

**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет Математики

**Программа дисциплины Научно-исследовательский семинар  
«Комбинаторика инвариантов Васильева»**

для направления 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра  
и направления 010100.68 «Математика» подготовки магистра

Автор программы: С.К.Ландо д.ф.-м.н. lando@hse.ru

Рекомендована секцией УМС по математике «\_\_»\_\_\_\_\_ 2012 г.  
Председатель С.М.Хорошкин

Утверждена УС факультета математики «\_\_»\_\_\_\_\_ 2012 г.  
Ученый секретарь Ю.М. Бурман \_\_\_\_\_

Москва, 2012

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра, направления 010100.68 «Математика» подготовки магистра.

Программа разработана в соответствии с:

- ГОС ВПО;
- Образовательными программами: 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра и 010100.68 «Математика» подготовки магистра.
- Рабочими учебными планами университета: по направлению 010100.62 «Математика» подготовки бакалавра и по направлению 010100.68 «Математика» подготовки магистра, специализации Математика, утвержденными в 2011 г.

## 2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Научно-исследовательский семинар «Комбинаторика инвариантов Васильева» являются

- освоение классического раздела математики XIX века
- знакомство с современными подходами и задачами, возникающими в алгебраической геометрии и математической физике

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- уметь производить вычисления в алгебре Хопфа хордовых диаграмм
- уметь сопоставлять инвариантам узлов конечного порядка весовые системы
- знать различные способы построения весовых систем: по графу пересечений, по алгебрам Ли с невырожденной бинвариантной метрикой
- знать доказательство теоремы Васильева--Концевича

## 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу специальных дисциплин и блоку дисциплин по выбору.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- дискретная математика
- алгебра
- топология

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- владеть дифференциальным и интегральным исчислением
- знать примеры алгебр, алгебр Хопфа, градуированных алгебр Хопфа
- владеть понятием гомологий и когомологий и уметь вычислять соответствующие группы для различных пространств
- владеть понятием инварианта



Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- дополнительные главы алгебры
- дополнительные главы топологии

## 5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Алгебра Хопфа хордовых диаграмм			18		
2	Инварианты узлов и хордовые диаграммы			18		
3	Весовые системы			18		
4	Построение весовых систем по графам пересечений хордовых диаграмм			18		
	<b>Итого:</b>	<b>162/288</b>		<b>72</b>		<b>90/216</b>

## 6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 год				Параметры **
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	*	8	8	8	Например: письменная работа 60 минут
Итоговый	Зачет				v	По результатам курсовой работы

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Оценка знаний и навыков студентов производится на основе оценки их умения применять полученные знания и навыки в собственной исследовательской деятельности в процессе выполнения курсовой или выпускной работы.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

## 7 Содержание дисциплины

Содержание дисциплины описано в разделе 5. Список литературы приведен в разделе 11.

## 8 Образовательные технологии

### 8.1 Методические рекомендации преподавателю

Настоящая программа исследовательского семинара является авторской, основана на результатах исследований автора, планирует проведение дальнейших исследований и не предусматривает реализации другими преподавателями.



## 9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 9.1 Тематика заданий текущего контроля

По результатам участия в семинаре студенты пишут курсовые работы, в том числе на следующие темы:

Вычисление размерностей пространств примитивных элементов в различных алгебрах Хопфа, связанных с алгеброй Хопфа хордовых диаграмм.

Построение примеров весовых систем на основе инвариантов графов.

Исследование весовых систем, строящихся по алгебрам Ли, и их связи с инвариантами графов.

### 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Оценка качества освоения дисциплины ведется на основе выполненной курсовой работы.

## 10 Порядок формирования оценок по дисциплине

Оценка за текущий, промежуточный и итоговый контроль выставляется по 10-балльной системе.

Результатирующая оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{текущий}} = n_1 * O_{\text{к/р}} + n_2 * O_{\text{сам. работа}}$$

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, задания для которых выдаются на семинарских занятиях, правильность решения задач на семинаре. Оценки за самостоятельную работу студента преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка -  $O_{\text{сам. работа}}$  определяется перед промежуточным (итоговым) контролем.

Сумма удельных весов должна быть равна единице:  $\sum n_i = 1$  Способ округления накопленной оценки текущего контроля в пользу студента.

Результатирующая оценка за промежуточный (итоговый) контроль складывается из результатов накопленной результирующей оценки за текущий контроль, удельный вес которой составляет  $k_1 = 0,5$  и оценки за экзамен/зачет, удельный вес  $k_2 = 0,5$ .

$$O_{\text{промежуточный/итоговый}} = 0,5 * O_{\text{текущий}} + 0,5 * O_{\text{зачет/экзамен}}$$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме зачета/экзамена в пользу студента.

Студент может получить возможность пересдать низкие результаты за текущий контроль.

В диплом ставится оценка за итоговый контроль, которая является результирующей оценкой по учебной дисциплине.

## 11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 11.1 Базовый учебник

А.К.Звонкин, С.К.Ландо, Графы на поверхностях и их приложения, М., МЦНМО, 2010

### 11.2 Основная литература

S.V.Chmutov, S.V.Duzhin, J.Mostovoy, CDBook, Cambridge University Press 2011



### 11.3 Дополнительная литература

[Bar-Natan, Dror](#) On the Vassiliev knot invariants. *Topology* **34** (1995), no. 2, 423–472

[Vassiliev, V. A.](#) Cohomology of knot spaces. *Theory of singularities and its applications*, 23–69, [Adv. Soviet Math.](#), **1**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1990.

[Kontsevich, Maxim](#) Vassiliev's knot invariants. *I. M. Gelfand Seminar*, 137–150, [Adv. Soviet Math.](#), **16, Part 2**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1993