



**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет компьютерных наук
кафедра технологий моделирования сложных систем

**Рабочая программа дисциплины
Современные матричные вычисления**

для образовательной программы «Науки о данных»
направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика
уровень (магистр)

Разработчик программы
Делицын Андрей Леонидович, д.ф.-м.н., delitsyn@mail.ru

Одобрена на заседании кафедры технологий моделирования сложных систем
«__»_____ 201_ г.

Зав. кафедрой

А.Н. Соболевский

Утверждена Академическим советом образовательной программы

Академический руководитель образовательной программы
С.О.Кузнецов

Москва, 2018

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает требования к образовательным результатам и результатам обучения студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих дисциплину «Современные матричные вычисления», учебных ассистентов и студентов направления подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», обучающихся по магистерской программе «Науки о данных».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»;
- Рабочим учебным планом магистерской программы «Науки о данных» направления подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденным в 2018 г.

2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Современные матричные вычисления» являются овладение методами вычислительной линейной алгебры, технологией разреженных матриц, технологиями высокопроизводительных вычислений. Методы вычислительной линейной алгебры и матричные вычисления являются базовым компонентом при решении различных задач статистического анализа, обработки изображений, предсказательного моделирования. Владение основными алгоритмами матричных вычислений необходимо в любой сфере математического моделирования.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать основные понятия и методы современных матричных вычислений;
- понимать природу изучаемых методов и их место в общей системе математического моделирования;
- уметь применять изученные методы матричных вычислений в задачах математического моделирования сложных систем.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность использовать в профессиональной деятельности знания в области современных матричных вычислений	ИК-М7.1 пми	Студент дает определение понятий, применяет изученные методы при решении задач	Лекции и семинары, домашние задания
Способность строить и решать задачи матрично-	ИК-М7.2		



Компетенция	Код по ФГОС/НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
го анализа и вычислительной линейной алгебры	пми		
Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности аппарат современных матричных вычислений	ИК-М7.3 пми		

4 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать основные понятия и методы вычислительной линейной алгебры и современных матричных вычислений;
- понимать природу изучаемых методов и их место в общей системе математического моделирования;
- уметь применять изученные матричные методы в математическом моделировании.

В результате освоения дисциплины студент осваивает компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность использовать в профессиональной деятельности знания в области математического моделирования	ИК-М7.1 пми	Студент дает определение понятий, применяет изученные методы при решении задач	Лекции и семинары
Способность строить и решать матричные задачи	ИК-М7.2 пми		
Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности аппарат вычислительной линейной алгебры и современные матричные вычисления	ИК-М7.3 пми		



5 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Для специализации «Технологии моделирования сложных систем» настоящая дисциплина является базовой.

Изучение курса «Современные матричные вычисления» требует предварительных знаний в объеме первых курсов стандартной бакалаврской программы по направлению Прикладная математика и информатика или другой смежной программы.

6 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары и практика	
1	Канонические формы матриц	46	2	8	36
2	Прямые методы решения систем линейных уравнений с разреженными матрицами	46	2	8	36
3	Итерационные методы решения систем линейных уравнений с разреженными матрицами	46	2	8	36
4	Алгебраическая проблема собственных значений	46	2	8	36
5	Матричные параллельные вычисления	44	2	6	36
	Итого	228	10	38	180

7 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	2 год				Параметры **
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Контрольная работа			1		письменная работа 60 минут
	Домашнее задание			1	1	реализация матричных алгоритмов 360 минут
Итоговый контроль	Экзамен					Устный экзамен, защита домашнего задания



8 Содержание дисциплины

Приведение матрицы к канонической форме. Теорема Шура. Жорданова форма матрицы. Принцип минимакса и некоторые его приложения. Сингулярные числа. SVD-разложение.

Прямые методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса и LR-разложение. Факторизация Холецкого симметричной положительно определенной матрицы. Уравнения с симметричной знакоопределенной матрицей и методы их решения.

Системы линейных уравнений с разреженными матрицами. Lentочный и профильный методы. Обратный алгоритм Катхил-Макки уменьшения профиля матрицы.

Представление структуры разреженной матрицы в виде графа. Минимизация заполнения. Методы параллельных и вложенных сечений. Метод минимальной степени.

Теплицевы матрицы.

Метод сопряженных градиентов для систем уравнений с симметричной матрицей.

Метод бисопряженных градиентов для несимметричных матриц. Сходимость метода.

Системы разреженных линейных уравнений с несимметричной матрицей. GMRES. Методы предобуславливания.

Алгебраическая проблема собственных значений для симметричных плотных матриц. Приведение симметричной матрицы к трехдиагональному виду ортогональными преобразованиями.

Методы Гивенса и Хаусхолдера. Теорема Штурма и метод бисекций.

Алгебраическая проблема собственных значений для несимметричных плотных матриц. Приведение несимметричной матрицы к квазитреугольной форме. QR-алгоритм.

Алгебраическая проблема собственных значений для разреженных матриц Метод одновременных итераций.

Метод Ланцоша для симметричной проблемы собственных значений. Сходимость метода. Метод минимизации следа.

Биортогональный метод Ланцоша для несимметричной проблемы собственных значений. Метод Арнольди.

Увеличение производительности алгоритмов линейной алгебры в блочных алгоритмах. Некоторые пакеты линейной алгебры и их оболочки (LAPACK, BLAS, IMSL, MKL). Анализ ошибок округления в прямых методах решения системы линейных уравнений.

9 Образовательные технологии

Лекции, семинары, домашние работы, включающие реализацию алгоритмов вычислительной линейной алгебры, контрольные работы.

10 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

10.1 Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля

Примерный список вопросов для текущего контроля.

1. Приведение матрицы к канонической форме. SVD-разложение.
2. Прямые методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса и LR-разложение. Факторизация Холецкого симметричной положительно определенной матрицы
3. Представление структуры разреженной матрицы в виде графа. Минимизация заполнения. Методы параллельных и вложенных сечений. Метод минимальной степени.



Теплицевы матрицы.

4. Метод сопряженных градиентов для систем уравнений с симметричной матрицей.

Метод бисопряженных градиентов для несимметричных матриц. Сходимость метода.

5. Алгебраическая проблема собственных значений для симметричных плотных матриц. Алгебраическая проблема собственных значений для несимметричных плотных матриц. Приведение несимметричной матрицы к квазитреугольной форме. QR-алгоритм.

6. Алгебраическая проблема собственных значений для разреженных матриц Метод одновременных итераций.

7. Метод Ланцоша для симметричной проблемы собственных значений. Биортогональный метод Ланцоша для несимметричной проблемы собственных значений.

10.2 Примеры заданий промежуточной аттестации

Реализация алгоритмов матричных вычислений.

1. Факторизация Холецкого симметричной положительно определенной матрицы

2. Метод сопряженных градиентов для систем уравнений с симметричной матрицей.

3. Метод бисопряженных градиентов для несимметричных матриц.

4. Метод Ланцоша для симметричной проблемы собственных значений. Биортогональный метод Ланцоша для несимметричной проблемы собственных значений.

11 Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских и практических занятиях, оценки за которую выставляет в рабочую ведомость. Результирующая оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем - $O_{аудиторная}$.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: (правильность выполнения домашнего задания). Результирующая оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед промежуточным или итоговым контролем – $O_{сам. работа}$.

Накопленная оценка за текущий контроль в третьем модуле учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{накопленная 1} = 0,5 \cdot O_{к/р} + 0,5 \cdot O_{сам. работа}.$$

Накопленная оценка за текущий контроль в четвертом модуле учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{накопленная 2} = 1 \cdot O_{сам. работа}.$$

Результирующая накопленная оценка вычисляется по формуле

$$O_{накопленная} = (O_{пром./э} + O_{накопл2})/2.$$

В диплом выставляется результирующая оценка по учебной дисциплине, которая формируется по формуле

$$O_{результ} = 0,5 \cdot O_{экзамен} + 0,5 \cdot O_{накопленная}.$$



Способ округления оценок: арифметический.

Таблица соответствия оценок по десятибалльной и пятибалльной системе

По десятибалльной шкале	По пятибалльной системе
1 – неудовлетворительно 2 – очень плохо 3 – плохо	неудовлетворительно – 2
4 – удовлетворительно 5 – весьма удовлетворительно	удовлетворительно – 3
6 – хорошо 7 – очень хорошо	хорошо – 4
8 – почти отлично 9 – отлично 10 – блестяще	отлично – 5

12 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

12.1 Базовый учебник

1. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир. 1999.

12.2 Основная литература

1. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир. 1999.
2. Е.Е. Тыртышников. Методы численного анализа. Москва. 2006.

12.3 Дополнительная литература

1. Дж. Х. Уилкинсон. Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука. 1970.
2. Б. Парлетт. Симметричная проблема собственных значений. М.: Мир. 1983.
3. А. Джордж, Дж. Лю. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир. 1984.
4. С. Писсанецки. Технология разреженных матриц. М.: Мир. 1988.
5. Х. Д. Икрамов. Несимметричная проблема собственных значений. М.: Наука. 1991
6. P. Ciarlet. Handbook of numerical analysis. The finite element method for elliptic problems. Elsevier. 2002.

12.4 Программные средства

Для успешного освоения дисциплины, студент использует следующие программные средства:

Языки программирования и интерпретаторы C/C++, MATLAB, Python.