Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится **27 сентября 2018 года**

Семинар пройдет **в аудитории 306, Усачева 6. Начало в 18:30.**

Иван Солоненко Геометрия тотального пространства касательного расслоения к риманову многообразию

Пусть (M, g) -- риманово многообразие. Риманова метрика g даёт сразу несколько геометрических структур на тотальном пространстве TM касательного расслоения к M. Во-первых, это метрика Сасаки — риманова метрика на TM как на многообразии. Во-вторых, это геодезическое векторное поле и его поток \theta (локальный, вообще говоря; он называется геодезическим потоком). Помимо этого, музыкальный диффеоморфизм TM \to T*M позволяет взять обратный образ у канонических 1-формы и симплектической формы на T*M (тем самым, TM наделяется симплектической структурой). Наконец, не так сложно показать, что обратный образ указанной 1-формы даёт контактную структуру на единичном касательном расслоении SM. Поскольку все эти структуры построены с помощью одной и той же римановой метрики g, можно предположить, что они довольно тесно связаны. О том, как они связаны, и будет доклад. Например, мы покажем, что геодезическое векторное поле гамильтоново относительно указанной симплектической структуры, а его гамильтониан -- просто функция на TM, выдающая половину квадрата длины вектора. Также среди прочего мы покажем, что риманова и симплектическая структуры на TM согласованы, поэтому оно является почти кэлеровым. Не забудем мы обсудить и необходимые/достаточные условия интегрируемости соответствующей почти комплексной структуры (то есть когда TM кэлерово). Для понимания доклада желательно знание основ римановой и симплектической геометрии. Все необходимые определения (метрика Сасаки, каноническая симплектическая форма на кокасательном расслоении) я напомню. Если останется время, мы определим меру Лиувилля \mu на TM и SM, докажем её инвариантность относительно геодезического потока и обсудим условия эргодичности динамической системы (SM, \theta, \mu).

Василий Рогов Геометрические структуры на многообразиях

В начале 1870-ых Феликс Клейн сформулировал революционный взгляд на геометрию, в последствии названный "эрлангенской программой". На современном языке он заключается в следующем: "геометрия" по Клейну это пара из "модельного" многообразия и группы Ли, действующей на нем гладко, эффективно и транзитивно. Естественным обобщением этого является понятие геометрической структуры на многообразии --- покрытия многообразия картами со значениями в модельном многообразии и функциями переклейки в подлежащей группе Ли. Отображение развертки связывает геометрические структуры на данном многообразии с представлениями его фундаментальной группы, которые, в свою очередь, тесно связаны с расслоениями Хиггса. Я расскажу про эти связи и про то, какие теоремы с их помощью можно доказывать.