Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"

Факультет компьютерных наук

Департамент программной инженерии

Рабочая программа дисциплины «Компьютерный практикум по алгебре в среде «Mathematica»

для образовательной программы

Программная инженерия 09.03.04

Разработчики программы

Гайдуков Р.К., ассистент, rgaydukov@hse.ru

Захарьев И.Ю., ассистент, izakharev@hse.ru

Артамонов С.Ю., старший преподаватель, sartamonov@hse.ru

Одобрена на заседании департамента прикладной математики «___»_____ 2018 г.

Руководитель департамента Белов А.В._____

Утверждена «___»_____ 2018 г.

Академический руководитель образовательной программы

Шилов В.В. _____

Москва, 2018

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.

1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины «Компьютерный практикум по алгебре в среде «Mathematica» устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 09.03.04 «Программная нженерия» подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «Компьютерный практикум по алгебре в среде «Mathematica».

Программа разработана в соответствии с:

- образовательным стандартом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный Исследовательский университет «Высшая школа экономики» по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, утвержденным в 2018 г.
- Образовательной программой направления 09.03.04 «Программная инженерия» подготовки бакалавра.
- Рабочим учебным планом университета по направлению 09.03.04 «Программная инженерия» подготовки бакалавра, утвержденным в 2018 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Компьютерный практикум по алгебре в среде «Mathematica» является выработка у студентов навыков решения конкретных задач общей и линейной алгебры. Задачи дисциплины состоят в изучении и практическом освоении современных компьютерных технологий проведения прикладных математических исследований.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать: основные универсальные программные средства компьютерной системы «Mathematica», предназначенные для решения задач общей и линейной алгебры, и критерии оценки эффективности различных компьютерных технологий.

Уметь: выбирать программные средства и профессионально использовать их для решения общей и линейной алгебры

Иметь навыки (приобрести опыт): нахождения адекватных и эффективных путей решения математических задач с помощью компьютерных технологий

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС / НИУ
Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	УК-1
wСпособен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	УК-3
Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)	УК-5

Способен применять основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой при решении научно-исследовательских задач	ПК-1
Способен к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования	ПК-2
Способен использовать методы и инструментальные средства исследования объектов профессиональной деятельности	ПК-3
Способен готовить презентации, оформлять научно-технические отчеты по результатам выполненной работы, публиковать результаты исследований в виде статей и докладов на научно-технических конференциях	ПК-5

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является дисциплиной по выбору и относится к группе Практики, проектная и/или исследовательская работа.

Для освоения учебной дисциплины не требуются знания и компетенции, выходящие за пределы требований к поступающим на программу бакалавриата, и доступно всем студентам, принятым на 1 курс. Изучение данной дисциплины базируется на курсе Алгебры.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

1. Теория вероятностей и математическая статистика;
2. Исследование операций;
3. Дискретная математика;
4. Компьютерная графика

5 Тематический план учебной дисциплины

		Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Теоретическое описание и практическое знакомство с интегрированной математической системой Mathematica.				2	4
2	Матрицы. Определители.				4	8
3	Векторная алгебра. Координаты.				6	12
4	Элементы аналитической геометрии.				8	16
5	Решение систем линейных алгебраических уравнений.				8	16

6	Комплексные числа				2	8
7	Билинейные функции (формы). Решение матричных уравнений				6	16
	Итого по дисциплине	114			36	76

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	1 курс		Параметры **
		Модули		
		2	3	
Итоговый	Экзамен		X	

7 Содержание дисциплины

1 Теоретическое описание и практическое знакомство с интегрированной атематической системой Mathematica. Интерфейс и структуры системы Mathematica. Синтаксис. Виды вычислений: символьные, численные. Символьные вычисления: алгебра, решение алгебраических уравнений, линейная алгебра

2 Матрицы и действия с ними. Определитель квадратной матрицы. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Определитель произведения двух квадратных матриц. Миноры, алгебраические дополнения. Нахождение обратной матрицы. Критерий обратимости. Нахождение собственных чисел и собственных значений.

3 Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве, линейные операции над ними. Базис, координаты векторов в базисе, запись операций над векторами в координатах. Радиус-вектор точки. Декартова система координат. Полярная, сферическая и цилиндрическая система координат. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства и вычисление в координатах. Выражение ортогональной проекции одного вектора на другой. Критерий коллинеарности двух векторов.

4 Объем ориентированного параллелепипеда. Критерий компланарности трех векторов. Уравнения прямых на плоскости. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Вычисление расстояний и углов.

5 Решение систем линейных алгебраических уравнений. Прямые и итерационные методы решения. Прямые методы: метод исключение Гаусса, метод QR-разложения, метод LU-разложения.

6 Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формула Муавра. Действия над комплексными числами. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа

7 Билинейные функции (формы). Билинейные функции, их матрицы. Изменение матрицы билинейной функции при замене базиса. Симметрические билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому (нормальному) виду методом выделения квадратов (алгоритм Лагранжа). Закон инерции квадратичных форм (формулировка). Положительно определенная квадратичная форма, критерий Сильвестра. Линейные отображения и преобразования (операторы) линейных пространств. Ядро и образ (множество значений) линейного отображения. Матрица линейного оператора и ее изменение при замене базиса. Действия над линейными отображениями.

8 Образовательные технологии

Проводятся занятия в компьютерном классе с использованием компьютерной системы Mathematica. Применяются индивидуальные домашние задания.

9 Оценочные средства для аттестации студента

Примеры заданий итогового контроля

1. Используя систему Mathematica, вычислить многочлен $P(A,B)=(A^T+B)^2+3AB-2\det A$ от матриц $A=\begin{pmatrix}4&0&0\\3&5&0\\9&5&2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}7&1&5\\9&1&6\\8&8&10\end{pmatrix}$.
2. Используя систему Mathematica, методом алгебраических дополнений найти обратную матрицу для матрицы $A=\begin{pmatrix}5&3&7&-2\\5&9&0&5\\15&7&-3&8\\3&1&10&-5\end{pmatrix}$. Проверить свой ответ с помощью встроенной функции.
3. Используя систему Mathematica, методом Крамера решить СЛАУ $\begin{cases}4x+4y+8z=16,\\-9x-3y+2z=34,\\x+3y+9z=29\end{cases}$. Проверить полученное решение, используя встроенную функцию.
4. Используя систему Mathematica, методом Гаусса решить СЛАУ $\begin{cases}x_1+6x_2-9x_3-4x_4=-49,\\3x_1-2x_2+3x_3-3x_4=4,\\-9x_1-4x_2-5x_3+7x_4=26,\\-6x_1-9x_2+7x_3+8x_4=68\end{cases}$. Проверить полученное решение, используя встроенную функцию.
5. Используя систему Mathematica, для трех вершин параллелограмма $A(1,2)$, $B(-1,3)$, $C(-4,2)$ найти уравнение стороны AD; уравнение высоты, опущенной из B на AD и ее длину; уравнение диагонали BD; угол между диагоналями параллелограмма ABCD. Сделать иллюстрацию.
6. Используя систему Mathematica, для точек $A(1,-2,0)$, $B(1,3,1)$, $C(-1,2,3)$, $D(-2,1,-1)$ найти скалярное произведение векторов AC и AD; векторное

произведение AB и CD; Объем пирамиды ABCD; уравнение плоскостей ABC и ABD и угол между ними; расстояние от B до плоскости ACD. Сделать иллюстрацию.

7. Используя систему Mathematica, исследуйте систему векторов $a_1 = (2,1,1,1)$, $a_2 = (1,1,3,-2)$, $a_3 = (0,-1,-5,3)$, $a_4 = (3,1,-1,0)$ на линейную зависимость. Для линейно-независимой подсистемы постройте ортонормированную систему, используя процедуру ортогонализации Грама-Шмидта. Дополните полученную систему до базиса в R^4. Постройте матрицу перехода T от стандартного базиса пространства R^4 к построенному базису. Найдите координаты линейно-зависимых векторов исходной системы в новом базисе.
8. С помощью компьютерной системы Mathematica найти корни многочлена $3x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 18x - 12$ и разложить его на множители над **R** и **C.**
9. С помощью компьютерной системы Mathematica используя обратную матрицу решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 20, \\ 2x_1 - x_3 = 14, \\ x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$.
10. С помощью компьютерной системы Mathematica решить уравнение $z^2 - (7+i)z + 18 + i = 0$.
11. С помощью компьютерной системы Mathematica найти ортонормированный базис из собственных векторов матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
12. С помощью компьютерной системы Mathematica найти значения параметра a, при которых оператор $L: \ddot{Y}^2 \to \ddot{Y}^2$, матрица которого в стандартном базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, является диагонализируемым. Для найденных значениях параметра a найти диагональную форму матрицы этого оператора, базис в котором она получается и матрицу перехода к нему.

10 Порядок Формирования оценки по дисциплине

Оценку за работу на практических занятиях $O_{текущая}$ преподаватель выставляет в рабочую ведомость на каждом занятии. Накопленная оценка $O_{накопленная}$ вычисляется как среднее арифметическое оценок $O_{текущая}$ за все занятия. В случае пропуска занятий по уважительной причине студенту предоставляется возможность получить оценки за пропущенные занятия. Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом: $O_{результ} = 0{,}5 * O_{накопленная} + 0{,}5 * O_{экзамен}$.Округление результирующей оценки производится до целого по арифметическим правилам. На пересдаче студенту предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Базовый учебник

Е. М. Воробьев, Введение в систему символьных, графических и численных расчетов «Математика». М.:Диалог-МИФИ. 2005.

Основная литература

Е. М. Воробьев, Компьютерный практикум по математике. Математический анализ. Линейная алгебра: учебное пособие - М. ДУ, 2009, 604 с.
А.И.Кострикин, Введение в алгебру. Ч.1. Основы алгебры. Ч.2. Линейная алгебра. Ч.3, Основные структуры алгебры -М.: ЦНМО, 2012.
Сборник задач по алгебре под редакцией А.И.Кострикина.-М.:МЦНМО, 2

Дополнительная литература

В.П. Дьяконов, Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. – М.: ДМК Пресс, 2008.
Я.К. Шмидский. Самоучитель Mathematica 5. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004