

Программа учебной дисциплины «Алгебра»

Утверждена

Академическим советом ООП
Протокол № 3 от «30» июня 2015 г.

Автор	Жужома Е.В.
Число кредитов	3
Контактная работа (час.)	40
Самостоятельная работа (час.)	74
Курс	1
Формат изучения дисциплины	Без использования он-лайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Алгебра» являются формирование и развитие у студентов структурно-алгебраического мышления и умения видеть общие алгебраические конструкции в различных областях математики, и знакомство с базисными алгебраическими структурами – группами, коммутативными кольцами и полями, векторными пространствами и алгебрами, а также с их гомоморфизмами.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные определения и результаты предмета.
- Уметь решать типовые теоретические и вычислительные задачи.
- Иметь навыки (приобрести опыт) применения методов в смежных теоретических и прикладных областях.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» (программа средней общеобразовательной школы). Студенты должны владеть знаниями и компетенциями, соответствующими школьной программе по математике:

- простейшие представления о системе вещественных (действительных) чисел;
- алгебраические операции над вещественными числами и свойства этих операций.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении всех естественнонаучных дисциплин, в числе которых:

- «Дифференциальные уравнения»,
- «Методы оптимизации»,
- «Теория игр и исследование операций»,
- «Эконометрика»,
- «Теория вероятностей и математическая статистика»,

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Полугруппы, моноиды, группы

Основные определения теории групп. Базовые примеры.

Раздел 2. Гомоморфизмы и изоморфизмы

Ядро и образ гомоморфизма. Внутренние изоморфизмы.

Раздел 3. Аддитивная группа целых чисел

Теорема о делении с остатком. Группы вычетов.

Раздел 4. Смежные классы. Теорема Лагранжа

Левые и правые смежные классы. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа.

Раздел 5. Циклические группы. Перестановки

Образующие элементы. Циклические группы. Конечные и бесконечные циклические группы. Группа перестановок. Циклы и транспозиции. Представление перестановки в виде произведения транспозиций.

Раздел 6. Кольца и поля

Определение кольца и поля. Кольцо вычетов. Применение кольца вычетов для шифра сдвига в криптографии. Аффинный шифр. Поле вычетов.

Раздел 7. Векторные пространства. Алгебра

Определение векторного пространства. Базовый пример. Базис и размерность векторного пространства. Определение алгебры. Примеры.

Раздел 8. Алгебра многочленов. Теорема Безу

Определение алгебры многочленов. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.

Раздел 9. Расширения полей. Основная теорема алгебры.

Расширения числовых полей. Поле комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Студент должен продемонстрировать хорошее владение определениями и основными теоремами, а также умение доказывать теоремы и решать типовые задачи. Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале. При проведении контролей осуществляется выдача индивидуальных и общих заданий.

Результатом проверки работы является оценка, выставляемая по 10-ти балльной шкале в соответствии со следующими критериями:

высшая оценка в 10 баллов выставляется при отличном выполнении задания, то есть при наличии полных (с детальными пояснениями и культурой выкладок), оригинальных и правильных решений задач, дополненных при необходимости документами, полученными в результате реализации (проверки) решения в компьютерной вычислительной среде, верных ответов и высококачественного оформления работы.

оценка в 7-8-9 баллов выставляется при наличии решений задач и правильных ответов, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных выкладок или пояснений, качественного оформления, представления алгоритма или последовательности решения задач.

Оценка в 6 баллов выставляется при наличии отдельных неточностей в ответах (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задач не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера).

Оценка в 5 баллов выставляется в случаях, когда в ответах и в решениях задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам.

Оценка в 4 балла выставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знаниях по контролируемой тематике.

Оценка в 3 балла выставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в представленной работе.

Оценка в 2 балла выставляется при полном отсутствии положительных моментов в представленной работе.

Оценка в 1 или 0 баллов выставляется в случаях, когда небрежные записи, неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме и предмету в целом.

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских занятиях: оценивается правильность решения задач на семинаре. Результирующая оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских занятиях также заносится в рабочую ведомость.

Накопленная оценка за текущий контроль (4 модуль) учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 0,5 \cdot O_{\text{к/р}} + 0,5 \cdot O_{\text{дз}}$$

Результирующая оценка за итоговый контроль в форме экзамена выставляется по следующей формуле, где $O_{\text{экзамен}}$ – оценка за работу непосредственно на экзамене:

$$O_{\text{итоговый}} = 0,5 \cdot O_{\text{экзамен}} + 0,5 \cdot O_{\text{накопленная}}$$

Способ округления оценок – арифметический.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для текущего и промежуточного контроля студента. Ниже приводятся примерные задания по каждой теме, которые используются как для текущего контроля (в качестве самостоятельных работ студентов), так и для промежуточного контроля (аудиторной контрольной работы).

Тематика заданий текущего контроля (примерные задания самостоятельных работ).

1. Для заданного набора перестановок найти их композицию.
2. Разложить данную перестановку в композицию элементарных циклов.
3. Доказать, что данное множество с определенной операцией является группой. Указать нейтральный элемент. Найти элементы конечного порядка.
4. Разделить многочлен на одночлен по схеме Горнера.
5. Найти произведение двух многочленов, заданных над некоторым полем вычетов.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Понятие полугруппы и группы. Основные примеры.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Внутренние изоморфизмы.
3. Ядро и образ гомоморфизма и изоморфизма.
4. Группы вычетов. Группы перестановок.
5. Кольца и поля. Основные примеры.
6. Векторные пространства и алгебры.
7. Алгебра многочленов. Теорема Безу.
8. Поле комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

V. РЕСУРСЫ

5.1 Основная литература

1. Городенцев, А.П. Алгебра: учебник для студентов-математиков. Ч. 1 / А.П.Городенцев. - М.: Изд-во МЦНМО, 2013. - 485 с.
2. Гельфанд, И.М. Алгебра: [учебное пособие] / И.М.Гельфанд, А.Шень. - 3-е изд.; стер. - М.: Изд-во МЦНМО, 2014. - 144 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В.Беклемишев. - 9-е изд.; испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Гриф МО РФ
2. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре / Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петрович, И.А.Чубаров. - 3-е изд. – СПб.: Лань, 2001
3. Сборник задач по алгебре: учебник / под ред. А.И.Кострикина. - 3-е изд.; испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 464 с.
4. Сборник задач по алгебре : учебное пособие: в 2 т. Т. 1 : Часть I: Основы алгебры. Часть II: Линейная алгебра и геометрия / под ред. А.И.Кострикина. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
5. Сборник задач по алгебре: учебное пособие : в 2 т. Т. 2 : Часть III: Основные алгебраические структуры / под ред. А.И.Кострикина. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 168 с.

5.3 Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS или Microsoft Windows 10	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2.	Matlab	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

5.4 Материально-техническое обеспечение дисциплины

При осуществлении образовательного процесса используется следующая материально-техническая база:

1. Аудитория с проектором и компьютером, возможность подключения ноутбука.
2. Маркерная или обычная доска.