametti S., Fraassen B. Van (eds.). New York; London: Plenum, 1981. P. 303-322. P. 310.

[48] *Takeuti G. and Titani S.* Fuzzy Logic and fuzzy set theory //Arch. Math. Log. (1992). P. 17-18.

[49] *Takeuti G.* Quantum Set Theory //Current Issues on quantum logic / Beltrametti S., Fraassen B. Van (eds.). New York; London: Plenum, 1981. P. 303-322. P. 310. P. 303.

[50] *Гольдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М., 1983.

[51] *Vasyukov V.* Paraconsistency in Categories // Frontiers of Paraconsistent Logic. D.Batens, C.Mortensen, G.Priest and J.-P. van Bendegem (eds.). Research Studies Press Ltd., Baldock, Hartfordshire (England), 2000. P. 263-278.

[52] *Васюков В.Л.* Интерпретация релевантной логики в топосах // Логика и В.Е.К., М., 2003. С. 112-121.

[53] *Wittgenstein L.* Notebooks 1914-1916. Trans. N.K.Smith. London: Macmillan, 1961. P. 106.

[54] См. *Cochiarella N.B.* Predication Versus Membership in the Distinction between Logic as Language and Logic as Calculus // Synthese 77, 1988. P. 37-72.

[55] *Карнап Р.* Значение и необходимость. Исследование по семантике и модальной логие. М., 2000. С. 300.

[56] Ibid, с. 310.

[57] Ibid, с. 311.

[58] *Jadacki J.J.* Warsaw: the rise and Decline of Modern Scientific Philosophy in the Capital city of Poland // Axiomathes, № 2-3, 1994, pp. 225-241.

[59] *Leśniewski S.* Collected works / eds. S.J. Surma, J.T.J. Srzednicki, D.I. Barnett, PWN - Kluwer, Nijhoff, vol. 1 and 2. 1992. P. 14.

[60] Польский логик В. Беганьский в своей книге «*Теория логики*» (1912) пишет, что критика Лесьневского безосновательна. Согласно Беганьскому, Лесьневский смешивает два понятия существования: субъективное и объективное (и лишь первое существование, т.е. существование предмета представления, не может быть отброшено в акте суждения).

[61] *Leśniewski S.* Collected works / eds. S. J. Surma, J.T.J. Srzednicki, D.I. Barnett, PWN - Kluwer, Nijhoff, vol. 1 and 2. 1992. P. 20.

[62] *Woleński J.* Szkola lwowsko-warszawska: międzi brentanizmem a pozytywizmem // Principia, t. VIII-IX, 1994. S. 84.

[63] *Hintze H.* Merits of Lesniewski's type nominalism // Logic and Logical Philosophy, No. 3. P. 102.

[64] *Rickey V.F.* A survey of Leśniewski's logic // Studia Logica, XXXVI, № 4. P. 414.

[65] *Leśniewski S.* Collected works / eds. S.J. Surma, J.T.J. Srzednicki, D.I. Barnett, PWN - Kluwer, Nijhoff, vol. 1 and 2. 1992. P. 650-651.

[66]*Kearns J.T.* Leśniewski's strategy and Modal Logic // Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 30, № 2, 1989. P.292.

[67] Заметим, что Лесьневский вначале использовал в своих исследованиях естественный язык, но затем, как он сам пишет, «под влиянием бесед, которые я вел в Варшаве в 1920 г. с д-ром Леоном Хвистеком, в настоящее время профессором логики во Львовском университете, я решился на введение в свою научную практику некоего "символического" языка, основывающегося на формулах, построенных "математическими логиками", вместо естественного языка, которым до настоящего времени я пользовался с навязчивым упорством, пытаясь, как многие другие, покорить этот естественный язык с "логической" точки зрения и приспособить его к теоретическим целям, для которых он не был создан» *(Leśniewski S.* Collected works / eds. S.J. Surma, J.T.J. Srzednicki, D.I. Barnett, PWN - Kluwer, Nijhoff, vol. 1 and 2. 1992. P. 364).

[68] *Słupecki J.* St. Leśniewski's Protothetics // Studia Logica, I (1953). P. 52-53.

[69] Ibid, p. 84.

[70] Ibid, p. 86.

[71] *Sobociński B.* Z badań nad aksyomatyką prototetyki Stanislawa Leśniewskogo // Polske Towarzystwo Naukowe na Obczyźnie. Rocznik, 4, 1953, s. 18-20.

[72] *Leśniewski S.* Collected works / eds. S.J.Surma, J.T.J. Srzednicki, D.I. Barnett, PWN - Kluwer, Nijhoff, vol. 1 and 2. 1992. P. 374-376.

[73] *Słupeck iJ.*, S.Leśniewski's Calculus of Names // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki and V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984. P. 71.

[74] *Słupecki J.* S.Leśniewski's Calculus of Names // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki and V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984. P. 103.

[75] Слупецкий приводит доказательство следующей теоремы*: определения Онтологии не выполняют условия некреативности* (*Słupecki J.* S.Leśniewski's Calculus of Names // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J. T. J. Srzednicki and V. F. Rickey (eds.), The Hague, 1984. P.116).

[76] *Iwanuś B.* On Leśniewski's Elementary Ontology // Lesniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984, pp. 165-215.

[77] *Rickey V.F.* A survey of Leśniewski's logic // Studia Logica, XXXVI, № 4. 1977. P. 417.

[78] *Kruszewski Z.* Ontology without Axioms // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984, pp. 9-10.

[79] См. *Canty J.T.* The Numerical Epsilon // Notre Dame Journal of Formal Logic, 10, 1969. pp. 47-63; *Canty J.T.* Leśniewski's Terminological Explanations as Recursive Concepts // Notre Dame Journal of Formal Logic, 10, 1969. pp. 337-369.

[80] Результат неопубликован, см. *Rickey V.F.* A survey of Leśniewski's logic // Studia Logica, XXXVI, № 4. 1977. P. 418.

[81] См. *Davis Ch.C. Jr.* An Investigation Concerning the Hilbert-Serpiński Logical Form of the Axiom of Choice // Notre Dame Journal of Formal Logic, 16, 1975. pp. 145-184.

[82] *Kowalski J.G.* Łesniewski's Ontology extended with the Axiom of choice // Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 18, 1977, pp. 1-78.

[83] *Stachniak Z.* Introduction to model theory for Leśniewski's Ontology, Wrocław: Wydawnictwo Uniwersitetu Wrocławskiego, 1981.

[84] См. в этой связи рецензию *Libardi M.* Note critiche «Stanisław Łesniewski, Collected Works» // Axiomathes 1, 1993. P. 123.

[85] *Sobociński B.* Studies in Lesniewski's Mereology // Lesniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984, pp.217-218.

[86] Ibid, p. 219.

[87] *Lejewski Cz.* Consistency of Leśniewski's Mereology, // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984, pp. 232-238.

[88] См. *Sobociński B.* Studies in Lesniewski's Mereology // Lesniewski's Systems. Ontology and Mereology, J.T.J. Srzednicki, V.F. Rickey (eds.), The Hague, 1984. P. 220.

[89] *Tarski A.* Les fondaments de la geometrie des corps // Księga Pamiątkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego, supplement to Annales de la Societé Polonaise de Matematique, Kraków, 1929, pp. 29-33.

[90] *Jaśkowski S.* Une modification des définitions fondamentales de la géometrie des corps de A. Tarski // Annales de la Soc. Pol. De Math., 21, 1948. pp. 298-301.

[91] *Leonard H.S., Goodman N.* The calculus of individuals and its uses // Journal of Symbolic Logic, 5, 1940. pp. 45-55.

[92] *Tarski A.* Logic, Semantics, Metamathematics, Second edition, Hackett, Indiana, 1983. P. 333-334.

[93] *Clay R.E.* Relation of Leśniewski's Mereology to Boolean algebra // Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology, J. T. J. Srzednicki, V. F. Rickey (eds.), The Hague, 1984, pp. 242.

[94] *Grzegorczyk A.* The system of Leśniewski in Relation to Contemporary Logical Research // Studia Logica, III, 1955. pp. 77-95.

[95] *Lebiediewa S.* The Systems of Modal Calculus of Names. I. // Studia Logica, 24 (1969), pp. 83-107.

[96] *Prior A.* Past, Present and Future, Clarendon Press, Oxford, 1967. P. 162.

[97] См. *Васюков В.Л.* Формальная феноменология. М.: Наука, 1999.

[98] *Фреге Г.* Логика и логическая семантика. Сборник трудов. М., 2000. С. 215-229.

[99] *Suszko R*. Abolition of the Fregean Axiom. Preprint of the Institute of Philosophy and Sociology of the Polish Academy of Sciences, Warsaw, 1973. Also in: R.Parikh (ed.), Logic Colloquium. Lecture Notes in Mathematics, Springer Verlag, 1975, pp. 169-239.

[100] *Чёрч А*. Введение в математическую логику, М., 1960.

[101] См. *Wójcicki R.* R. Suszko's Situational Semantics // Studia Logica XLIII. No 4. 1984. P. 326.

[102] *Omyła M.* Zarys logiki niefregowskiej. Warszawa, 1986. s.86.

[103] *Wójcicki R.* R. Suszko's Situational Semantics // Studia Logica XLIII. No 4. 1984. P. 325.

[104] *Omyła M.* Zarys logiki niefregowskiej. Warszawa, 1986.

[105] *Aczel P.* Algebraic Semantics for Intensional Logics. I // Properties, Types and Meaning / G. Chierchio, B. H. Partee, and R. Turner. Dordrecht. Kluwer. 1989. P. 17-45.

[106] *Wójcicki R.* R. Suszko's Situational Semantics // Studia Logica XLIII. No 4. 1984. P. 334.

[107] Следует иметь в виду, что настоящее рассуждение ведется в метаязыке, а не в языке, что и объясняет запись (т.е. следует обращать внимание на различие между $\mathbf{a_1,...,a_{(i)}}$ и $a_1,...,a_{(i)}$, $\boldsymbol{R_1},\ldots,\boldsymbol{R_s}$ и $R_1,\ldots,R_s$ и т.д.).

[108] *Васюков В.Л.* Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН 1997,.М., 1998. С. 131-138.

[109] *Вуйцицкий Р*. Формальное построение ситуационной семантики // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. М., 1989. С. 12.

[110] Там же, с. 22.

[111] *Васюков В.Л.* Ситуации и смысл: не-не-фрегевская (метафорическая) логика. II // Логические исследования, вып. 9. М., 2002. С. 64-89.

[112] *Вуйцицкий Р*. Формальное построение ситуационной семантики // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. М., 1989. С. 5-28.

[113] См. *Hiż H.* Descriptions in Russel's Theory and in Ontology // Studia Logica. Vol. 36, No 4. 1977, P. 273.

[114] В *Васюков В.Л.* Ситуации и смысл: не-не-фрегевская (метафорическая) логика. I // Логические исследования. М., 1999. Вып. 6. С. 138-152 приводится содержательное обоснование критики и развития автором подхода Сушко, в *Васюков В.Л.* Ситуации и смысл: не-не-фрегевская (метафорическая) логика. II // Логические исследования. М., 2002. Вып. 9. С. 64-89 дается формальная экспликация предложений автора.

[115] *Wójcicki R.* R. Suszko's Situational Semantics // Studia Logica XLIII. No 4. 1984. P. 324.

[116] *Goodman N.* On Likeness of Meaning // Analysis, 10, 1949, pp. 1-7.

[117] *Goodman N.* On Some Differences about Meaning // Analysis, 13, 1953, pp. 90-96.

[118] См. *Heydrich W*. A Reconception of Meaning // Synthese, vol. 95, No. 1, 1993, pp. 77-94.

[119] *Brennan A*. Conditions of Identity: A Study in Identity and Survival, Clarendon Press, Oxford, 1988. P. 6.

[120] *Васюков В.Л.* Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН 1997, М., 1998. С. 131-138.

[121] См. *Васюков В.Л.* Ситуации и смысл: не-не-фрегевская (метафорическая) логика. II // Логические исследования. М., 2002. Вып. 9. С. 64-89.

[122] *Васюков В.Л.* Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН 1997, М., 1998. С. 136.

[123] См. *Смирнов. В.А.* Комбинированные исчисления предложений и событий и логика истины фон Вригта // Исследования по неклассическим логикам, М., 1989, с. 16-29; *Смирнов. В.А.* Утверждение и предикация. комбинированные исчисления высказываний и событий // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 27-35.

[124] *Frege G.*. Begriffschrift // Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, ed. By. P. Geach and M. Black, Oxford, 1952. P.156.

[125] *Jaśkowski S.* Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych // Studia Soc. Sci. Torunensis, Sectio A, Vol. I, No. 5, 1948. (Английский перевод: *Jaśkowski S.* Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems // Studia Logica, XXIV (1969), pp. 143-157.)

[126] *Perzanowski J.* Towards Post-Tractatus Ontology // Wittgenstein - Towards Re-Evaluation, Hrsg./Eds. R.Haller & J.Brandl, Verlag Holder-Pichler-Tempsky, Wien, 1990, pp. 185-199.

[127] Фильтры в **A** представляют собой подмножества F из A, удовлетворяющие условиям (1) $1 \in F$ и не имеет места $0 \in F$; (2) если $a,b \in F$, то $a \cap b \in F$; (3) если $a \in F$ и $a \leq b$, то $b \in F$; ультрафильтры помимо этого выполняют условие: для каждого $a \in A$ либо $a \in F$, либо $- a \in F$. Заметим также, что не может иметь место $a \in F$ и $- a \in F$.

[128] См. *Bull R. Segerberg K.* Basic Modal Logic // Handbook of Philosophical Logic. Ed. By D. Gabbay and F. Guenthner, vol. II, Reidel, Dordrecht, 1984, pp. 1-88. P.33.

[129] *Jaśkowski S.* Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems // Studia Logica, XXIV (1969), pp. 150-151.

[130] Ibid, p.151.

[131] Ibid, p.152.

[132] Ibid, p.153.

[133] См. *Da Costa N.C.A. and Doria F.* On Jaśkowski's Discussive Logic // Studia Logica, vol 54, No 1, 1995, P. 46.

[134] *Смирнов. В.А.* Комбинированные исчисления предложений и событий и логика истины фон Вригта // Исследования по неклассическим логикам, М., 1989, с. 16-29.

[135] *Słupecki J.* A Generalization of Modal Logic // Studia Logica, v. 28, 1971, pp. 7-17.

[136] *Suszko R.*. Reifikacja sytuacji // Studia Filozoficzne, No 2, 1971. P. 247. (Английский перевод в: Philosophical Logic in Poland, J.Woleński (ed.), Kluwer, 1994, pp. 247-270.)]

[137] Ibid, p.248.

[138] Ibid, p.242.

[139] *Meixner U.* Events and Their Reality // Logic and Logical Philosophy, No. 2, 1994, P. 30/.

[140] *Scheffler U*. Events as Shadowy Entities // Logic and Logical Philosophy, No. 2, 1994, P. 36.

[141] См. *Васюков В.Л.*. Комбинированная логика В.А. Смирнова с ситуационной точки зрения (не-фегевский подход) // Логические исследования, вып. 5, М., 1998, с.221-229.

[142] См. *Вуйцицкий Р*. Формальное построение ситуационной семантики // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. М., 1989. С. 5-28.

[143] *Da Costa N.C.A.* Remarks on Jaśkowski's Discussive Logic // Rep. Math. Log., No 4, 1975, pp. 7-15.

[144] *Jaśkowski S.* Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems // Studia Logica, XXIV (1969). P. 149.

[145] См. *Da Costa N.C.A.* Remarks on Jaśkowski's Discussive Logic // Rep. Math. Log., No 4, 1975, pp. 7-15; *Kotas J.* Discussive Sentential Calculus of Jaśkowski // Studia Logica, XXXIV (1975), No 2, pp. 149-168; *Da Costa N.C.A. and Dubikajtis L.* On Jaśkowski's Discussive Logic // Non-Classical Logic. Model Theory and Computability, A. I. Arruda, N.C.A. da Costa and R.Chuaqui (eds.), North-Holland, 1977, pp. 37-56; *Da Costa N.C.A. and Doria F.*. On Jaśkowski's Discussive Logic // Studia Logica, vol 54, No 1, 1995, pp. 33-60.

[146] *Kotas J.* Discussive Sentential Calculus of Jaśkowski // Studia Logica, XXXIV (1975), No 2, p. 158.

[147] См. *Jordan P.* Quantenlogik und das Kommutative Gesetz // The Axiomatic Method, L. Henkin, P. Suppes, A. Tarski (eds.), North-Holland, Amsterdam, 1959, pp. 365-375; *Биркгоф Г.* Теория решеток, М., 1984.

[148] *Васильев Н.А*. Воображаемая логика. Избранные труды. М., 1989. С.115-116.

[149] Ibid, с. 120.

[150] *Vasyukov V.L.* Combined da Costa Logics (world according to N.C.A. da Costa) // Logique et Analyse 165-166 (1999), pp. 127-138.

[151] *Carnielli W.A., Alcantara L.P.* Paraconsistent algebras // Studia Logica, XLIII, № 1/2, 1984, pp. 79-87.

[152] Ibid, p. 81.

[153] *Meixner U.* Events and Their Reality // Logic and Logical Philosophy, No. 2, 1994, P. 30/.

[154] *Смирнов. В.А.* Утверждение и предикация. комбинированные исчисления высказываний и событий // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 27-35.

[155] *Da Costa N.C.A.* Remarks on Jaśkowski's Discussive Logic // Rep. Math. Log., No 4, 1975, pp. 7-15.

[156] *Carnielli W.A., Alcantara L.P.* Paraconsistent algebras // Studia Logica, XLIII, № 1/2, 1984, pp. 79-87. P. 83.

[157] *Смирнов В.А.* Утверждение и предикация. Комбинированное исчисление высказываний и событий // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 27.

[158] *Suszko R.* Reifikacja sytuacji // Studia Filozoficzne, № 2, 1971.

[159] *Вуйцицкий Р.* Формальное построение ситуационной семантики // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 5-26.

[160] *Смирнов В.А.* Утверждение и предикация. Комбинированное исчисление высказываний и событий // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 27-28.

[161] *Вуйцицкий Р.* Формальное построение ситуационной семантики // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик, М., 1989, с. 5-26.

[162] *Wolniewicz B.* A Formal Ontology of Situations // Studia Logica XLI (1981), pp. 381-413.

[163] *Васюков В.Л.* Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН 1997,.М., 1998. С. 131-138.

[164] См. *Barwise J*. The Situation in Logic. CSLI, Stanford, 1989. С. 192.

[165] *Смирнов В.А.* Комбинированные исчисления предложений и событий и логика времени фон Вригта // Исследования по неклассическим логикам, М., 1989. С. 23.

[166] *Goldblatt R.* Diodorean Modality in Minkowski Spacetime // Studia Logica, v.39, 1980, pp. 219-236.

[167] *Goldblatt R.* Diodorean Modality in Minkowski Spacetime // Studia Logica, v.39, 1980, pp. 219-236.

[168] *Lemmon E*. Algebraic Semantics for Modal Logics I. // Journ. Symb. Log., 1966, vol. 31, No 1, p.46-65.

[169] *Cegla W*. Causal Logic of Minkowski Space // Current Issues in Quantum Logic / S.Beltrametti and B. van Fraassen (eds.), N.Y.: Plenum, 1981. P. 419-424.

[170] См. *Биркгоф Г*. Теория решеток. М.: Наука, 1984. С. 77.

[171] *Dalla Chiara M.-L.*. Quantum Logic // Handbook of Philosophical Logic / D.Gabbay and F.Guenthner (eds.), vol III, Reidel, 1986. P. 432.

[172] Ibid, p.433.

[173] Ibid, p. 437.