



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Программа дисциплины "Алгебра" часть 1 (1 семестр)
для направления 01.03.01 «Математика» подготовки бакалавра

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет математики

**Рабочая программа дисциплины
«Алгебра» Часть 1 (1 семестр)**

для образовательной программы «Математика»
направления подготовки 01.03.01 «Математика»
уровень (бакалавр)

Разработчик(и) программы

к. ф.-м. н., проф. В.А. Гриценко, vgritsenko@hse.ru

Утверждена Академическим советом образовательной программы
«14» сентября 2018 г., № протокола 18/95

Академический руководитель образовательной программы

Клименко А.В. _____ [подпись]

Москва, 2018

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.



1. Цели освоения дисциплины

Целями изучения дисциплины «Алгебра» в 1 семестре 1 курса является формирование у студентов структурно-алгебраического мышления и умения видеть общие алгебраические конструкции в различных областях математики и освоение фундаментальных понятий и простейших вычислительных методов современной алгебры.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина является обязательной для изучения студентами 1 курса ОП бакалавриата «Математика».

Дисциплина изучается в течение 1—2 модулей.

3. Требования к предварительной подготовке студентов

Отсутствуют

4. Тематический план учебной дисциплины.

Кольца и поля. Кольцо многочленов над произвольным полем. Основные определения и первые примеры колец и полей. Кольцо целых рациональных чисел и кольцо многочленов над полем из двух элементов как примеры евклидовых колец, алгоритм деления с остатком, наибольший общий элемент и его линейное представление. Сравнения по модулю чисел и многочленов, техника вычислений в кольце вычетов по модулю многочлена. Факториальность кольца целых рациональных чисел и кольца многочленов над полем. Поле комплексных чисел и кольцо целых чисел Гаусса. Поле частных и поле рациональных функций, кольцо формальных степенных рядов. Разложение на простейшие дроби.

Делимость и идеалы. Идеалы и конструкция факторкольца. Конечные поля. Гомоморфизмы колец, первая теорема о гомоморфизма колец. Характеристика поля. Китайская теорема об остатках. Примеры нефакториальных колец.

Группы. Группа обратимых элементов кольца как пример структуры с одной алгебраической операцией. Определение группы и ее простейшие свойства. Порядок элемента, циклические группы и подгруппы. Подгруппы и теорема Лагранжа. Теорема Эйлера и ее обобщения. Прямое произведение групп. Мультипликативный вариант китайской теоремы об остатках. Группа перестановок, разложение перестановки в произведение непересекающихся циклов, определение порядка перестановки, разложение в произведения транспозиций.

Векторные пространства и линейная алгебра. Конечномерные линейные пространства над произвольным полем. Метод Гаусса для векторов, порождающих подпространство, и для решения систем линейных уравнений. Алгоритм нахождения линейных уравнений, задающих линейную оболочку нескольких векторов. Операции с подпространствами. Число различных базисов и число различных подпространств в конечномерном пространстве над конечным полем. Алгебра, комбинаторика и геометрия линейных пространств над конечными полями. Фактор-пространство. Задание гиперплоскости одним уравнением и существование двойственного базиса. Задание произвольного подпространства линейными уравнениями.



Линейные отображения и алгебра матриц матрицы. Ранг матрицы и линейного отображения. Нахождение ядра и образа линейных отображений. Основная теорема линейной алгебры. Обратимые матрицы и общая линейная группа.

Вычисление определителей. Собственные векторы, собственные подпространства и собственные значения линейного оператора. Характеристический и минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Диагонализуемость, препятствия к ней. Нильпотентные операторы. Корневые подпространства, их независимость, разложение в прямую сумму.

5. Формы контроля знаний студентов. Порядок формирования оценок.

По курсу предусмотрены:

- 1) устный коллоквиум после первого модуля (весовой коэффициент оценки 0,1);
- 2) устный экзамен после второго модуля (коэффициент 0,4);
- 3) пять контрольных работ (коэффициент 0,3);
- 4) индивидуальные домашние задания (примерно 4 задания, коэффициент 0,2);
- 5) два листочка с теоретическими задачами.

Все контрольные работы, домашние задания, экзамен и коллоквиум оцениваются в 10 баллов. (Не написанные студентом работы оцениваются в 0 баллов.) По контрольным работам (соответственно, домашним заданиям) выставляется средняя оценка за все работы. Округление итоговой семестровой оценки, найденной с указанными выше весами, производится до ближайшего целого. (8,5 округляется до 9). Предусматриваются дополнительные премиальные баллы: один балл за успешную работу на семинарах (по решению руководителя семинара) и возможные премиальные баллы за лучшие решения трудных теоретических задач курса (по решению лектора).

Студенты, успешно сдавшие ВСЕ задачи первого (соответственно, второго) листочка и имеющие положительные рекомендации от руководителя семинара, освобождаются от коллоквиума (соответственно, экзамена). Студенты, сдавшие большинство задач листочка, освобождаются от одного теоретического вопроса на коллоквиуме (экзамене).

6. Литература

Э.Б. Винберг. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2011.

А.И. Кострикин. Введение в алгебру (в 3 частях). Любое издание.