



**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет физики

**Рабочая программа дисциплины
Линейная алгебра**

для образовательной программы «Физика»
направления подготовки 03.03.02 Физика
уровень высшего образования – бакалавриат

Разработчик(и) программы
Смирнов Е.Ю.

Утверждена Координационным советом факультета физики
«30» июня 2017 г., № протокола 5

Академический руководитель
образовательной программы Трунин М.Р. _____

Москва, 2017

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления подготовки 03.03.02 «Физика» подготовки бакалавров.

Программа учебной дисциплины разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ 03.03.02 «Физика» по подготовки бакалавров;
- Учебным планом университета по образовательной программе 03.03.02 «Физика» подготовки бакалавров, утвержденным в 2017 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

- Формирование компетенций, предусмотренных ФГОС основной образовательной программы и закрепленных в учебном плане за данной дисциплиной;
- формирование у студентов базовых знаний о методах линейной алгебры;
- формирование у студентов знаний по основам современной алгебры и их роли в системе современной науки;
- формирование навыков работы с системами линейных уравнений, матрицами, линейными отображениями;
- получение студентами навыков и умений решать стандартные задачи линейной алгебры;
- формирование у студентов навыков применения методов линейной алгебры в исследовательской деятельности.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код и формулировка компетенции	Уровень формирования	Дескрипторы – основные признаки освоения	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
ПК-1 Способен применять знания и понимания для разработки и организации проектов работ в избранной области	РБ	Знание основных понятий и фактов теоретической части курса	Чтение лекций, проведение устных опросов	Коллоквиум, экзамен.
	СД	Понимание места и роли методов математического анализа в системе современной науки и техники Умение решать стандартные задачи на применение	Чтение лекций, проведение устных опросов. Решение задач на семинарах. Обсуждение различных методов решения практически-ориентированных задач.	Коллоквиум, экзамен, контрольные работы.



		методов математического анализа. Умение выбрать метод для решения задачи.		
ПК-11 Способен гибко адаптироваться к различным профессиональным ситуациям, проявлять творческий подход, инициативу и настойчивость в достижении целей профессиональной деятельности и личных.	РБ	Умение работать на семинарах	Чтение лекций, проведение устных опросов	Коллоквиум, экзамен.

Знания, умения и навыки, формируемые при освоении дисциплины.

В целях формирования указанных компетенций в результате освоения дисциплины обучающийся должен **ЗНАТЬ**

- основные понятия, связанные с векторами, координатами, векторными пространствами, линейными отображениями, квадратичными и билинейными формами, тензорами;
- понятия линейной зависимости/независимости векторов;
- основные свойства векторных пространств, матриц, линейных операторов и их определителей, собственных векторов и собственных значений;

обучающийся должен УМЕТЬ:

- решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений;
- находить базисы подпространств;
- вычислять определители матриц;
- находить собственные векторы и собственные значения линейных операторов;
- приводить квадратичные формы к главным осям.

обучающийся должен **ВЛАДЕТЬ** навыками:

- навыками исследования прикладных задач с помощью методов линейной алгебры;
- навыками применения линейной алгебры в других математических дисциплинах;
- навыками решения систем линейных уравнений, нахождения базисов подпространств, вычисления определителей, собственных векторов и собственных значений операторов;
- навыками работы с пространствами с симметрическим/кососимметрическим скалярным произведением, нахождения метрических характеристик векторов в евклидовом/эрмитовом пространстве.

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к базовой части профессионального цикла дисциплин. В соответствии с рабочим учебным планом по направлению «Физика» дисциплина читается студентам 1 курса бакалавриата в первом семестре.



Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами при освоении школьного курса математики.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

- Математический анализ
- Методы вычислений
- Уравнения математической физики
- и профильных физических дисциплин.

5 Тематический план учебной дисциплины

5.1. Объем и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 152 часа, 4 зачетных единиц. Из них: 64 аудиторных, 32 часа лекций, 32 часа семинаров. Самостоятельной работы – 88 часов.

Контроль: контрольные работы (решения 3-4-х задач на пройденные темы) в течение 1-го и 2-го модулей, устный коллоквиум после 1-го модуля, письменный экзамен после 2-го модуля.

Процедура вывода итоговой оценки следующая: суммарная оценка за семестр складывается из оценки за контрольные работы, устный коллоквиум и собственно экзамен. Каждое из контрольных мероприятий оценивается из 10 баллов.

- Оценка за работу в семестре равна $S=0,25*K1+0,25*K2+0,5*C$, где $K1$, $K2$, $K3$ – оценки за контрольные работы и коллоквиум соответственно. Итоговая оценка равна полусумме оценки за работу в семестре и за экзамен. Студенты, получившие за работу в семестре оценку “отлично” (8, 9 или 10 баллов), имеют право не писать экзамен и зачесть себе эту оценку в качестве итоговой.

5.2. Тематический план с указанием трудоемкости по разделам

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	
1.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	10	2	2	6
2.	Векторное пространство, базис и размерность. Векторные подпространства, свойства подпространств. Сопряженное пространство.	10	2	2	6
3.	Линейные отображения. Матрицы линейных отображений. Композиция линейных отображений и произведение матриц. Ядро и образ линейного отображения. Сопряженное отображение.	10	2	2	6
4.	Линейные операторы. Определитель линейного оператора. Определитель композиции операторов.	10	2	2	6
5.	Скалярное произведение. Ортогонализация Грама-Шмидта.	10	2	2	6
6.	Билинейные и квадратичные формы. Диагонализуемость. Методы Лагранжа и Якоби. Индекс инерции квадратичной формы, критерий Сильвестра.	10	2	2	6



7.	Евклидово и эрмитово пространство. Метрическая геометрия. Псевдоевклидово пространство.	12	2	2	8
8.	Векторное пространство с оператором. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Диагонализуемость.	16	4	4	8
9.	Корневые векторы. Разложение пространства с оператором в прямую сумму корневых подпространств. Нильпотентные операторы. Жорданова нормальная форма.	16	4	4	8
10.	Евклидово и эрмитово пространство с оператором. Симметрические/ эрмитовы, кососимметрические/ косоэрмитовы, ортогональные/ унитарные операторы. Собственные значения, диагонализуемость. Линейные операторы и билинейные функции в пространстве со скалярным произведением.	18	4	4	10
11.	Алгебра кватернионов. Эпиморфизм $SU(2) \rightarrow SO(3)$.	16	4	4	8
12.	Тензоры. Примеры. Двойственность и свертки. Симметрические и кососимметрические тензоры.	14	2	2	10
	Итого:	152	32	32	88

6 Формы контроля знаний студентов:

Тип контроля	Форма контроля	Параметры
Текущий контроль семестр	Контрольная работа	Письменная работа 80 мин. Проводится в течение последних 2 недель первого модуля.
Итоговый 1 семестр	Экзамен	Письменный экзамен: письменная работа на 180 минут.

7 Критерии оценки знаний, навыков

Оценки по всем формам контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Оценка контрольной работы и экзамена:

Производится одним из следующих способов:

1 способ оценивания

За каждую задачу в задании назначается определенное количество баллов (в сумме 10), эти баллы сообщаются при раздаче задач. При оценивании суммируются баллы за верно решенные задачи. За задачи, решенные с недочетами в обоснованиях или незначительными ошибками, может быть начислено уменьшенное количество баллов.

2 способ

8-10 решены верно все задачи (возможны небольшие недочеты в обоснованиях или вычислениях, чем и обусловлено различие в начисляемых баллах);

6-7 решены верно не менее $2/3$ всех задач;

4-5 решены верно не менее половины всех задач.

Итоговая оценка за семестр (промежуточная аттестация)



равна полусумме оценок за работу в семестре и на экзамене, причем в случае нецелого среднего округление производится до следующего целого числа в большую сторону. Если оценка за работу в семестре равна 8, 9 или 10, студент имеет право зачесть ее себе в качестве итоговой («автомат»).

Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенции сформированы (в части связанной с применением методов математического анализа), если обучающийся получил положительные (не ниже 4 баллов по 10-балльной шкале) оценки за все три семестра.

8 Содержание дисциплины

8.1. Содержание лекций и семинаров

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2. Векторное пространство, базис и размерность. Векторные подпространства, свойства подпространств. Сопряженное пространство.
3. Линейные отображения. Матрицы линейных отображений. Композиция линейных отображений и произведение матриц. Ядро и образ линейного отображения. Сопряженное отображение.
4. Линейные операторы. Определитель линейного оператора. Определитель композиции операторов.
5. Скалярное произведение. Ортогонализация Грама-Шмидта.
6. Билинейные и квадратичные формы. Диагонализуемость. Методы Лагранжа и Якоби. Индекс инерции квадратичной формы, критерий Сильвестра.
7. Евклидово и эрмитово пространство. Метрическая геометрия. Псевдоевклидово пространство, пространство Минковского.
8. Векторное пространство с оператором. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Диагонализуемость.
9. Евклидово и эрмитово пространство с оператором. Симметрические, кососимметрические, ортогональные, эрмитовы, косоэрмитовы, унитарные операторы. Собственные значения, диагонализуемость. Линейные операторы и билинейные функции в пространстве со скалярным произведением.
10. (*) Корневые векторы. Разложение пространства с оператором в прямую сумму корневых подпространств. Нильпотентные операторы. Жорданова нормальная форма
11. Группы. Действие группы на множестве. Примеры: простейшие конечные группы, группы отражений, кристаллографические группы. Гомоморфизмы групп. (*) Понятие о группе Ли, примеры. (*) Алгебра кватернионов. Эпиморфизм $SU(2) \rightarrow SO(3)$.
12. Тензоры. Примеры. Двойственность и свертки. Симметрические и кососимметрические тензоры.

Темы, отмеченные знаком (*), являются дополнительными.

9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

Найдите базис ядра линейного отображения, заданного матрицей:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & 5 & -4 & 2 \\ 2 & 4 & -6 & 3 \\ 11 & 17 & -8 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 6 & 9 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Перемножьте матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^n; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n.$$

Список вопросов для устного экзамена:

- Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
- Жорданова нормальная форма
- Евклидово и эрмитово пространство с оператором
- Собственные значения, диагонализуемость, и билинейные функции в пространстве со скалярным произведением

10 Образовательные технологии

Чтение лекций сопровождается интерактивными формами работы: студентам предлагаются вопросы и задачи, которые разбираются тут же или на следующей лекции.

Проведение устных опросов на семинарах по пройденному теоретическому материалу.
 Решение задач на семинарах.

Дискуссии по различным вопросам, связанным с выбором методов решения задач.

11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

11.1 Базовые учебники

[1] Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. 5-е изд., М.: Добросвет, 1998 (или любое другое издание).

[2] Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2011

11.2 Основная литература

[3] Кострикин А. И. (ред.). Сборник задач по алгебре. М.: МЦНМО, 2009.



11.3 Дополнительная литература

- [4] Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть II: линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2009.
- [5] Проскуряков И. В.. Сборник задач по линейной алгебре. СПб: Лань, 2010.
- [6] Кострикин А. И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1986.
- [7] Городенцев А. Л. Алгебра. Учебник для студентов-математиков. М.: МЦНМО, 2015

11.4 Программные средства

Непосредственно для обучения программные средства не используются. Студент может использовать различные программные средства для работы с электронными версиями базового учебника и основной литературы, а также для дистанционной поддержки обучения.

Acrobat Reader или другие программы, предназначенные для просмотра файлов.

LMS, которую можно при необходимости заменить на рассылку по электронной почте соответствующих материалов через старосту группы или раздачу материалов в печатном виде.

11.6 Дистанционная поддержка дисциплины

Дистанционная поддержка дисциплины обеспечивается использованием LMS. В разделе дисциплины размещаются дополнительные материалы, связанные с лекциями, практическими занятиями, материалы для самоподготовки, проекты, оценки текущего и итогового контроля.

12 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная доской, мелом.

Принтер и бумага для распечатки материалов к лекциям и семинарам.