

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН
КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

**МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЕЖНАЯ ШКОЛА-СЕМИНАР
«СОВРЕМЕННАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ»**

**МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«СОВРЕМЕННАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ»**

Сборник трудов

Казань, 27 ноября – 3 декабря 2017 г.



**КАЗАНЬ
2017**

УДК 512.54+514.1+514.7+514.8+515.1+517.5+517.9
ББК 22.15

М43

*Издание осуществлено при финансовой поддержке РФФИ
и Правительства Республики Татарстан (проект № 17-41-161021)*

*Печатается по рекомендации Ученого совета
Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского*

Международная молодежная школа-семинар «Современная геометрия и ее приложения». Международная научная конференция «Современная геометрия и ее приложения»: сборник трудов. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2017. – 172 с.

ISBN 978-5-00019-915-2

Материалы сборника предназначены для научных сотрудников, аспирантов, магистрантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области геометрии и её приложений.

УДК 514.822+517.518.234+517.548.3
ББК 22.15

ISBN 978-5-00019-915-2

© Издательство Казанского университета, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

<i>L.I. Nigmatullina.</i> On the 3–transitivity of transformation group of the Lobachevsky plane in the Beltrami–Klein model	6
<i>A.A. Popov.</i> Wormholes	7
<i>S.G. Rubin.</i> Role of geometry in modern physics	11
<i>S.E. Stepanov, T.V. Dmitrieva.</i> On conformal Killing and harmonic forms on Riemannian symmetric spaces	15
<i>S.E. Stepanov, I.I. Tsyganok.</i> On infinitesimal harmonic transformations on complete Riemannian manifolds.	16
<i>А.В. Аминова, Д.Р. Хакимов.</i> Об интегрировании уравнения Эйзенхарта и h -пространствах типа {221}	17
<i>К.В. Андреев.</i> Об альтернативно-эластичных алгебрах при $n \bmod 8 = 0$	19
<i>А.В. Багаев, Н.И. Жукова.</i> Трансверсально аналитические лоренцевы слоения коразмерности два со связностью Эресмана на n -мерных многообразиях	24
<i>М.Б. Банару.</i> О почти контактных метрических гиперповерхностях с малыми типовыми числами в АК-многообразиях	27
<i>О.О. Белова.</i> Об аналоге связности Нейфельда в пространстве центрированных плоскостей	30
<i>Х.Х. Бурчаев, Г.Ю. Рябых.</i> Об одной экстремальной задаче для суммируемых аналитических функций	33
<i>В.В. Волчков, Вит.В. Волчков.</i> Современные проблемы нетрадиционной интегральной геометрии.	34
<i>А.В. Вялова.</i> Тензорность кривизны фундаментально-групповой связности, ассоциированной с конгруэнцией гиперцентрированных плоскостей	36
<i>С.В. Галаев.</i> Почти эрмитова структура на пространстве расслоения допустимых ортонормированных реперов	38
<i>И. Гинтерлейтнер, Н.И. Гусева, Й. Микеш.</i> Конформные отображения на компактные пространства Эйнштейна	39
<i>Т.А. Гончар, Е.И. Яковлев.</i> О причинной структуре расслоенных лоренцевых многообразий	41
<i>А.Ю. Долгоносова.</i> О группе автоморфизмов слоений с трансверсальной линейной связностью в категории слоений	44
<i>Н.О. Ермилов.</i> Замощение плоскости Лобачевского	45
<i>Н.И. Жукова.</i> Жесткие геометрии на сингулярных пространствах слоев слоений и группы их автоморфизмов	48
<i>С.К. Зубкова.</i> Трансверсальные расслоения второго порядка в категории многообразий над алгебрами	51
<i>К.М. Зубрилин.</i> Уплотненные инфинитезимальные преобразования касательного расслоения со связностью горизонтального лифта, порожденные инфинитезимальными конциркулярными преобразованиями базы	53
<i>М.О. Катанаев.</i> Геометрическая теория дефектов	56

<i>В.В. Казак, Н.Н. Солохин.</i> Условия разрешимости смешанного краевого условия в теории бесконечно малых изгибаний	67
<i>С.Б. Климентов.</i> Об изоморфности некоторых функциональных пространств при действии интегро-дифференциальных операторов	68
<i>Д.С. Климентов.</i> Стохастический аналог уравнений Гаусса-Петерсона-Кодацци для поверхностей ограниченного искривления	72
<i>В.Н. Кокарев.</i> О кривизне Риччи-плоских кэлеровых многообразий	73
<i>А.В. Костин, Н.Н. Костина.</i> Об интерпретации асимптотических направлений .	75
<i>А.Г. Кушнер.</i> Контактная геометрия уравнений Монжа-Ампера и инварианты Лапласа	76
<i>А.И. Макосий.</i> К построению гамильтоновых циклов графа Кэли группы, порожденной тремя инволюциями	80
<i>А.Н. Макоха.</i> Геометрическая конструкция линейного комплекса плоскостей, ассоциированного с тривектором типа (884;400).	82
<i>А.А. Малюгина, В.В. Шурыгин.</i> Псевдогруппа голономии \mathbb{D} -гладкого многообразия и структуры \mathbb{D} -гладких многообразий на торе	86
<i>Й. Микеш, В.Е. Березовский, И. Гинтерлейтнер.</i> Об основных уравнениях геодезических отображений	88
<i>А.С. Мищенко.</i> Деривации групповых алгебр	92
<i>А.Э. Пасенчук.</i> О теории символа оператора Теплица в пространстве гладких функций	98
<i>Н.С. Перминов, Ш.Р. Шакиров.</i> Функциональная статистика и топологическая спектроскопия для квантовой информатики	100
<i>К.В. Полякова.</i> Касательное расслоение к расслоению линейных реперов . . .	102
<i>В.А. Попов.</i> Алгебра векторных полей Киллинга и её стационарная подалгебра	106
<i>Е.Д. Родионов, В.В. Славский.</i> Обобщенное полярное преобразование конформно-плоских метрик положительной кривизны	108
<i>М.Д. Рооп.</i> Затопленные струи как сингулярные решения уравнений Навье-Стокса	112
<i>А.К. Рыбников.</i> Дифференциально-геометрические структуры, ассоциированные с лагранжианами, соответствующими скалярным физическим полям. . .	115
<i>Л. Рыпарова, Й. Микеш.</i> Поворотные отображения поверхностей вращения . .	120
<i>Н.А. Рязанов.</i> Дифференциальные сравнения компонент объекта кривизны аффинной связности 2-го порядка в несимметричном случае.	122
<i>А.А. Сабьканов, Й. Микеш, П. Пешка.</i> О полусимметрических проективно евклидовых пространствах.	123
<i>Е.Н. Синюкова.</i> Геометрия касательного расслоения риманова пространства, индуцированная инвариантной теорией приближений базового пространства	125
<i>Е.Н. Сосов.</i> О действиях групп вещественных чисел на пространстве Лобачевского, сохраняющих пучки прямых.	127
<i>И.С. Стрельцова.</i> Проективные инварианты прямолинейных 2-тканей	129
<i>В.И. Субботин.</i> О многогранниках с ромбическими гранями и параллелоэдрах.	132
<i>А.Я. Султанов.</i> Аффинные преобразования одного типа линейной связности .	134

<i>Г.А. Султанова.</i> Об алгебрах Ли инфинитезимальных аффинных преобразований касательных расслоений со связностью полного лифта над двумерными максимально-подвижными пространствами	137
<i>А.В. Тимофеевко, Д.Н. Судак, А.А. Черепухина.</i> Составленные не более, чем из 16 правильных пирамид выпуклые тела с такими как у пирамид или вдвое большими рёбрами	140
<i>И.А. Тимофеевко.</i> О применении инволюций, порождающих группу симметрий	142
<i>П.И. Трошин.</i> Об одном способе построения треугольника Серпинского на плоскости Лобачевского	144
<i>Е.В. Тюриков.</i> Некоторые новые результаты мембранной теории выпуклых оболочек	148
<i>В.Т. Фоменко.</i> Омбилические поверхности в евклидовых пространствах.	150
<i>М.А. Чешкова.</i> Тор и односторонние поверхности	154
<i>Ю.И. Шевченко, Е.В. Скрыдлова.</i> Неголономность фактор-многообразия голономного распределения на полуголономном гладком многообразии	157
<i>А.М. Шелехов.</i> О "шестиугольных" решениях некоторых уравнений в частных производных	160
<i>Е.И. Яковлев, Д.Т. Чекмарев, В.Ю. Епифанов.</i> Применения топологии в одной численной схеме решения задач механики сплошных сред.	164

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Доказана

Теорема 2. *Криволинейная три-ткань, определяемая гармонической функцией, является регулярной тогда и только тогда, когда эта функция имеет вид (13) или (15).*

Аналогично доказываются

Теорема 3. *Криволинейная три-ткань, определяемая уравнением теплопроводности $u_{tt} = a^2 u_{xx}$, является регулярной тогда и только тогда, когда функция u имеет вид*

$$u = b_2 \int e^{b_1 z^2} dz,$$

где

$$z = (bx + b_3)(-4a^2 b^2 b_1 t + b_4)^{-\frac{1}{2}}.$$

Теорема 4. *Криволинейная три-ткань, определяемая решением уравнения колебания $u_{tt} = a^2 u_{xx}$, является регулярной тогда и только тогда, когда функция u имеет вид*

$$u = c \ln(\cosh(\alpha_0 + px) + \cosh(\beta_0 + apt)) + \bar{c}$$

или

$$u = c \ln((x + \tilde{b} \cosh \varphi)^2 - (at - \tilde{b} \sinh \varphi)^2) + \tilde{c}.$$

Литература

1. В. Бляшке. Введение в геометрию тканей. М. : Физматгиз, 1959, 144 с.
2. Шелехов А.М., Лазарева В.Б., Уткин А.А. Криволинейные три-ткани. Тверь, 2013, 237с.

HEXAGONAL SOLUTIONS OF SOME PDE'S

A.M. Shelekhov

For some PDE's, we find solutions to which the hexagonal three-web corresponds.

Keywords: three-web, PDE.

УДК 514.86; 515.146; 519.63

ПРИМЕНЕНИЯ ТОПОЛОГИИ В ОДНОЙ ЧИСЛЕННОЙ СХЕМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Е.И. Яковлев¹, Д.Т. Чекмарев², В.Ю. Епифанов³

¹ evgeniy.yakovlev@itmm.unn.ru; Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Институт информационных технологий, математики и механики

² Чект@itmm.unn.ru; Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Институт информационных технологий, математики и механики

³ verifanov92@gmail.com; Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Институт информационных технологий, математики и механики

Обсуждаются некоторые численные схемы решения задач механики сплошных сред методом конечных элементов. Одним из авторов разработан способ ускорения вычислений, состоящий в использовании симплициальной сетки, вписанной в исходное кубическое клеточное разбиение трехмерного тела. В данной работе показано, что препятствие к построению этой конструкции описывается в терминах групп гомологий по

модулю 2. Предложен метод устранения препятствия.

Ключевые слова: Полиэдр, клеточный комплекс, группа гомологий, многообразие, форма пересечения, механика сплошных сред, метод конечных элементов.

Пусть полиэдр P представляет собой объединение конечного набора компактных выпуклых многогранников, пересекающихся только по общим граням. Тогда говорят, что задано евклидово клеточное разбиение полиэдра, многогранники называются евклидовыми клетками, а набор всех клеток $K(P)$ (включая грани) – клеточным комплексом.

Наиболее часто используются клеточные комплексы $K(P)$, все элементы которых либо являются симплексами, либо комбинаторно эквивалентны кубам I^n , $I = [0, 1]$, $n = 0, 1, \dots, \dim P$. В первом случае соответствующее клеточное разбиение полиэдра P называется симплициальным или триангуляцией, а во втором – кубическим.

В механике сплошных сред используются полиэдры, являющиеся компактными трехмерными подмногообразиями пространства \mathbb{R}^3 . При этом клетки из $K(P)$ принято называть конечными элементами, а сам комплекс $K(P)$ – сеткой конечных элементов.

В работах одного из авторов данной работы и его коллег [1], [2], была предложена "ажурная" численная схема метода конечных элементов для решения задач теории упругости и пластичности на базе кубических сеток в сочетании с симплициальными конечными элементами. В ней расчетные элементы заполняют область решения задачи не сплошь, а с регулярными промежутками между ними. Это позволило существенно повысить эффективность вычислений.

Построение ажурной сетки на исходном кубическом комплексе $K(P)$ трехмерного тела $P \subset \mathbb{R}^3$ состоит в следующем. Вершины и ребра произвольной клетки $e^3 \in K^3(P)$ образуют его одномерный остов $(e^3)^1$, являющийся двудольным графом. Таким образом, множество вершин $K^0(e^3)$ распадается на две доли графа $(e^3)^1$, которые мы обозначим символами $V_+(e^3)$ и $V_-(e^3)$. Тетраэдр с вершинами из $V_+(e^3)$ обозначим символом $t(e^3)$. Очевидно, $t(e^3)$ может принимать два значения в зависимости от выбора доли V_+ .

Впишем указанным способом тетраэдр $t(e^3)$ в каждую трехмерную клетку e^3 комплекса $K(P)$. Если удастся сделать это так, что для любых пересекающихся клеток $e_1^3, e_2^3 \in K^3(P)$ выбор симплексов $t(e_1^3)$ и $t(e_2^3)$ окажется согласованным, то набор всех вписанных тетраэдров и их граней образует симплициальный комплекс, который и назван авторами конструкции ажурной сеткой.

Из построения понятно, что согласованный выбор вписанных тетраэдров возможен тогда и только тогда, когда двудольным графом является весь одномерный остов P^1 полиэдра P . При этом одну долю графа будут образовывать узлы ажурной сетки, а вторую – узлы исходной кубической сетки, не участвующие далее в расчетах.

Указанное условие выполняется, если тело P гомеоморфно шару. В общем случае это неверно. Но замечательным фактом является то, что препятствие к возможности построения ажурной сетки на кубическом клеточном комплексе может быть описано в терминах алгебраической топологии.

Всюду далее используются группы цепей, циклов и гомологий с коэффициента-

ми из поля \mathbb{Z}_2 . При этом цепи $c \in C_n(P)$ можно рассматривать как наборы n -мерных клеток комплекса $K(P)$. Обозначим символом $card(c)$ количество клеток, из которых состоит цепь c .

Предложение 1. *Формулы $f(z) = card(z) + 2\mathbb{Z}$ и $f_*([z]) = f(z)$ определяют гомоморфизмы $f : Z_1(P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$ и $f_* : H_1(P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$.*

Согласно теории графов двудольность остова P^1 равносильна четности числа $card(z)$ для всех $z \in Z_1(P)$. В силу предложения 1 это эквивалентно равенству $f_* = 0$. Таким образом, мы приходим к следующему выводу.

Предложение 2. *Для заданного кубического клеточного разбиения полиэдра P препятствием к возможности построения ажурной симплициальной сетки является фактор-группа $H_1(P) / \ker f_*$.*

Из предложения 2 следует, что построение ажурной сетки всегда возможно, если группа гомологий $H_1(P)$ тривиальна. При $H_1(P) \neq 0$ возникают две задачи:

- Вычисление фактор-группы $H_1(P) / \ker f_*$.
- Разработка методов устранения указанного препятствия.

Для решения первой задачи достаточно вычислить некоторый базис $[z_1], \dots, [z_r]$ группы $H_1(P)$. Если $f_*([z_i]) = f(z_i) = 1$ для всех $i = 1, \dots, k$ и $f_*([z_j]) = f(z_j) = 0$ для $j = k+1, \dots, r$, то базис группы $H_1(P) / \ker f_*$ образуют смежные классы $[z_1] + \ker f_*, \dots, [z_k] + \ker f_*$. Но для гарантированного построения ажурной сетки необходимо решить вторую проблему, которая значительно труднее.

Предлагаемый метод ее решения основан на применении двойственности Лефшеца, согласно которой для многообразия P форма пересечения $Ind : H_2(P, \partial P) \times H_1(P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$ невырождена. Отсюда следует существование базисов $[\bar{x}_1], \dots, [\bar{x}_r]$ и $[y_1], \dots, [y_r]$ групп $H_2(P, \partial P)$ и $H_1(P)$ соответственно, дуальных относительно формы Ind .

Допустим, что мы вычислили дуальные базисы $[\bar{x}_1], \dots, [\bar{x}_r]$ и $[y_1], \dots, [y_r]$ групп $H_2(P, \partial P)$ и $H_1(P)$, причем оказалось, что $[y_1] + \ker f_*, \dots, [y_k] + \ker f_*$ – базис препятствия $H_1(P) / \ker f_*$ для некоторого $k \leq r$.

Выберем номер $i \in \{1, \dots, k\}$. Разрежем P вдоль двумерной цепи x_i и немного отодвинем полученные цепи x_i^+ и x_i^- друг от друга так, чтобы $\bar{x}_i^+ \in Z_2(P, \partial P)$ и $\bar{x}_i^- \in Z_2(P, \partial P)$. При этом каждой вершине v цепи x_i будут соответствовать вершины v^+ и v^- цепей x_i^+ и x_i^- соответственно. Соединив, вершины v^+ и v^- ребрами для всех $v \in K^0(x_i)$, мы получим новую кубическую сетку $K'(P)$.

Описанное преобразование сетки уменьшает ранг препятствия на единицу. Поэтому, выполнив его для всех $i = 1, \dots, k$, мы получим новое кубическое клеточное разбиение $\hat{K}(P)$ полиэдра P , для которого соответствующий гомоморфизм $\hat{f}_* : H_1(P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$ равен нулю. При этом $H_1(P) / \ker \hat{f}_* = 0$.

Итак, проблема корректировки клеточного комплекса $K(P)$ для устранения препятствия $H_1(P) / \ker f_*$ сводится к разработке алгоритмов, позволяющих эффективно вычислить базисы групп $H_2(P, \partial P)$ и $H_1(P)$, дуальных относительно формы пересечения $Ind : H_2(P, \partial P) \times H_1(P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$.

Предложение 3. *Пусть $n \geq 2$, P – компактное и связное n -мерное многообразие*

с краем, подполиэдр $P_1 \subset P$ получен из P удалением внутренней одной клетки. Тогда включение $\iota_1 : P_1 \rightarrow P$ индуцирует изоморфизм $\iota_{1*} : H_{n-1}(P_1, \partial P) \rightarrow H_{n-1}(P, \partial P)$.

Предложение 4. *Выполним полное n -мерное коллапсирование полиэдра P_1 из предложения 3 без удаления клеток подполиэдра $\partial P \subset P_1$. Тогда полученный подполиэдр $P_2 \subset P_1$ имеет размерность $n - 1$.*

Предложение 5. *Пусть P – компактный и связный k -мерный полиэдр, P_0 – его подполиэдр, Q – объединение всех k -мерных клеток полиэдра P , не лежащих в P_0 , и $Q_0 = Q \cap P_0$. Тогда включение $\iota : Q \rightarrow P$ индуцирует изоморфизм $\iota_* : H_k(Q, Q_0) \rightarrow H_k(P, P_0)$.*

Предложения 3 – 5 позволили разработать эффективный алгоритм вычисления группы $H_2(P, \partial P)$ для трехмерного тела P посредством редукции задачи к построению базиса группы абсолютных двумерных циклов некоторого двумерного полиэдра \hat{Q} .

Предложение 6. *Пусть P – компактное n -мерное подмногообразие пространства \mathbb{R}^n , $k \in \{1, \dots, n-1\}$, $[\bar{x}_1], \dots, [\bar{x}_r]$ – базис группы $H_{k+1}(P, \partial P)$. Тогда имеем короткую точную последовательность*

$$0 \rightarrow \langle [\partial x_1], \dots, [\partial x_r] \rangle \xrightarrow{\iota_\partial} H_k(\partial P) \xrightarrow{i_*^k} H_k(P) \rightarrow 0,$$

где ι_∂ – включение, а i_*^k – гомоморфизм из гомологической последовательности пары $(P, \partial P)$.

Предложение 7. *Пусть P – компактное n -мерное подмногообразие пространства \mathbb{R}^n , $Ind_0 : H_{n-2}(\partial P) \times H_1(\partial P) \rightarrow \mathbb{Z}_2$ – форма пересечения для края ∂P , $[\bar{x}_1], \dots, [\bar{x}_r]$ – базис группы $H_{n-1}(P, \partial P)$, $[z]_{\partial P}$ – произвольный элемент группы $H_1(\partial P)$ и $[z]_P = \iota_*^1([z]_{\partial P}) \in H_1(P)$. Тогда $[z]_P = 0$ в том и только том случае, если для всех $j = 1, \dots, r$ имеет место равенство $Ind_0([\partial x_j]_{\partial P}, [z]_{\partial P}) = 0$.*

В случае $n = 3$ предложения 6 и 7 и подходы, предложенные в [3] и [4], позволили разработать эффективный алгоритм вычисления базиса группы $H_1(P)$, дуального найденному ранее базису группы $H_2(P, \partial P)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-01-00312а).

Литература

1. Чекмарев Д.Т. Численные схемы метода конечного элемента на "ажурных" сетках, Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов, вып. 2, 49 – 54 (2009).
2. Spirin S.V., Chekmarev Dmitry T., Zhidkov A.V. Solving the 3D Elasticity Problems by Rare Mesh FEM Scheme, Finite Difference Methods, Theory and Applications, Volume 9045 of the series Lecture Notes in Computer Science, 379 – 384 (2015).
3. Яковлев Е.И. Вычислительная топология (Изд-во ННГУ, Нижний Новгород, 2005).
4. Lapteva A.V., Yakovlev E.I. Minimal 1-Cycles Generating a Canonical Basis of 2-Manifold's Homology Group, International Journal of Pure and Applied Mathematics 31 (4), 555 – 570 (2006).

APPLICATIONS OF TOPOLOGY IN ONE NUMERICAL SCHEME FOR SOLVING CONTINUUM MECHANICS PROBLEMS

E.I. Yakovlev, D.T. Chekmarev, V.Yu. Epifanov

Finite element numerical schemes for solving the continuum mechanics problems are discussed. One of

the authors developed a method of acceleration of calculations which uses the simplicial mesh inscribed in the original cubic cell partitioning of a three-dimensional body. In this work it is shown that the obstacle to the construction of this design may be described in terms of modulo 2 homology groups. The method of removing the obstacle is proposed.

Keywords: Polyhedron, cell complex, homology group, manifold, intersection form, continuum mechanics, finite element method

Научное издание

**МЕЖДУНАРОДНАЯ МОЛОДЕЖНАЯ ШКОЛА-СЕМИНАР
«СОВРЕМЕННАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»**

**МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«СОВРЕМЕННАЯ ГЕОМЕТРИЯ И Е ПРИЛОЖЕНИЯ»**

Сборник трудов

Казань, 27 ноября – 3 декабря 2017 г.

Разработка авторского LaTeX-стиля оформления - **А.А. Агафонов**

Техническая редакция, набор и верстка:
А.А. Агафонов, А.А. Попов, П.И. Трошин, К.А. Митничук, Е.Н. Сосов, П.Н. Иваньшин

Оформление обложки: **А.А. Агафонов, Р.Ф. Мифтахов**

В сборнике трудов опубликованы 58 статей, посвященных современным проблемам геометрии и ее приложений.

Подписано в печать 20.11.2017
Бумага офсетная. Печать цифровая.
Формат 60×84 1/16. Усл.печ. л. 10.
Тираж 250 экз. Заказ 246/11

отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Издательства Казанского университета

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужи́на, 1/37
тел: (843) 233-73-59, 233-73-28