

# Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится **20 декабря 2018 года**

Семинар пройдет в аудитории **306, Усачева б. Начало в 18:30.**

## **Вадим Вологодский** Some term project problems

I will discuss several problems in Algebraic Geometry accessible to 3rd and 4th year Bachelor students interested in this area. Let  $X$  be a smooth proper geometrically rational surface over a field  $K$  (that is a surface over  $K$  which becomes birationally isomorphic to  $P^2$  after the base change to an algebraic closure of  $K$ ).

Conjecture 1. There exists an integer  $N$  (possible, one can take  $N=30$ ) with the following property: if geometrically rational surface over  $K$  has an  $L$ -point, where  $L$  is finite extension of  $K$  of degree coprime to  $N$ , then  $X$  has a  $K$ -point. Similarly, if  $X_L$  is rational, then  $X$  is rational.

I will explain Springer's proof of this result for quadrics (where  $N=2$ ) and a classification of geometrically rational surfaces due to Iskovskikh and a possible strategy in general. Then I will recall Andre Weil's construction of a measure on the set of  $K$ -points of a smooth algebraic variety  $X$  over a local non-archimedean field  $K$  (e.g.  $Q_p$ ) associated to a top degree differential form on  $X$ .

Conjecture 2. Assume that  $X$  and  $Y$  are smooth projective varieties over  $K$  such that the derived categories of coherent sheaves on  $X$  and  $Y$  are equivalent. Then the measures of the sets  $X(K)$  and  $Y(K)$  (with respect to a natural identifications of the vector spaces of global top degree differential forms on  $X$  and  $Y$ ) are equal. In this generality the conjecture is out of reach. But there are two basic examples: an abelian variety and its dual and some  $K3$  surfaces. I will explain these two.

## **Гриша Папаянов** Кошулева двойственность и теорема Пуанкаре--Биркгоффа--Витта

Теорема Пуанкаре-Биркгоффа-Витта вычисляет размер универсальной обертывающей алгебры для алгебры Ли. Точнее, она утверждает, что универсальная обёртывающая алгебра, как векторное пространство, изоморфна симметрической алгебре от алгебры Ли. Я расскажу про принадлежащее Посицельскому простое доказательство этого факта (в характеристике ноль), использующее, по существу, только то, что когомологии де Рама векторного пространства одномерны. Для понимания доклада потребуются только минимальные знания гомологической алгебры --- достаточно иметь представление о том, что такое функтор  $\text{Ext}$ .