



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Программа дисциплины "Математический анализ" 3 семестр
для направления 01.03.01 «Математика» подготовки бакалавра

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет математики

**Рабочая программа дисциплины
«Математический анализ» (3 семестр)**

для образовательной программы «Математика»,
направления подготовки 01.03.01 «Математика»
уровень (бакалавр)

Разработчик(и) программы

д. ф.-м. н., проф. Ю.С. Ильяшенко, yulijs@gmail.com

Утверждена Академическим советом образовательной программы
«14» сентября 2018 г., № протокола 18/95

Академический руководитель образовательной программы

Клименко А.В. _____ [подпись]

Москва, 2018

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.



1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» в 1 семестре 2 курса является освоение понятий и результатов абстрактной теории меры и интеграла Лебега.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина является обязательной для изучения студентами 2 курса ОП бакалавриата «Математика» и «Совместный бакалавриат ВШЭ—ЦПМ».

Дисциплина изучается в течение 1—2 модулей.

3. Требования к предварительной подготовке студентов

Изучение дисциплины опирается на курсы математического анализа и введения в топологию, изученные на 1 курсе.

4. Тематический план учебной дисциплины

1. Аксиомы меры (Лебега). Пример неизмеримого множества на окружности
2. Элементарные множества на прямой. Полуаддитивность длины
3. Внешняя мера и ее полуаддитивность
4. Алгебра измеримых множеств
5. Конечная аддитивность меры Лебега
6. Сигма-алгебра измеримых множеств
7. Счетная аддитивность меры Лебега
8. Пример неизмеримого множества на окружности
9. d -мерная мера Хаусдорфа и ее зависимость от d
10. Хаусдорфова размерность. Случай множеств положительной меры Лебега
11. Оценка сверху на хаусдорфову размерность канторова совершенного множества (КСМ)
12. Построение множества фиксированной положительной хаусдорфовой размерности
13. Построение множества нулевой хаусдорфовой размерности
14. Свойства хаусдорфовой размерности при липшицевых и гёльдеровых отображениях
15. Гёльдеровость функции Кантора и оценка снизу на хаусдорфову размерность КСМ
16. Алгебра измеримых функций
17. Сходимость поточечная и почти всюду. Измеримость предельной функции
18. Теорема Егорова
19. Теорема Лузина
20. Алгебра ограниченных простых функций. Определение интеграла Лебега и его существование для ограниченных измеримых функций
21. Элементарные свойства интеграла Лебега: линейность, аддитивность, абсолютная непрерывность
22. Теорема Лебега об ограниченной сходимости
23. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега для суммируемых функций. Теорема Лебега об мажорируемой сходимости
24. Пространство L_1 и его полнота
25. Пространство L_2 и его полнота. Эквивалентность двух определений пространства L_2
26. Общая теорема о продолжении меры



27. Мера и интеграл Лебега—Стилтьеса
28. Прямое произведение мер
29. Теорема Фубини для множеств
30. Теорема Фубини для интегралов
31. Определение заряда. Разложение Хана. Разложение Жордана
32. Теорема Радона—Никодима
33. Теорема о разложении меры
34. *Теорема Рисса о мере
35. *Слабая компактность пространства мер
36. *Теорема Крылова—Боголюбова
37. *Измеримость и дифференцируемость. Функции с ограниченной вариацией

5. Формы контроля знаний студентов. Порядок формирования оценок

Итоговая оценка складывается из шести компонент, оцениваемых по 10-балльной шкале. Однако в случае исключительно хорошей работы студента оценка по каждой из компонент может и превосходить 10.

В итоговую оценку эти компоненты входят со следующим весом:

- домашние задания — 0,2
- участие в семинарах — 0,1
- сдача задач листков — 0,25
- теоретические контрольные — 0,15
- коллоквиум — 0,1
- контрольная в конце первого модуля и письменный экзамен в конце второго модуля — каждый с весом 0,1.

6. Литература

В.А. Зорич. Математический анализ. В 2-х ч. Любое издание

А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. Любое издание.