

**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**"Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

Факультет компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Академический руководитель  
образовательной программы по  
направлению 01.04.02 «Прикладная  
математика и информатика»  
С.О. Кузнецов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

**Программа дисциплины**

**«Игры и решения в анализе данных и моделировании»**

для направления 01.04.02 "Прикладная математика и информатика", магистерская  
программа "Наука о данных"

Авторы программы:

Алескеров Фуад Тагиевич, руководитель департамента математики факультета  
экономических наук, [alesk@hse.ru](mailto:alesk@hse.ru)

Егорова Людмила Геннадьевна, доцент департамента математики факультета  
экономических наук, [legorova@hse.ru](mailto:legorova@hse.ru)

Одобрена на заседании департамента  
математики факультета экономических наук  
Руководитель департамента

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.  
Ф.Т. Алескеров

Рекомендована Академическим советом  
образовательной программы «Наука о данных»

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Москва, 2017

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения разработчика программы.*



## 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления подготовки 01.04.02 "Прикладная математика и информатика", обучающихся по магистерской программе "Наука о данных".

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ;
- Рабочим учебным планом университета по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" магистерской программы "Наука о данных", утвержденным в 2017 г.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целью курса «Игры и решения в анализе данных и моделировании» является знакомство студентов с современными моделями теории игр и теории принятия решений, их приложениями при моделировании и анализе социально-экономических проблем, а также их использованием в аналитических системах, системах поддержки принятия решений.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

*Знать:* современные подходы к математическому моделированию конфликтных ситуаций

*Уметь:* разрабатывать и анализировать математические модели при изучении общественных явлений и для поддержки принятия решений.

*Владеть:* основами математического моделирования задач.

Выпускник по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» с квалификацией (степенью) магистр, должен обладать следующими компетенциями:

Общее число зачетных единиц (ЗЕ)	Профессиональные компетенции (ПК)									
	Социально-личностные компетенции (СЛК)					Инструментальные компетенции (ИК)				
	ПК-1	ЗЕ	ПК-2	ЗЕ	ПК-3	ЗЕ	ПК-9	ЗЕ	ПК-15	ЗЕ
5	СД	1	СД	1	СД	1	РБ;СД	1	РБ;СД	1

## 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы



Данная учебная дисциплина относится к вариативной части цикла дисциплин специализаций «Интеллектуальные системы и структурный анализ», «Технологии моделирования сложных систем».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих базовых дисциплинах:

- Иностранный язык (английский).

Для освоения учебной дисциплины, аспиранты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках.

## 5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	
1	Задачи многокритериального выбора и ранжирования. Бинарные модели принятия решений.	37	4	4	24
2	Модели принятия решений с помощью голосований	23	4	4	20
3	Концепции решений на графах	14	2	2	12
4	Концепции решений на сетях	16	2	2	12
5	Игры с ограниченной кооперацией	23	4	2	18
6	Дизайн экономических механизмов	16	2	2	10
7	Динамические игры	23	2	2	18
	Всего	152	20	18	114

## 6. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	модули				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий	Домашнее задание			5	5	письменная работа, 4-5 задач
Промежуточный	Контрольная работа			*	*	письменная работа, 120 минут
Итоговый	Экзамен				*	письменная работа, 120 минут



В таблице для текущего контроля указана неделя модуля, на которой проводится контроль, для промежуточного и итогового – отметка \*, в каком модуле проводится.

### **7 Критерии оценки знаний, навыков**

**Текущий контроль знаний** по дисциплине «Игры и решения в анализе данных и моделировании» осуществляется путем оценки усвоения материала при выполнении домашних заданий.

Студенты выполняют два письменных домашних задания, состоящих из нескольких задач, и сдают их преподавателям на проверку не позднее обозначенного срока сдачи. По усмотрению преподавателя работа, сданная позднее обозначенного срока сдачи работ, либо не принимается и получает оценку «0», либо принимается со штрафом, величина которого определяется преподавателем.

**Промежуточный контроль знаний** проводится в форме письменных контрольных работ продолжительностью 120 минут.

**Итоговый контроль знаний** представляет собой письменный экзамен продолжительностью 120 минут.

Задания контрольной работы и экзамена состоят из задач, эквивалентных или аналогичных тем, которые были разобраны на лекциях и семинарах или были даны студентам в домашних заданиях для самостоятельной работы. Любой факт списывания, отмеченный преподавателем, приведет к получению оценки «0» (ноль) за данную работу. Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

### **8 Порядок формирования оценок по дисциплине**

Накопленная оценка по курсу формируется следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 0,2 * O_{\text{дом.задание1}} + 0,2 * O_{\text{дом.задание2}} + 0,3 * O_{\text{КР1}} + 0,3 * O_{\text{КР2}}$$

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена: арифметический. Оценки за домашние задания и контрольные работы, входящие в формулу расчета накопленной оценки, не округляются. В случае пропуска контрольной по уважительной причине вес этой оценки переносится на оценку за экзамен.

Итоговая оценка по курсу формируется следующим образом:

$$O_{\text{итоговая}} = 0,5 * O_{\text{накопленная}} + 0,5 * O_{\text{экзамен}}$$

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена: арифметический.

Пересдача проводится в форме письменной контрольной работы на 120 минут по всем темам курса, в формате аналогичном экзамену. На пересдаче студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

Вторая пересдача (с комиссией) проводится в форме письменной контрольной работы на 120 минут по всем темам курса, в формате аналогичном экзамену. На второй пересдаче (с комиссией) накопленная оценка учитывается и результирующая оценка за дисциплину выставляется с учетом накопленной оценки по вышеуказанной формуле:  $O_{\text{итоговая}} = 0,5 * O_{\text{накопленная}} + 0,5 * O_{\text{комиссия}}$ . На второй пересдаче (с комиссией) студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации



накопленной оценки. Члены комиссии могут (но не обязаны) задавать дополнительные вопросы, чтобы повысить экзаменационную оценку.

## **9. Содержание дисциплины**

### **Тема 1. Бинарные модели принятия решений.**

Задачи многокритериального выбора и ранжирования. Классическая теория полезности – ординальные и кардинальные модели. Пороговая полезность. Бинарные отношения. Рациональный выбор, выявление предпочтений. Принятие решений при многих критериях.

### **Тема 2. Модели принятия решений с помощью голосований.**

Голосования как способ принятия коллективных решений. Рациональность при формировании коллективного мнения. Различные процедуры голосования и их свойства. Монотонность. Парадоксы в различных процедурах голосования. Альтернативные процедуры агрегирования индивидуальных предпочтений.

### **Тема 3. Концепции решений на графах.**

Графы, описывающие профессиональные контакты и связи. Случайное формирование сетей. Свойства случайных сетей при различных механизмах их формирования. Стратегическое формирование профессиональных связей. Примеры: выбор соавторов для научных работ и др. Распределение выигрыша от установления связей. Некооперативное обоснование предлагаемых концепций распределения.

### **Тема 4. Концепции решений на сетях.**

Сети как способ моделирования ограничений по обмену информацией и взаимодействию. Распространение информации и влияния в сетях. Принятие решений и стратегическое поведение игроков при сетевом взаимодействии. Индексы центральности. Анализ рынков с учетом сетевой структуры связей.

### **Тема 5. Игры с ограниченной кооперацией.**

Классические кооперативные игры: постановка задачи и основные понятия. Ограничение возможностей кооперации: примеры и способы моделирования. Игры с ограниченной кооперацией, заданной в виде априорных союзов. Решение Аумана-Дреза и решение Оуэна. Игры с ограниченной кооперацией, заданной ненаправленным коммуникационным графом. Решение Майерсона и его эффективная модификация, усредненное решение по дереву (the average tree solution).

### **Тема 6. Дизайн экономических механизмов.**

Задача дизайна экономических механизмов – разработка правил игр, приводящих к заданному результату. Функция общественного выбора в контексте дизайна механизмов. Принцип выявления. Реализуемость функции общественного выбора. Монотонность по



Маскину. Аукционы как механизмы, обеспечивающие эффективное распределение.  
Дизайн аукционов: теория и практика.

### Тема 7. Динамические игры.

Игры с последовательными ходами. Повторяющиеся игры с наблюдаемыми действиями.  
Марковские стратегии и марковское совершенное равновесие в повторяющихся играх.  
Дифференциальные игры: понятие и приложения.

## 10. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### Примеры заданий текущего/промежуточного/итогового контроля

1. Покажите, что из антирефлексивности и полутранзитивности ( $\forall x, y, z, t \ xPy \ \& \ yPz \Rightarrow xPt \vee tPz$ ) отношения  $P$  следует

- транзитивность  $P$ ,
- асимметричность  $P$ .

2. Проверьте свойства (Наследование, Согласие, Отбрасывание, Константность) функций выбора  $C_i(X), X \subseteq A$ , где множество альтернатив  $A = \{a, b, c\}$ .

$X$	a	b	c	a, b	a, c	b, c	a, b, c
$C_1(X)$	a	b	c	a,b	a,c	b	a,b
$C_2(X)$	a	b	c	a,b	c	b	a,b
$C_3(X)$	a	b	c	a,b	a	b,c	a
$C_4(X)$	a	b	c	b	c	b	a
$C_5(X)$	a	b	c	a	a,c	b	a

3. а) Найти списочное представление для олигархического правила коллективного выбора, если в выборах принимают участие 3 избирателя и всего 3 альтернативы  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ . Олигархическое правило – есть группа избирателей (пусть это будет 1 и 2 избиратель), чье согласованное мнение определяет коллективное решение, т.е.  $P = P_1 \cap P_2$  (в коллективном решении есть только те пары, по которым у 1 и 2 одинаковое мнение).

б) Верно ли, что это правило:

- является ненавязанным?
- удовлетворяет условию единогласия?
- является монотонным?
- является нейтральным?

Ответ без пояснения не засчитывается.

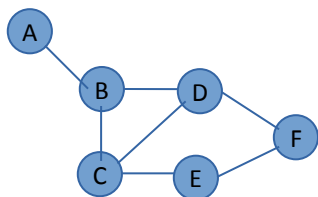
4. Четверо друзей выбирают место для отдыха на лето для всей компании. Ими рассматриваются в качестве вариантов Испания (S), Греция (G), Кипр (C) и Болгария (B), относительно которых друзья имеют следующие предпочтения:



$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
$B$	$G$	$C$	$G$	$C$
$C$	$S$	$S$	$C$	$B$
$S$	$C$	$G$	$B$	$S$
$G$	$B$	$B$	$S$	$G$

- 1) Постройте коллективное решение с помощью системы передачи голосов (правило Хара).
- 2) Сможет ли что-нибудь выиграть для себя второй участник, если намеренно исказит свои истинные предпочтения и представит их в виде  $P'_2: G > S > B > C$  (остальные участники своих предпочтений не меняют)? Есть ли возможность (или необходимость) манипулирования с положительным для себя результатом у других участников?
- 3) Какое коллективное решение получится, если применить процедуру Фишберна? Сравните коллективные решения, получаемые по первому правилу Коупленда и применением минимаксной процедуры.

5. Найдите степенную центральность и центральность по посредничеству для каждого узла сети:



6. Матрица  $A = (a_{ij})$  показывает торговый оборот между странами, где  $a_{ij}$  обозначает объем экспорта из страны  $i$  в страну  $j$ . Квота равна 50% от суммы входящих ребер.

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	6	0	0
2	0	0	0	0	10	0
3	0	18	0	0	8	0
4	0	2	8	0	2	0
5	8	0	0	0	0	10
6	0	0	0	14	0	0

Постройте граф сети. Рассчитайте индекс дальних взаимодействий. Дайте интерпретацию полученным результатам.

7. Имеется комитет, состоящий из 4 человек: A, B, C, D, A является председателем. Комитет принимает решение по правилу большинства, но в случае ничьей 2–2 принимается решение, за которое голосует председатель. Перечислите выигрывающие коалиции и найти значение Шепли в соответствующей простой игре.

8. Найти значение Майерсона для игры на заданном коммуникационном графе.

9. В аукционе по продаже картины Пабло Пикассо принимают участие два покупателя. Известно, что все потенциальные покупатели делятся на два типа – те, кто готов заплатить



за товар не более 3 млн. долларов, и те, кто готов заплатить не более 4 млн. долларов. Оценка покупателем картины – частная информация. Как следует построить аукцион так, чтобы организатор получил максимальный доход?

10. В экономике обмена с первоначальными запасами  $(w_i)$ ,  $i \in N$  рассмотрим следующую функцию общественного выбора  $F$ . Пусть  $x^*$  - допустимое распределение в данной экономике. Тогда  $F(R)=x^*$ , если  $x^*$  является эффективным по Парето распределением при предпочтениях  $R$ ; в противном случае  $F(R)=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Является ли функция общественного выбора  $F$  монотонной по Маскину?

11. На кафедре экономики в некотором университете работают 5 профессоров. Секретарь кафедры просит каждого скинуться по 1000 рублей для фуршета после заседания кафедры. Для того, чтобы фуршет состоялся, необходимо, чтобы скинулись как минимум три профессора. Деньги, отданные на организацию фуршета, профессорам не возвращаются. Ценность фуршета для каждого профессора – 5000 рублей. Найдите совершенные по подыграм равновесия для каждого из следующих случаев:

а) профессора по очереди решают, сдавать деньги или нет. Каждый профессор наблюдает действия всех предыдущих.

б) профессора 1 и 2 сдают деньги первыми (по очереди, второй наблюдает выбор первого). Затем решение (сдавать или не сдавать) одновременно принимают профессора 3-5, причем они не наблюдают действия профессоров 1 и 2.

12.  $N$  свиней толкаются у корыта с кормом. В каждый момент времени у корыта может находиться только одна свинья. У этой свиньи есть два варианта: пассивный (быстро поест и отбежать в сторону, получив выигрыш  $V$  за этот момент времени), либо агрессивный (защищать свое место у корыта от посягательства соседей, получив выигрыш  $V-c > 0$ ). Другие свиньи в этот момент времени не предпринимают никаких действий и получают нулевой выигрыш. Если свинью выбирает агрессивный вариант действий, то в следующий момент времени с вероятностью 1 она снова окажется у корыта. Если нет, то с вероятностью  $1/N$  у корыта окажется одна из  $N$  свиней. Игра повторяется бесконечное число периодов; фактор дисконта равен  $\delta \in (0,1)$ . Найдите условия существования каждого из двух возможных совершенных марковских равновесий в чистых стратегиях (в первом из таких равновесий свиньи всегда ведут себя агрессивно, во втором – всегда пассивно). Объясните. Почему при некоторых значениях параметров  $\delta$ ,  $N$ ,  $V$ ,  $c$  будут существовать оба равновесия?

## 11. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная литература:

1. Milgrom, Paul (2004), Putting Auction Theory to Work, New York: Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-55184-7.
2. Кини Р., Райфа Х. (1981) Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. Пер. с англ. М.: Радио и связь
3. Aleskerov F., Bouyssou D., Monjardet B. (2007) Utility Maximization, Choice and Preference. Berlin: Springer Verlag.
4. Aleskerov F. Categories of Arrovian Voting Schemes // Handbook of Economics 19, Handbook of Social Choice and Welfare. V. 1 / K. Arrow, A. Sen, K. Suzumura (eds.). – Amsterdam: Elsevier, 2002. P. 95-129.





5. Aleskerov F. 'Power indices taking into account agents' preferences', in 'Mathematics and Democracy' (B.Simeone and F.Pukelsheim, eds.). – Springer, Berlin, 2006, 1-18.
6. Aleskerov F., Ersel H., Sabuncu Y. Power and coalitional stability in the Turkish Parliament (1991-1999), *Turkish Studies*, v.1, no.2, 2000, 21-38.
7. Aleskerov F., Meshcheryakova N., Shvydun S. Centrality Measures in Networks based on Nodes Attributes, Long-Range Interactions and Group Influence. HSE Working Papers, 2016 (to appear).
8. Arrow K. *Social Choice and Individual Values*. 2nd ed. - New Haven: Yale University Press, 1963 (1st ed. N.Y.: J. Wiley a. Sons, 1951).
9. Подиновский В.В., Ногин В.Д. (2007) Парето-оптимальные решения многокритериальных задач, Москва, Физматлит.

#### **Литература для самостоятельного изучения:**

1. Aizerman M., Aleskerov F. *Theory of Choice*. Amsterdam: North-Holland, 1995.
2. Aumann R. Rationality and bounded rationality, Nancy L. Schwartz Memorial Lecture. – J.L. Kellogg School of Management, Northwestern University, 1986.
3. Brams S., Kilgour M. *Game Theory and national Security*. Basil Blackwell, Oxford, 1988.
4. Fishburn P., Brams S. Paradoxes of preferential voting, *Mathematics Magazine*, 1983, Vol. 56, pp. 201-214.
5. Jackson M. A Crash Course in Implementation Theory, *Social Choice and Welfare* V. 18, 2001, pp. 655-708.
6. Jackson M. Allocation rules for network games, *Games and Economic Behavior*, 2005, Vol. 51(1), pp. 128–154.
7. Jackson M. *Social and Economic Networks*, Princeton University Press, 2008.
8. Moulin H. Condorcet's principle implies the no show paradox, *Journal of Economic Theory*, 1988, Vol. 45, pp. 53-64.
9. Maskin E. Nash Equilibrium and Welfare Optimality, *Review of Economic Studies* V. 66, 1999, pp. 23-38.
10. Maskin E., Tirole J. Markov Perfect Equilibrium. *Journal of Economic Theory*, 2001, № 100. pp. 191-219. doi:10.1006/jeth.2000.2785
11. Maskin E., Tirole J. Public-private partnership and government spending limits, *International Journal of Industrial Organization*, 2008, Vol. 26(2), pp. 412-420.
12. Myerson R. Graphs and cooperation in games, *Mathematics of Operations Research*, 1977, Vol. 2, pp. 225–229.
13. Nurmi H. *Voting Paradoxes and How to Deal with Them*. Berlin-Heidelberg: Springer, 1999
14. Nurmi H. Monotonicity and Its Cognates in the Theory of Choice, *Public Choice*, 2004, Vol.121, pp. 25-49.
15. *Networks and Groups: Models of Strategic Formation* edited by Bhaskar Dutta and Matthew O. Jackson, 2003 Springer: Heidelberg
16. Owen G. Values of games with a priori unions, in: *Essays in mathematical economics and game theory* (Henn R, Moeschlin O, eds.), 1977, Springer-Verlag, Berlin, pp. 76–88.
17. Owen G. *Game theory*, 1995, 3rd edition. Academic Press, Inc., San Diego, CA.
18. Peleg B., Sudholter P. *Introduction to the theory of cooperative games*. Kluwer Academic Publisher, 2003.



19. Алескеров Ф.Т. Индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по созданию коалиций, ДАН, 2007, т. 414, №5, 594-597
20. Алескеров Ф.Т., Якуба В.И. Метод порогового агрегирования трехградационных ранжировок. Доклады РАН, 2007, Т. 413. №2. С. 181-183.
21. Беленький А.С. Разрешимость игры трех лиц на множестве связанных стратегий игроков и оценка возможности формирования государственно-частного партнерства для выполнения крупномасштабных проектов. Труды Всероссийского совещания по проблемам управления. Москва, 16-19 июня 2014 г., Институт Проблем Управления РАН.
22. Подиновский В.В. Математическая теория выработки решений в сложных ситуациях. М.: МО СССР, 1981.
23. Холодная Н.Д. Государственно-частное партнерство—новый тип отношений в Российской экономике, Вопросы государственного и муниципального управления, 2009, № 2, стр. 42-56.
24. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках. Москва. Изд-во ВШЭ, 2015.
25. Данилов В.И. Лекции по теории игр. Москва. РЭШ, 2002 (<http://www.nes.ru/dataupload/files/programs/econ/preprints/2002/GameTheory.pdf>)

## **12. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Стационарный компьютер или ноутбук, проектор.

Разработчик:

Департамент математики  
на Факультете экономических наук НИУ ВШЭ,  
профессор, д.т.н.,

Ф.Т. Алескеров