



**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Московский институт электроники и математики
Департамент прикладной математики

**Рабочая программа дисциплины
Дискретная математика**

для образовательной программы «Прикладная математика»
направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»
уровень « бакалавр»

Разработчик программы: Лившиц М.И., канд. физ.-мат. наук, доцент, mlivshits@hse.ru

Одобрена на заседании департамента прикладной математики
«__»_____ 2017 г.

Руководитель департамента А. В. Белов _____ [подпись]

Рекомендована Академическим советом образовательной программы
«__»_____ 2017 г., № протокола _____

Утверждена «__»_____ 2017 г.

Академический руководитель образовательной программы
Е.А. Буровский _____ [подпись]

Москва, 2017

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 01.03.04 Прикладная математика подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Дискретная математика».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом ФГОС ВПО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».
- Рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются:

- Знакомство с основными понятиями дискретной математики, используемыми в других математических дисциплинах и многих естественнонаучных дисциплинах;
- развитие навыков комбинаторного мышления при построении различных конфигураций и подсчёта их количества;
- овладение методами расчёта дискретных систем, необходимыми в дальнейшей профессиональной деятельности;
- развитие навыков описания дискретных объектов с использованием понятий теории графов;
- обучение методам расчёта систем, представленных графическим образом.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать базовые понятия дисциплины
- Уметь решать стандартные задачи, относящиеся к темам дисциплины
- Иметь навыки, позволяющие применять математический аппарат дисциплины в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции (Протокол Учёного Совета от 26.12.2014 № 10):

- Способность учиться, приобретать новые знания, умения (УК-1);
- Способность решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза (УК-3);
- Способность работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников (УК-5);
- Способность работы в команде (УК-7);
- Способность проводить организационно-управленческие расчеты в проектной практике, используя методику календарно-сетевое планирования (ПК-7);
- Способность придерживаться правовых и этических норм в профессиональной деятельности



(ПК-19);

Способность к социальному взаимодействию, к сотрудничеству и разрешению конфликтов (ПК-20).

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к базовому блоку профессионального цикла дисциплин, обеспечивающих подготовку бакалавра по направлению 010400 – прикладная математика и информатика.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- Алгебра и геометрия, Математический анализ.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Теория вероятностей, Математическая статистика, Математическая логика и теория алгоритмов, Исследование операций и другие.

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Принципы перечисления	19	5	5		9
2	Полиномиальные коэффициенты	13	3	3		7
3	Принцип включения и исключения	14	3	3		8
4	Производящие функции	19	5	5		9
5	Разбиения	10	2	2		6
6	Основные характеристики графов	10	2	2		6
7	Эйлеровы и гамильтоновы графы	12	3	3		6
8	Деревья	8	2	2		4
9	Планарные графы	16	4	4		8
10	Раскраска графов	14	3	3		8
11	Потоки в сетях	17	4	4		9
	ИТОГО	152	36	36		80



6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля			Параметры
		1	2	
Текущий (неделя)	Контрольная работа	6		Письменная работа 80 минут
	Домашнее задание		6	Письменная работа
Итоговый	Экзамен		*	Устный

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

На контрольной работе студент должен продемонстрировать умение применять математический аппарат к решению конкретных задач.

В домашней работе студент должен самостоятельно применить изученные методы к решению поставленных задач и приготовить отчет по результатам выполненной работы.

На экзамене студент должен продемонстрировать знание основных понятий и их логических связей, умение применять различные методы к решению задач курса.

Не допускается подведение итогов промежуточной аттестации по Дисциплине только на основании результатов текущего контроля без проведения аттестационного испытания в форме экзамена, предусмотренного программой. «Полученная на экзамене» оценка – оценка, выставленная преподавателем после выполнения принятой процедуры экзамена.

Должностным лицам не предоставляется право считать оценку «0», используемую на экзамене в особо оговоренных случаях, оценкой, «полученной на экзамене».

Наличие неудовлетворительной оценки по итогам оценивания промежуточных результатов обучения не является основанием для недопуска студента к следующему оцениванию промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине.

Неудовлетворенность студента полученной оценкой не может быть основанием для апелляции.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях: активность студентов в дискуссиях, правильность решения задач на семинаре. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем – *Оаудиторная*.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, задания для которых выдаются на семинарских занятиях. Оценки за самостоятельную работу студента преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед промежуточным или итоговым контролем – *Осам. работа*.



Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 0,6 * O_{\text{текущий}} + 0,2 * O_{\text{ауд}} + 0,2 * O_{\text{сам. работа}} .$$

где $O_{\text{текущий}}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП

$$O_{\text{текущий}} = O_{\text{к/р}} .$$

Способ округления накопленной оценки текущего контроля: в пользу студента.
Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{результ}} = 0,5 * O_{\text{накопл}} + 0,5 * O_{\text{зач}} .$$

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме зачета: в пользу студента.

7 Содержание дисциплины

Раздел 1 Принципы пересчета и перечисления (10 часов)

Основные теоретико-множественные понятия. Правила суммы и произведения. Сочетания и перестановки с повторениями и без повторений. Перестановки данного состава. Размещения по ячейкам.

Самостоятельная работа - 9 часа

Раздел 2 Полиномиальные коэффициенты (6 часов)

Биномиальная и полиномиальная формулы. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Тождества, содержащие биномиальные коэффициенты.

Самостоятельная работа - 7 часа

Раздел 3 Принцип включения и исключения (6 часов)

Формула включения и исключения и её применение к конкретным задачам комбинаторики. Задачи о числе беспорядков и о числе сюръективных отображений.

Самостоятельная работа - 8 часа

Раздел 4 Производящие функции (10 часов)

Понятие производящей функции числовой последовательности. Производящие функции стандартных последовательностей. Линейные рекуррентные соотношения и их решение методом производящих функций.

Самостоятельная работа - 9 часов

Раздел 5 Разбиения (4 часа)

Упорядоченные и неупорядоченные разбиения и их производящие функции.

Самостоятельная работа - 6 часа

Раздел 6 Основные характеристики графов (4 часов)

Матрица смежности. Изоморфизм графов. Подсчёт числа путей графа данной длины. Кратчайшие пути.

Самостоятельная работа - 6 часа

Раздел 7 Эйлеровы и гамильтоновы графы (6 часов)

Условие существования эйлера цикла. Теорема Дирака о гамильтоновых графах.

Самостоятельная работа - 6 часа

Раздел 8 Деревья (4 часов)



Основные свойства деревьев. Основные деревья. Построение минимального остовного дерева.

Самостоятельная работа - 4 часа

Раздел 9 Планарные графы (8 часов)

Понятие грани графа и плоского графа. Критерий Понтрягина-Куратовского. Теорема Эйлера. Понятие рода графа. Эйлера характеристика поверхности.

Самостоятельная работа - 8 часа

Раздел 10 Раскраска графов (6 часов)

Хроматическое число графа. Построение хроматического многочлена.

Самостоятельная работа - 8 часа

Раздел 11 Сети и потоки (8 часов)

Понятие сети и потока. Алгоритм Форда-Фалкерсона для нахождения максимального потока.

Объем самостоятельной работы - 9 часа

8 Образовательные технологии

При реализации различных видов учебной работы используются активные и интерактивные формы проведения занятий - разбор практических задач, обсуждение основных понятий, теорем и алгоритмов решений задач дисциплины в их взаимосвязях; указание на связи с другими математическими дисциплинами.

9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Примерные задания контрольных работ:

Работа 1 по теме «Комбинаторика».

1. Сколько существует 8-разрядных десятичных чисел, в каждом из которых цифра 3 встречается ровно 5 раз?
2. Сколькими способами можно разделить 7 одинаковых яблок и 6 одинаковых груш между тремя детьми?
3. Сколько различных «слов» можно получить, переставляя буквы слова «колокольня»?
4. Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды 52 карт таким образом, чтобы среди них были карты всех четырех мастей?
5. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по четыре человека, если в каждую команду должен входить хотя бы один юноша?
6. В лифте поднимаются 6 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырех этажах так, чтобы на каждом этаже выходил по крайней мере один человек?
7. Сколько можно построить треугольников вершинами, расположенными в вершинах данного семиугольника и со сторонами, не совпадающими со сторонами этого семиугольника?
8. В многочлене $(1 + 3x - 2x^4)^6$ найти коэффициент при x^{13} .
9. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1300 и не делящихся ни на одно из чисел 5, 6 и 7.



10. Найти последовательность $\{a_n\}$ и её производящую функцию, если $a_1=0$, $a_2=-1$, $a_3=0$ и

$$a_{n+3} + 3a_{n+2} + 3a_{n+1} + a_n = 0.$$

11. Найти число целых неотрицательных решений уравнения

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7.$$

Работа 2 по теме «Теория графов».

Граф G задан матрицей смежности A

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	1	1	1	0	0	0
v_2	1	0	1	1	1	0	0
v_3	1	1	0	1	0	0	1
v_4	1	1	1	0	1	1	1
v_5	0	1	0	1	0	1	1
v_6	0	0	0	1	1	0	1
v_7	0	0	1	1	1	1	0

1. Будет ли данный граф G эйлеровым или полуэйлеровым? При утвердительном ответе построить эйлеров цикл (или путь).
2. Найти число путей графа G длины 3 от вершины v_1 к вершине v_4 .
3. Найти кратчайший путь графа G от вершины v_1 к вершине v_6 .
4. Исследовать граф G на планарность. Найти род графа G и эйлерову характеристику поверхности, на которую укладывается граф G .

9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов по курсу:

1. Привести примеры применения правил суммы и произведения.
2. Дать определение сочетаний и перестановок. Вывести формулы для их числа.
3. Примеры пересчета множества размещений. Разбиения данного состава и перестановки данного состава
4. Дать определение сочетаний и перестановок с повторениями. Вывести формулу для их числа.
5. Вывести формулу бинома Ньютона. Указать свойства биномиальных коэффициентов.



6. Вывести формулу для числа подмножеств конечного множества.
7. Выписать формулу включения и исключения. Привести примеры ее применения.
8. Рассказать о решении задачи о беспорядках и задачи о числе сюръективных отображений.
9. Дать определение производящей функции. Обосновать вид производящей функции геометрической прогрессии и производящих функций последовательности числа сочетаний и последовательности числа сочетаний с повторениями для выборок из данного множества.
10. Обосновать вид производящей функции для последовательности, удовлетворяющей линейному рекуррентному соотношению.
11. Указать способ получения формулы для членов рекуррентной последовательности. Вывести формулу общего члена последовательности Фибоначчи.
12. Дать определение упорядоченного и неупорядоченного разбиения натурального числа. Указать формулу для производящей функции числа неупорядоченных разбиений.
13. Определить матрицу смежности графа. Изоморфизм графов. Изложить способ подсчета числа путей заданной длины для графа.
14. Изложить алгоритм нахождения кратчайшего пути между двумя вершинами графа.
15. Дать определение эйлерова цикла. Сформулировать критерий для эйлерова графа.
16. Дать определение гамильтонова графа. Сформулировать теорему Дирака о гамильтоновых графах.
17. Дать определение грани плоского графа. Сформулировать теорему Эйлера о числе вершин, ребер и граней связного плоского графа.
18. Указать неравенства для числа ребер и числа вершин связного плоского графа. Доказать, что графы K_5 и $K_{3,3}$ не являются планарными.
19. Дать определение гомеоморфного графа. Сформулировать критерий Понтрягина-Куратовского. Привести пример.
20. Дать определения рода поверхности и рода графа. Дать определение эйлеровой характеристики поверхности. Найти род и эйлерову характеристику графов K_5 и $K_{3,3}$.
21. Дать определение хроматического числа графа. Записать вид хроматического многочлена графа.
22. Дать определение сети и ее параметров. Сформулировать теорему Форда-Фалкерсона.
23. Изложить алгоритм нахождения максимального потока и минимального разреза в сети.

10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1 Базовые учебники

Д. А. Андерсон. Дискретная математика и комбинаторика. М.: «Вильямс», 2003.

10.2 Основная литература

- 1 Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: «Физматлит», 2005.
- 2 Ю. Ю. Кочетков. Комбинаторика и теория графов. Учебное пособие. М.: МИЭМ, 2009.
- 3 О. Оре. Теория графов. М.: «Наука», 1980, 2009.

10.3 Дополнительная литература

- 1 Горбатов В.А. Фундаментальные основы дискретной математики. М.: Наука. «Физматлит», 2000.
- 2 Н. Я. Виленкин et al. Комбинаторика. М.: «Фима», МЦНМО, 2010.
- 3 Р. Уилсон. Введение в теорию графов. М.: «Мир», 2000.



4. **Кофман А.** Введение в прикладную комбинаторику. М.: Наука, 1975.