

Программа вступительного экзамена НИУ ВШЭ для студентов и выпускников — 2017 г.  
по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
Магистерская программа «Финансовые технологии и анализ данных»

### Предварительные критерии оценивания

0-2 – Абитуриентом предложены идеи **решения** задачи. Приведено решение без объяснений, выкладок или доказательств.

3-5 – Приведено решение, но оно не верно или не достаточно объяснено.

6-7 – Правильное решение, но допущены ошибки или неточности в доказательстве. Нет реализации алгоритма, не разобраны все случаи или часть из них не доказана или разобрана с ошибками. Не оптимальное решение.

8-10 – Правильное решение при допущенных ошибках или неточностях. Апелляция оценок 8 и 9 не рассматривается.

Уточненные критерии проверки по каждой задаче публикуются одновременно с началом периода подачи апелляций.

В решении должны присутствовать ссылки на теоретические факты из программы с указанием точных формулировок теорем, которые применяются. Если утверждение, на которое ссылается абитуриент, не содержится в программе вступительных испытаний, то его необходимо доказать в работе.

Все выкладки должны быть равносильными преобразованиями; каждый случай оформлен отдельно.

Номер задания должен четко выделяться на фоне остального текста.

При обнаружении двух незачеркнутых решений одной и той же задачи на чистовике и черновике проверяются оба решения и выставляется минимальный балл. При написанном решении на черновике, на чистовике должен быть написан правильный ответ и ссылка на черновик.

### Перечень и содержание тем для подготовки

#### 1. Линейная алгебра

- (a) Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
- (b) Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
- (c) Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
- (d) Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
- (e) Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.
- (f) Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.

#### 2. Математический анализ

- (a) Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Границы множеств. Множества в  $\mathbb{R}^n$ . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
- (b) Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
- (c) Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
- (d) Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия дополняющей нежесткости.

- (e) Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа, ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.
- (f) Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
- (g) Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

### 3. Дифференциальные уравнения

- (a) Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.
- (b) Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
- (c) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
- (d) Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.
- (e) Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.

### 4. Комбинаторика

- (a) Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Примеры.
- (b) Множества. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Примеры.
- (c) Сочетания. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.

### 5. Теория вероятностей и математическая статистика

- (a) Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- (b) Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона).
- (c) Нормальное распределение и связанные с ним  $\chi^2$ -распределение, основные свойства.
- (d) Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).
- (e) Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенност, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
- (f) Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и проверка значимости.
- (g) Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной. Метод наименьших квадратов (МНК). Теорема Гаусса-Маркова. Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Множественная линейная регрессия. Проверка статистических гипотез о статистической значимости коэффициентов регрессии ( $t$ -тест) и всей регрессии в целом ( $F$ -тест). Проверка гипотез о линейном ограничении на коэффициенты регрессии.

### 6. Дискретная математика

- (a) Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
- (b) Понятия алгоритма и сложности алгоритма. Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Представление графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности, алгоритмы на графах.

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учеб. Для вузов 4-е изд. М. Наука. Физматлит, 1999 – 296 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учеб. для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 648 с.
3. Бесов О.В. Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие. Ч 1,2. М.: МФТИ. 216 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, т. 1,2. Учеб. пособие для вузов: в 2-х т. - М.: ВШ, 1970.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. 8-е издание. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.
6. Демидович Б.П.(редактор). Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов Издание шестое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
7. Понtryгин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.: Наука, 1974. - 331с. Изд. 4-е.
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. - 208 стр.
9. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп. Учебник. М.: «Едиториал УРСС», 2005. - 448 с.
10. Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975. - 648 с.
11. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ГУ ВШЭ, 2005. - 252, [1] с.
12. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. Издательство МЦМНО, 2014.
13. Макаров И.А., Токмакова Л.Р. УМК "Дискретная математика". Издательский дом НИУ ВШЭ, 2014. – 152 с.
14. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), — Москва: «Наука», 1986.
15. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), - Москва: «Наука», 1986. - 384 с.
16. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. — 2 изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 368 с
17. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2007.
18. Ивченко, Г. И., Медведев, Ю. И. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ. 2010
19. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. МЦНМО: 2000. 960 с.
20. Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. — М.: Наука, 1996. — 304 с.
21. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А.. Эконометрика. Начальный курс (7-е издание). М.: Дело, 2005