



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Программа дисциплины «Высшая математика»
для направления 41.03.03 «Востоковедение и африканистика» подготовки бакалавра
факультета мировой экономики и мировой политики

Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет мировой экономики и мировой политики

Программа дисциплины

Высшая математика

**для образовательной программы 41.03.03
направления подготовки «Востоковедение и африканистика» бакалавров**

Автор программы: Хабина Э.Л., канд. пед. наук, доцент, khabina@hse.ru

Утверждена на заседании департамента математики на факультете экономических наук
29.08.2017 г.

Рук. департамента

Алескеров Ф.Т.

Утверждена Академическим советом образовательной программы

«__» _____ 201__ г., № протокола _____

Академический руководитель образовательной программы _____

Москва, 2017

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины «Высшая математика» для студентов, обучающихся по направлению 41.03.03 «Востоковедение и африканистика», устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов.

Программа разработана в соответствии с:

- образовательным стандартом Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» по направлению 41.03.03 «Востоковедение и африканистика», утвержденным Ученым советом НИУ ВШЭ, уровень подготовки: бакалавр;
- образовательной программой 41.03.03, направление «Востоковедение и африканистика» подготовки бакалавра;
- рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 41.03.03 «Востоковедение и африканистика», утвержденным в 2017 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

- овладение основными методами математического анализа, элементами аналитической геометрии и алгебры;
- развитие логического мышления и формирование навыков работы с абстрактными понятиями высшей математики;
- умение использовать методы высшей математики при постановке и решении прикладных задач, качественно интерпретировать полученные количественные результаты;
- понимание роли математических знаний в подготовке бакалавра по данному направлению.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студенты должны:

- знать формулировки основных понятий и теорем высшей математики, необходимых для дальнейшего обучения по дисциплинам, предусмотренным базовым и рабочим учебными планами;
- уметь интерпретировать основные понятия высшей математики на простых модельных примерах, применять методы дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах;
- владеть навыками применения современного инструментария дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах.



Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Универсальная	УК-1 (СК-Б1)	РБ	Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-3 (СК-Б4)	РБ	Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-5 (СК-Б6)	РБ, СД	Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-6 (СК-Б7)	РБ, СД	Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Профессиональная	ПК-1	СД	Способен осуществлять качественный и количественный анализ явлений и процессов в профессиональной сфере на основе системного подхода	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Профессиональная	ПК-2	СД	Способен составлять научно-аналитические отчеты, обзоры, презентации, информационные справки и пояснительные записки в сфере профессиональных обязанностей	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Высшая математика» относится к циклу дисциплин Б.ПР.ВП., вариативной его части. Курс предназначен для студентов по направлению 41.03.03 «Востоковедение и африканистика», образовательная программа «Востоковедение» подготовки бакалавра, читается в третьем и четвертом модулях второго курса. От слушателей не требуется никаких



предварительных знаний сверх программы средней школы. Программа соответствует требованиям ОС НИУ ВШЭ. Программа предусматривает чтение лекций (32 часа) и проведение семинарских занятий (30 часов). Программой предусмотрена самостоятельная работа студента в объеме 90 часов, включающая в себя изучение теоретического материала, подготовку к семинарским занятиям, подготовку к промежуточным проверочным работам, к письменной аудиторной контрольной работе и к заключительному экзамену по данной дисциплине.

Изучение данной дисциплины базируется на курсе математики в объеме средней школы.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- знаниями основных понятий и теорем математики в объеме средней школы;
- навыками решения типовых задач математики в объеме средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- экономическая теория;
- основы микроэкономики.

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практич. занятия	
	Раздел I. Элементы аналитической геометрии и линейной алгебры	26	6	6	14	
1.	Уравнение прямой на плоскости как график линейной функции	9	2	2	5	
2.	Матрицы и определители	9	2	2	5	
3.	Системы линейных уравнений	8	2	2	4	
	Раздел II. Введение в анализ	22	6	4	12	
4.	Функции и графики в экономическом моделировании	13	4	2	7	
5.	Предел и непрерывность функции	9	2	2	5	
	Раздел III. Дифференциальное исчисление	76	12	14	50	
6.	Производная функции и ее применение в экономике	24	4	4	16	
7.	Приложения производной	24	4	4	16	
8.	Функции нескольких переменных	28	4	6	18	
	Раздел V. Интегральное исчисление	28	8	6	14	
9.	Первообразная функции. Неопределенный интеграл	11	3	2	6	
10.	Определенный интеграл	17	5	4	8	
	Итого	152	32	30	0	
				0	90	



6 Формы контроля знаний студентов

Тип контро-ля	Форма контроля	2 год				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий	Проверочные работы			*	*	Проведение проверочных работ для контроля усвоения текущего учебного материала
	Контрольная работа				*	Письменная аудиторная контрольная работа 80 минут
Итоговый	Экзамен				*	Письменная экзаменационная работа 80 минут

7 Критерии оценки знаний, навыков

Контроль знаний осуществляется в формах текущего и итогового контроля. Текущий контроль включает проведение проверочных работ в третьем и четвертом модуле, а также письменной аудиторной контрольной работы продолжительностью 80 минут. Итоговый контроль осуществляется в форме письменной экзаменационной работы продолжительностью 80 минут.

Для прохождения контроля студент должен продемонстрировать знания основных определений и формулировок теорем; умение решать стандартные задачи, аналогичные решаемым на семинарских занятиях. Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

7.1 Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая оценка за курс выставляется по следующей формуле:

$$O_{тек.} = 0,3 \cdot O_{сем.} + 0,7 \cdot O_{кр.}$$

$$O_{итог} = 0,4 \cdot O_{тек.} + 0,6 \cdot O_{экзамен.}$$

Здесь *O_{сем.}* – оценка, полученная студентом по результатам проверочных работ, вычисленная как равномерно взвешенная сумма оценок за все проведенные проверочные работы и округленная по арифметическим правилам; *O_{кр.}* – оценка, полученная студентом за письменную аудиторную контрольную работу; *O_{экзамен.}* – оценка, полученная студентом за экзаменационную работу. Округление оценки итогового контроля производится по арифметическим правилам.

Перевод в 5-балльную шкалу осуществляется по правилу:

Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0	неудовлетворительно
1	
2	
3	
4	удовлетворительно



5	
6	хорошо
7	
8	отлично
9	
10	

8 Содержание дисциплины

РАЗДЕЛ I. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Тема 1. Линейные функции спроса и предложения и их графики. Уравнение прямой на плоскости. ([1], гл.4)

Прямая как график линейной функции спроса и линейной функции предложения. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых.

Тема 2. Матрицы и определители. ([1], гл.1)

Основные сведения о матрицах. Применение матриц для записи экономических зависимостей. Операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матрицы.

Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков: методы вычисления и простейшие свойства.

Тема 3. Системы линейных уравнений. ([1], гл.2)

Системы линейных уравнений. Основные методы решения. Равновесная цена как решение системы линейных уравнений, задающих спрос и предложение.

РАЗДЕЛ II. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тема 4. Функции и графики в экономическом моделировании. ([1], гл.5)

Функции и графики в экономическом моделировании: примеры функций издержек, выручки, прибыли, полезности.

Способы задания функции действительного аргумента. Область определения и множество значений функции. График функции. Элементарные функции и их графики. Обратная функция. Сложная функция.

Тема 5. Предел и непрерывность функции. ([1], гл.6)

Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах функций. Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы.

Непрерывные функции. Теоремы о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность функции; наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.

РАЗДЕЛ III. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Тема 6. Производная функции и ее применение в экономике. ([1], гл. 7)

Понятие производной. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Эластичность функции.



Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Правила дифференцирования.

Производные элементарных функций. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства.

Тема 7. Приложения производной. ([1], гл. 8)

Теорема Ферма (необходимый признак экстремума). Интервалы монотонности и точки экстремума функции. Задачи поиска экстремумов в экономическом анализе: нахождение минимальных издержек, максимума прибыли и т.д. Интервалы выпуклости функции. Точки перегиба графика функции.

Асимптоты. Исследование функции и построение эскиза ее графика.

Тема 8. Функции нескольких переменных. ([1], гл. 15)

Понятие о функции нескольких переменных и ее линиях уровня. Функция полезности и производственная функция как примеры функций нескольких переменных. Изокванты и изокосты как линии уровня производственной функции и функции издержек соответственно. Частные производные и полный дифференциал функции двух переменных. Градиент, его свойства.

Задачи поиска экстремумов функций двух переменных в экономическом анализе: нахождение максимальной полезности, максимума прибыли и т.д. Необходимое условие экстремума. Производные высших порядков. Достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения на замкнутом ограниченном множестве. Понятие условного экстремума.

РАЗДЕЛ IV. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Тема 9. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. ([1], гл. 10)

Нахождение функции издержек по известной функции предельных издержек. Понятие первообразной функции. Теорема об общем виде всех первообразных данной функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Интегрирование некоторых классов элементарных функций.

Тема 10. Определенный интеграл. ([1], гл. 11)

Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла, площадь криволинейной трапеции. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур. Понятие несобственного интеграла.

9 Образовательные технологии

На лекционных занятиях предполагается использование мультимедийного оборудования. На семинарских занятиях, по усмотрению преподавателя, проводящего семинарские занятия, допускается решение задач с обращением к информационно-коммуникативным технологиям обучения. Часть предложенной в программе учебной литературы может использоваться в электронном виде.



10 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

10.1 Примеры заданий текущего и итогового контроля

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-4, 2)$ и $B(3, -1)$.
2. Среди прямых $3x - 2y + 7 = 0$, $6x - 4y - 9 = 0$, $6x + 4y - 5 = 0$, $2x + 3y - 6 = 0$ укажите параллельные и перпендикулярные.
3. Заданы прямая l и точка M .
 - 1) Вычислите расстояние d от точки M до прямой l ;
 - 2) напишите уравнение прямой l' , проходящей через точку M параллельно прямой l .
- а) $l: -2x + y - 1 = 0$, $M(-1, 2)$;
- б) $l: 2y + 1 = 0$, $M(1, 0)$;
- в) $l: x + y + 1 = 0$, $M(0, -1)$.
4. Функции спроса и предложения имеют вид $Q_D = 75 - 3P$ и $Q_S = 10 + 0,5P$, соответственно.
 - а) Постройте кривую спроса и кривую предложения? Что можно сказать о их взаимном расположении?
 - б) Используя построенные кривые, найдите равновесную цену.
5. Общие издержки производства x единиц некоторого товара описываются линейной функцией. Наблюдения показали, что в одном случае 100 единиц товара были произведены с затратами в \$200, а в другом случае издержки производства 150 единиц продукции составили \$275. Найдите функцию общих издержек этого производства и постройте ее график.

6. Пусть $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$.

Найдите:

- а) $D = A + B$; б) $F = B + C$; в) $H = A \cdot B$; г) $M = A \cdot B \cdot C$; д) $K = 3A + B + C$; е) $\det(D)$;
 - ж) $\det(K)$.
7. Найдите D^T , если:

$$D = A + C - 2B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \\ -5 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 8 \\ -3 & -6 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Вычислите произведения $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

9. Вычислите определители следующих матриц:

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Решите следующие системы линейных уравнений графически и аналитически:

а) $\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - 2y = 2, \\ x - y = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 4y = 1, \\ 6x + 8y = 6. \end{cases}$



11. Пусть функция предложения зерна на рынке имеет вид $Q = P - 125$, а функция спроса - $Q = 675 - P$. P - цена в рублях за 1 тонну, а Q - объем зерна в тоннах. Вычислите равновесную цену и равновесный объем. При цене 500 руб. за тонну на рынке будет дефицит зерна или его избыток? А при цене 200 руб. за тонну?

12. Функция спроса на хлеб имеет вид:

$$Q = 100 + 0,5I - 30P_1 + 20P_2, \text{ где } Q - \text{годовая величина спроса; } I - \text{доход; } P_1 - \text{цена хлеба; } P_2 - \text{цена макарон.}$$

Найдите:

а) функцию годового спроса на хлеб при доходе 10 тыс. руб. в месяц и цене макарон 250 руб. за 1 кг;

б) цену, при которой спрос на хлеб будет равен нулю.

Постройте кривую спроса на хлеб при заданных условиях.

13. Найдите область определения и множество значений функции:

1) Фирма «Прогресс», выпускающая компьютерную технику, провела опрос ведущих продавцов своей продукции и получила следующие сведения о спросе Q на свою продукцию в зависимости от цены P :

P , тыс. руб.	17	18	19	20	21
Q , тыс. шт.	26	24	19	14	7

2) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$; 3) $f(x) = \sqrt{x - 5} + \sqrt{2 - x}$; 4) $f(x) = 5 + 4x - x^2$;

5) $f(x) = \log_{0,5}(x - 2)$; 6) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } 0 \leq x < 3 \\ x^2 + 10x - 16, & \text{если } 3 \leq x \leq 8 \end{cases}$.

14. Найдите композиции $f \circ g$ и $g \circ f$ следующих функций:

1) $f(x) = 1 - x$, $g(x) = x^2$; 2) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$.

15. Постройте графики функций:

1) $y = x^2 - 5x + 6$; 2) $y = (x - 5)^2 - 5(x - 5) + 6$; 3) $y = \sqrt{x - 2}$; 4) $y = 3^{x+2}$; 5) $y = \log_2(x - 1)$.

16. Постройте график таблично заданной функции:

Цена номера журнала, руб.	10	12,5	15	20	25	30	45	60
Кол-во проданных за день номеров журнала, тыс. шт.	7	6,5	6	5	4	2,5	1,5	0,5

17. Найдите пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x^2$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^5}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$;

9) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$, если: а) $x_0 = -1$; б) $x_0 = 2$; в) $x_0 = \infty$;

10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x - x}}{x - 2}$; 11) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{5x - x}}$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 3} - \sqrt{x})$; 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{8x}$;

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$; 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$; 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.



18. Найдите производные функций:

а) $y = 2x^7 - 5x^2 + 2\sqrt{x} + 1$;

б) $y = 3x^4 - \frac{2}{x}$;

в) $y = 3x^4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$;

г) $y = (x^2 - 3x + 1) \cdot 2^x$;

д) $y = x^2 \ln x$;

е) $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+9}}$;

ж) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$;

з) $y = 3^{2x} \cdot \ln x$;

и) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 3})$;

к) $y = \left(x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5\right)^4$;

л) $y = x^2 \sin x$;

м) $y = \sin 2x - \cos^2 x$.

19. Найдите y' и y'' для функций:

а) $y = 5x^4 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 7^x$;

б) $y = \frac{3x-11}{\ln x}$;

в) $y = \operatorname{tg} x$.

20. Определите знак y' и знак y'' для функции $y=f(x)$ в точках x_1 и x_2 , если:

а) $y = x^2 + 13x$, $x_1=0$, $x_2=-1$;

б) $y = \ln(\ln x)$, $x_1=2$, $x_2=e$.

21. Средние издержки имеют вид $AC(Q) = Q^2 + 4Q + 1$. Найдите функцию издержек и предельные издержки при $Q = 1$.

22. Объем выпущенной заводом продукции Q и выручка R , полученная от ее реализации, связаны следующей зависимостью:

$$R(Q) = 10Q + \frac{3}{2}Q^2 - \frac{1}{15}Q^3.$$

Найдите предельную выручку и постройте ее график. Пользуясь этим графиком, определите, при каком объеме производства выручка максимальна (минимальна). Чему равна при этом предельная выручка?

23. Спрос D и предложение S изменяются по следующим законам:

$$D = \frac{100}{2P+1}, \quad S = \frac{P^2}{2P+1}.$$



Найдите цену, при которой спрос совпадает с предложением (цену равновесия). Рассчитайте эластичность спроса при этой цене.

24. Найдите пределы, применяя для раскрытия неопределенностей правило Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - 4x^2 + 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 9x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$;

е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x^2}$;

ж) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}$;

з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1/x}$;

и) $\lim_{x \rightarrow \infty} (xe^{-x})$;

к) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$.

25. Исследуйте функции и постройте их графики:

а) $y = x^3 - 2x + 1$;

б) $y = \frac{x^2 - 4}{2x}$;

в) $y = x\sqrt{1-x}$;

г) $y = \frac{2x}{\ln x}$;

д) $y = e^{2x-x^2}$.

26. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = x + 2\sqrt{-x}$ на отрезке $[-4; 0]$.

27. Функция суточного спроса Q на газету «Звезда Востока» (дес. тыс. шт.) в зависимости от цены P за один экземпляр (руб.) имеет вид $Q = 3 - \sqrt{P}$. При какой цене за экземпляр газеты совокупная выручка будет максимальной?

Указание: совокупная выручка TR (total revenue) определяется из соотношения $TR = Q \cdot P$, где Q (quantity) – количество реализованных экземпляров газеты (дес. тыс. шт.), P (price) – цена за один экземпляр (руб.).

28. ОАО «Новости» работает на конкурентном рынке газетно-журнальной продукции и занимается выпуском общественно-политического еженедельника «Новости Юго-Восточной



Азии». Функция издержек выпуска еженедельника имеет вид $C(Q) = \frac{5}{3}Q^3 - \frac{5}{2}Q^2$ (млн. руб.),

где Q – количество экземпляров (млн. шт.). Известно, что рыночная цена на данный вид печатной продукции установилась на уровне 10 руб. за один экземпляр, а также, что производственные мощности акционерного общества позволяют выпускать не более 2,5 млн. экземпляров еженедельно. Какой тираж еженедельника позволит открытому акционерному обществу «Новости» получать максимальную прибыль?

Указание: прибыль Π (profit) определяется как разность между совокупной выручкой TR , полученной от реализации Q единиц продукции и общими издержками C (costs), связанными с затратами на ее производство и реализацию. Таким образом, $\Pi(Q) = TR(Q) - C(Q) = P \cdot Q - C(Q)$.

29. Вычислите частные производные первого порядка и второго порядка в точке $(x_0; y_0)$:

а) $z = x + y$, $(x_0; y_0) = (1; -2)$;

б) $z = \frac{2}{13}x^{13} + 4xy^3$, $(x_0; y_0) = (-1; 0)$;

в) $z = 3x^2y^3 - \frac{1}{6}y^6$, $(x_0; y_0) = (4; 1)$;

г) $z = \sqrt{xy}$, $(x_0; y_0) = (4; 4)$;

д) $z = y\sqrt{x}$, $(x_0; y_0) = (9; 0)$;

е) $z = \frac{xy}{2x+y}$, $(x_0; y_0) = (-1; 3)$.

30. Постройте линии уровня функции $z = 1 + x_1 - x_2$.

31. Найдите все точки возможного экстремума функций и проверьте выполнение достаточных условий:

а) $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$; б) $f(x, y) = x^3 + y^6 - 3xy^2$.

32. Как финансовому консультанту The Journal of Important Stuff, Вам необходимо определить влияние на сбыт журнала количества страниц в номере, посвященных материалам об экономике (E), и количества страниц, посвященных материалам на другие темы (U). После детального анализа сбыта, Вы установили, что функция, описывающая зависимость между объемом продаж (S) и количеством страниц, посвященным экономике, а также другим интересным темам есть $S = 100U + 310E - \frac{1}{2}U^2 - 2E^2 - UE$.

Каковы Ваши рекомендации для оптимального сочетания количества страниц, посвященных экономике и другим темам?

33. Вы распределяете \$24 в неделю на покупку булочек и яблок в Вашем университетском кафетерии. Польза от потребления булочек и яблок описывается функцией

$U(C, A) = 2C^{1/2} + A^{1/2}$. Булочка стоит \$1, а яблоко – \$0,5. Найдите оптимальное сочетание покупаемых булочек и яблок, чтобы Вы получали максимальную пользу.

34. Используя тождественные преобразования и таблицу основных интегралов, найдите следующие неопределенные интегралы:

а) $\int \left(3x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$;



$$\text{б) } \int \frac{2x+3}{x^4} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{(x^2+1)^2}{x^4} dx;$$

$$\text{г) } \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{x+1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{е) } \int 2^x (1 + 3x^2 \cdot 2^{-x}) dx.$$

35. Предельные издержки производства x единиц некоторого товара описываются функцией $C'(x)$, которая имеет вид $C'(x) = 3x + 4$. Найдите функцию полных издержек, если фиксированные издержки составляют 40 единиц.

36. Найдите неопределенные интегралы с помощью метода подстановки (замены переменной):

$$\text{а) } \int \frac{2x}{x^2+7} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{e^x}{e^x-15} dx.$$

37. Применяя формулу интегрирования по частям $\int u dv = uv - \int v du$, найдите следующие неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int x e^{5x} dx;$$

$$\text{б) } \int x \ln(x+3) dx.$$

38. Вычислите определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int_1^4 \sqrt{x} dx;$$

$$\text{в) } \int_{-7}^{17} dx;$$

$$\text{г) } \int_2^5 \frac{dx}{x};$$

$$\text{д) } \int_0^3 2^x dx;$$

$$\text{е) } \int \sin x dx;$$

$\frac{\pi}{2}$



$$\text{ж) } \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{dx}{\cos^2 x} .$$

39. Вычислите определенный интеграл с помощью замены переменной:

$$\text{а) } \int_1^2 \frac{xdx}{1+x^2} ;$$

$$\text{в) } \int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}} ;$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 2)^2} dx ;$$

$$\text{г) } \int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)} .$$

40. Вычислите определенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int_1^e x \ln x dx ; \quad \text{б) } \int_0^1 x e^{-x} dx .$$

41. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$\text{а) } y = -2 + 3x - x^2, y=0;$$

$$\text{б) } y = 4x - x^2, y=0;$$

$$\text{в) } y = 32 - x^2, y = -4x;$$

$$\text{г) } y = \frac{x^2}{4}, y = 2\sqrt{x} .$$

42. Вычислите несобственный интеграл 1-го рода или установите его расходимость:

$$\text{а) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad \text{б) } \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{1+x^2}; \quad \text{в) } \int_0^{+\infty} \frac{3x^2}{x^3+1} dx; \quad \text{г) } \int_3^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx; \quad \text{д) } \int_0^{+\infty} 2xe^{x^2} dx .$$

11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

11.1 Базовый учебник

[1] Кремер Н.Ш. и др. Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2002.

11.2 Основная литература

[2] Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2013.

[3] Грес П.В. Математика для гуманитариев: Учебное пособие. – М.: Юрайт, 2000.

11.3 Основные задачки

[4] Сборник задач по математике для вузов. В 4-х ч. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Под общ. редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993.

[5] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Учебное пособие для вузов. В 2-х частях. 5-е изд. М.: Высшая школа, 1999.



[6] Геворкян П.С., Богатая С.И. и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов; под ред. Геворкяна П.С. – М.: Экономика, 2011.

11.4 Дополнительная литература

[7] Зими́на О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика. Учебник. – М.: Физматлит, 2000.

[8] Волкова И.О., Крутицкая Н.Н., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). – М: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.