

Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет Математики

Программа дисциплины Механика

для направления 01.03.01 "Математика" подготовки бакалавра

Авторы программы: Пятов П.Н., к.ф.-м.н., pyatov@theor.jinr.ru
Сапонов П.А., к.ф.-м.н., Pavel.Saponov@iherp.ru

Рекомендована секцией УМС по математике «__»_____ 2017 г.
Председатель С.М. Хорошкин

Утверждена УС факультета математики «__»_____ 2017 г.
Ученый секретарь П.Н. Пятов_____

Москва, 2017

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 01.03.01 «Математика» подготовки бакалавра.

Программа разработана в соответствии с:

- ОС НИУ ВШЭ;

Рабочим учебным планом университета по направлению 01.03.01 «Математика» подготовки бакалавра, специализации Математика.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Механика» являются

- получение представлений об основных принципах, структурах, и задачах классической теоретической механики;
- получение представления о взаимоотношении ньютонова и лагранжева формализмов в классической механике;
- получение сведений об важнейших физических механических моделях;
- получение представления о математических структурах и методах исследования механических систем;

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Иметь представление о физических основаниях классической механики, понимать взаимоотношения и границы применимости ньютонова и лагранжева формализмов классической механики.
- Иметь понятие об основных принципах и понятиях классической теоретической механики: принципе Даламбера, принципе наименьшего действия, инерциальных и неинерциальных системах отсчета, идеальных связях, законах сохранения.
- Владеть математическим аппаратом классической механики, включая базовые понятия и технику решения дифференциальных уравнений, основы вариационного исчисления, основные понятия о непрерывных группах симметрий и соответствующих алгебрах Ли инфинитезимальных преобразований.
- Уметь решать задачи о расчете эволюции для базовых моделей нерелятивистской классической механики (гармонический осциллятор, одномерная частица в потенциальном поле, задача Кеплера, волчки и др.).
- Владеть навыками самостоятельного построения простых моделей нерелятивистской классической механики.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
умение формулировать результат	ПК-3	Правильно воспроизводит чужие результаты Правильно формулирует собственные результаты	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса Формируется в процессе активных занятий классической механикой (участие в семинарах, выполнение курсовых и дипломных работ).
умение строго доказать утверждение	ПК-4	Воспроизводит доказательства стандартных результатов, услышанных на лекциях Оценивает строгость и корректность любых текстов по классической теоретической механике	Изучение базового курса За счет повышения общефизической и математической культуры в процессе обучения
умение грамотно пользоваться языком предметной области	ПК-7	Распознает и воспроизводит названия основных физических моделей и объектов, а также математических структур, возникающих при изучении данной дисциплины Владеет и свободно использует профессиональную лексику нерелятивистской классической механики	Продумывание и повторение услышанного на семинарах и лекциях. Беседы с преподавателями во время консультаций. Компетенция достигается в процессе накопления опыта работы с моделями классической механики, общения с преподавателями.
понимание корректности постановок задач	ПК-10	Понимает постановки только опорных задач нерелятивистской механики Адекватно оценивает корректность использования тех или иных физических предположений и математических методов, применяемых при формулировке и решении задач нерелятивистской механики	Продумывание базовых понятий курса Вырабатывается в процессе решения задач, самостоятельного чтения, работы над курсовыми заданиями
выделение главных смысловых аспектов в доказательствах	ПК-16	Понимает и воспроизводит ключевые физические принципы и математические приемы базовых рассуждений и построений классической теоретической механики Обосновывает и оценивает физические мотивировки и логические ходы при построении произвольных моделей нерелятивистской классической механики	Продумывание ключевых моментов лекций Вырабатывается путем активного решения задач, самообразования, общения с преподавателями.



4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу общие профессиональные дисциплины и блоку основных дисциплин, обеспечивающих подготовку бакалавра.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы алгебры и математического анализа (1 и 2 годы бакалавриата);
- курс динамических систем (2 год бакалавриата);

Желательно, но не необходимо также знакомство с некоторыми основными понятиями из следующих разделов математики:

- вариационного исчисления;
- дифференциальной геометрии;
- теории групп и алгебр Ли.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при обучении бакалавров 3-4 курса и магистрантов при изучении следующих дисциплин:

- гамильтоновой механики;
- классической теории поля;
- квантовой механики;
- дифференциальной геометрии;
- вариационного исчисления.

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	
1	Напоминание: основные понятия ньютоновой механики	6	2	2	4
2	Простейшие механические модели. Силы и связи	8	2	4	8
3	Работа силы, потенциальные силы, закон сохранения энергии	13	3	6	12
4	Задача двух тел и задача Кеплера	9	3	3	6
5	Принцип Даламбера и уравнения Эйлера-Лагранжа	12	3	4	8
6	Принцип наименьшего действия	16	3	5	12
7	Законы сохранения в классической механике. 1-я теорема Эмми Нётер	18	4	6	14

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				Параметры **
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа				V	Еженедельно устраиваемые на семинарах малые контрольные работы (по 1-й задаче на 10-15 мин.) и проводимые 1-2 раза в модуль контрольные работы размером 3-5 задач, рассчитанные на решение в течение 1 часа.



Промежу-точный	Домашнее задание				V	Письменное задание, выдаваемое студентам на дом. Срок сдачи задания – от 7 до 14 дней (в зависимости от его объема). Срок проверки заданий – в течение 2 недель со дня сдачи.
Итоговый	Экзамен				V	письменная работа (всего 2-3 часа)

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Три формы текущего контроля включают: решение малых контрольных заданий на семинарах (1 задача на 10-15 минут), решение большой контрольной работы (3-5 задач на 1 час), и решение задач из домашних заданий (5-10 задач по каждой теме). Задачи подбираются так, чтобы их решение потребовало от студента свободного владения основными понятиями и умения пользоваться техническими (вычислительными) приемами, которые изучаются в соответствующем разделе механики.

Экзамен включает в себя письменную работу, состоящую из 4-6 распространенных задач, решение которых требует от студента владения как понятийным, так и техническим аппаратом по изучавшимся в течение модуля темам. На письменное решение экзаменационного задания отводится 3 часа.

6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная оценка текущего контроля $O_{\text{накопленная}}$ рассчитывается как взвешенная сумма трех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП

$$O_{\text{накопленная}} = 0.3 * O_{\text{д/з}} + 0.3 * O_{\text{к/р}} + 0.4 * O_{\text{малые к/р}} .$$

Оценки за домашнее задание $O_{\text{д/з}}$, контрольную работу $O_{\text{к/р}}$, и малые контр. работы $O_{\text{малые к/р}}$ выставляются по 10-балльной шкале. Способ округления накопленной оценки текущего контроля: в пользу студента.

Результирующая итоговая оценка за дисциплину учитывает также оценку за экзамен $O_{\text{итог. контроль}}$, выставляемую по 10-балльной шкале, и определяется по формуле

$$O_{\text{результирующая итог}} = 0,5 * O_{\text{накопленная}} + 0,5 * O_{\text{итог. контроль}}$$

Способ округления накопленной и результирующей итоговых оценок: в пользу студента.

На экзамене студент может получить дополнительную задачу, решение которой оценивается в 1 балл.

Оценка за итоговый контроль - **блокирующая**, при неудовлетворительной итоговой оценке она равна результирующей.

В диплом ставится результирующая итоговая оценка по учебной дисциплине.

7 Содержание дисциплины

7.1 Раздел 1. Основные понятия ньютоновой механики



Содержание темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа		Литература	
			Подготовка к семинарам	Письменное домашнее задание	Базовая	Дополнительная
Основные объекты и постановка задачи классической механики.	2	1	1		[2],[3]	
Законы ньютоновой механики.		1	1	2		

7.2 Раздел 2. Простейшие модели нерелятивистской механики: силы и связи

Одномерные механические системы. Фазовые портреты	2	2	2	2	[1], [2]	
Механические модели со связями. Силы реакции и трения.		2	2	2		

7.3 Раздел 3. Работа силы, потенциальные силы, закон сохранения энергии

Работа силы, Потенциальные силы. Условия потенциальности.	1,5	3	2	4	[1], [2], [3]	
Потенциальные силы в криволинейных координатах: полярные и сферические координаты.	1,5	3	2	4		

7.4 Раздел 4. Задача 2-х тел и задача Кеплера

Выделение движения центра масс. Закон сохранения импульса	1	1	1		[1],[2],[3]	
Закон сохранения момента импульса и 2-й закон Кеплера	1	1	1	2		
Закон всемирного тяготения. Движение планет.	1	1	2			

7.5 Раздел 5. Идеальные связи, принцип Даламбера, уравнения Эйлера-Лагранжа

Виртуальные перемещения, идеальные связи, формулировка принципа Даламбера	1,5	2	2	2	[3]	
Вывод уравнений Эйлера-Лагранжа. Преимущества и недостатки лагранжева формализма	1,5	2	2	2		



7.6 Раздел 6. Принцип наименьшего действия

Вариационная задача. Принцип наименьшего действия. Вывод уравнений Эйлера-Лагранжа из принципа наименьшего действия.	2	3	2	4	[2], [1]	
Вариационные задачи в геометрии и физике: примеры.	1	2	2	4		

7.7 Раздел 7. Законы сохранения классической механики. 1-ая теорема Нётер

Циклические координаты. Законы сохранения импульса, момента импульса. Закон сохранения энергии.	2	2	2	4	[1],[2],[3]	
Симметрии действия и законы сохранения. Первая теорема Э.Нётер.	2	4	3	5		

8 Образовательные технологии

На лекции обсуждаются ключевые принципы и понятия классической механики, даются необходимые определения, обсуждаются базовые модели и математические методы их исследования, доказываются ключевые результаты и разбираются поучительные примеры. На семинарах со студентами разбираются стандартные задачи курса, обсуждаются технические приемы их решения. В конце семинара студентам дается одна задача для самостоятельного решения (малая контрольная работа). Студентам также выдается листок с задачами для самостоятельного решения, содержащий как упражнения для усвоения стандартных фактов и приемов, так и нестандартные задачи, позволяющие проверить уровень понимания теории (домашнее задание). Студент сдает эти задачи в виде письменной работы.

9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Динамические системы. Лагранжева механика

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

1. а) Нарисуйте фазовый портрет материальной точки m , движущейся вдоль прямой Ox под действием потенциальной силы с потенциальной энергией (потенциалом) $U(x)$ следующего вида:

б) Сколько существует фазовых кривых с энергией $E = 1$ и с энергией $E = 0$?

2. Силовое поле \vec{F} задано в декартовых прямоугольных координатах (x, y, z) пространства \mathbb{R}^3 следующими выражениями своих компонент:

$$F_x = y + z + yz, \quad F_y = \alpha x + z + xz, \quad F_z = x + \alpha y(1 + x),$$

где α — вещественный числовой параметр.

а) Найдите работу силы \vec{F} вдоль отрезка кривой, заданной уравнениями

$$y = x, \quad z = x^2,$$

от начальной точки $(0, 0, 0)$ до конечной точки $(1, 1, 1)$.

б) Определите значение параметра α , при котором сила \vec{F} потенциальна, и найдите выражение для соответствующей потенциальной энергии $U(x, y, z)$.

3. Компоненты некоторой силы \vec{F} заданы в цилиндрических координатах (ρ, ϕ, z) пространства \mathbb{R}^3 следующими выражениями:

$$F_\rho = \rho^3 \sin \phi + z^2 \cos \phi, \quad F_\phi = -z^2 \sin \phi + \frac{\rho^4}{4} \cos \phi, \quad F_z = f(\rho, z) \cos \phi,$$

где $f(\rho, z)$ некоторая дифференцируемая функция своих аргументов. Определите функцию $f(\rho, z)$, при которой сила \vec{F} потенциальна, и найдите вид соответствующей потенциальной энергии $U(\rho, \phi, z)$.

4. Потенциальная энергия некоторой силы \vec{F} задана в сферических координатах (r, θ, ϕ) пространства \mathbb{R}^3 следующим выражением:

$$U(r, \theta, \phi) = r^2 \sin \theta e^{-\cos \theta \cos^2 \phi}.$$

Найдите компоненты F_r , F_θ и F_ϕ силы \vec{F} в сферической системе координат:

$$\vec{F} = F_r \vec{e}_r + F_\theta \vec{e}_\theta + F_\phi \vec{e}_\phi.$$

9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ЛАГРАНЖЕВА МЕХАНИКА

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант 1.

1. а) Нарисуйте фазовый портрет материальной точки m , движущейся вдоль прямой Ox под действием потенциальной силы с потенциальной энергией (потенциалом) $U(x)$ следующего вида:

$$U(x) = x^3 - 3x^2 + 2x.$$

б) Сколько существует фазовых кривых с энергией $E_1 = -2\sqrt{3}/9$ и с энергией $E_2 = 2\sqrt{3}/9$?

2. Силовое поле \vec{F} задано в полярных координатах (ρ, ϕ) евклидовой плоскости \mathbb{R}^2 следующими выражениями своих компонент:

$$F_\rho = \frac{\alpha}{2} \sin 2\phi + 2(\rho - 1), \quad F_\phi = 1 - 2 \sin^2 \phi,$$

где α — вещественный числовой параметр.

- а) Определите значение параметра α , при котором сила \vec{F} потенциальна, и найдите выражение для соответствующей потенциальной энергии $U(\rho, \phi)$.
- б) Для значения параметра α из пункта а) найдите работу силы \vec{F} вдоль дуги эллипса

$$\rho^2 = 1 + \cos^2 \phi,$$

от начальной точки, отвечающей углу $\phi = 0$ до конечной точки, отвечающей углу $\phi = \pi/2$.

3. Колесо массы M и радиуса R может без проскальзывания катиться вдоль прямой Ox , оставаясь при движении в плоскости xOy . Масса колеса однородно распределена по его ободу. К оси колеса шарнирно прикреплен жесткий невесомый стержень длины $\ell > R$, на конце которого находится точечное тело массы m . Стержень может свободно вращаться в плоскости колеса вокруг точки крепления к оси (см. рис.). Внешние силы отсутствуют, колесо все время касается прямой Ox .

- а) Составьте лагранжиан этой механической системы и напишите уравнения Эйлера-Лагранжа для ее обобщенных координат.
- б) Выпишите выражения для интегралов движения (сохраняющихся величин) этой системы.

4. Функционал $S[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + xy' - |x - \frac{1}{2}|e^x) dx$ задан на пространстве дважды дифференцируемых функций вещественного аргумента, удовлетворяющих граничным условиям $y(0) = y(1) = 0$.

- а) Найдите явный вид функции $y(x)$, на которой функционал $S[y(x)]$ принимает экстремальное значение.
- б) Какой „закон сохранения“ = „первый интеграл движения“ имеется у этой задачи? Запишите его.

10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1 Базовые учебники

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том1, Механика. М.: Наука, 1988.
2. В.И. Арнольд, Математические методы классической механики, 3-е изд. М., Наука, 1989.
3. Г. Голдстейн. Классическая механика. М.: Наукаб 1975.

10.2 Основная литература

4. Павленко Ю.Г. Лекции по теоретической механике. М.: ФИЗМАТЛИТ 2002, 392с. ISBN_5-9221-0241-9.

10.3 Дополнительная литература



5. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Книга по Требованию, 2012. – 424 с. ISBN 978-5-458-27443-2
6. К. Ланцош. Вариационные принципы механики. Издательство МИР, М. 1965