

Программа учебной дисциплины «Математическая физика»

Утверждена

Академическим советом ООП

Протокол № 2 от «_27_» июня 2018 г.

| | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| Автор | Д.ф.-м.н., профессор Абрашкин А.А. |
| Число кредитов | 8 |
| Контактная работа (час.) | 132 |
| Самостоятельная работа (час.) | 172 |
| Курс | 1 |
| Формат изучения дисциплины | Без использования онлайн курса |

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Математическая физика» являются углубленное изучение основных уравнений математической физики и различных способов их решения, применение методов математического анализа функций одной и нескольких вещественных переменных к решению уравнений в частных производных, а также применение полученных знаний к анализу различных физических моделей.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать основные определения и уравнения математической физики.
- Уметь решать типовые теоретические и вычислительные задачи.
- Иметь навыки (приобрести опыт) применения методов математического анализа в области физики.

Изучение данной дисциплины базируется на естественно-научных дисциплинах программы средней общеобразовательной школы.

Изучение данной дисциплины базируется на хорошем владении математическим аппаратом математического анализа и на знания из курса обыкновенных дифференциальных уравнений, усвоенных студентами на 1 и 2 курсах. Данный курс позволяет на примерах решения важных прикладных задач продемонстрировать возможности математических методов, указать степень их корректности и неразрывную связь между математикой и физикой.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

III. Введение

Характеристика предмета, его основных понятий. Уравнение малых колебаний струны. Уравнение продольных колебаний стержней и струн. Поперечные колебания мембраны. Великие уравнения физики - уравнения Навье-Стокса, Максвелла, Шредингера, и их связь с основными уравнениями математической физики. Дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными. Граничные и начальные условия. Постановка краевых задач. Классификация уравнений второго порядка. Характеристики. Каноническая форма линейных уравнений с двумя постоянными.

IV. Гиперболические уравнения

Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Физическая интерпретация. Понятие характеристик. Неоднородное волновое уравнение. Колебания на полубесконечной прямой. Задачи для ограниченного отрезка. Дисперсия волн. Метод разделения переменных. Представление произвольных колебаний в виде суперпозиции стоячих волн. Акустические волны. Инварианты Римана. Уравнение Хопфа. Понятие ударной волны и математические аспекты ее описания.

V. Параболические уравнения

Линейная задача о распространении тепла. Уравнение диффузии. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Задача Дирихле как задача определения стационарного распределения температуры по заданной температуре границы области. Постановка задач для одномерного уравнения теплопроводности. Принцип максимума для этого уравнения. Метод разделения переменных. Задача о диффузии вихревой нити в вязкой жидкости. Понятие δ -функции. Автомодельные решения. Функция источника (функция Грина).

VI. Эллиптические уравнения

Краевые задачи для уравнения Лапласа. Гармонические функции. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формулы Грина. Основные свойства гармонических функций. Уравнение Пуассона. Приложения к гидро- и электродинамике. Теоремы единственности для внутренних и внешних краевых задач для уравнения Лапласа. Решение краевых задач для простейших областей методом разделения переменных. Функция Грина для оператора Лапласа. Гармонические потенциалы. Теория потенциала. Бигармоническое уравнение.

VII. Специальные функции математической физики

Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Функции Ханкеля. Функция Неймана. Общее решение уравнения Бесселя. Асимптотическое поведение цилиндрических функций. Цилиндрические функции чисто мнимого аргумента. Классические ортогональные полиномы. Дифференциальное уравнение. Формула Родрига. Производящая функция. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Полиномы Лагерра. Полиномы Эрмита. Сферические и шаровые функции. Простейшие задачи для уравнения Шредингера.

VIII. Эволюционные уравнения, описывающие нелинейные физические процессы

Уравнения Бюргерса и Кортевега-де-Вриза. Физический смысл входящих в них членов. Точные решения этих уравнений (периодические волны, солитоны, бризеры). Метод многомасштабных разложений (общая характеристика). Нелинейное уравнение Шредингера и его приложения. Модуляционная неустойчивость. Волны огибающей.

При реализации учебной работы предполагается разбор теоретических вопросов и практических задач в рамках теоретических и практических занятий.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Формы контроля знаний студентов

| Тип контроля | Форма контроля | Модули | | | | |
|--------------|--------------------|--------|------------|---|---|-----------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | Способ опроса |
| Текущий | Контрольная работа | | 7-я неделя | | | Письменная работа 120 минут |
| Итоговый | Экзамен | | | | * | Устный опрос |

По формам итогового контроля при выставлении оценок учитывается способность студента распознавать тип поставленной задачи, обосновывать применимость метода решения, применить необходимый метод, интерпретировать полученный результат, оценить влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи.

Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляются при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы, правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении,

почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных примеров или обобщений, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,

оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,

оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,

оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,

оценка в 1 балл проставляется, когда неправильные ответы и решения, кроме того,

сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских занятиях: оценивается правильность решения задач на семинаре. Оценки за работу на семинарских занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Результирующая оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских занятиях также заносится в рабочую ведомость.

Результирующая оценка выставляется, как среднее арифметическое трех оценок: за контрольную работу, за итоговый экзамен и накопленной оценки. Она вычисляется по формуле:

$$O_{\text{итоговая}} = (O_{\text{контр.раб.}} + O_{\text{экзамен}} + O_{\text{аудитор}}) / 3$$

Способ округления – арифметический.

В зависимости от уровня подготовленности потока студентов коэффициенты в указанных формулах могут быть изменены.

Полученный после округления этой величины до целого значения результат и **выставляется** как **результирующая оценка по 10-балльной шкале** по учебной дисциплине в экзаменационную ведомость. В экзаменационную ведомость выставляется также и оценка по данной дисциплине **по 5-и балльной системе**, получаемая из оценки по десятибалльной шкале в соответствии со следующей таблицей соответствия

Таблица соответствия оценок по десятибалльной и пятибалльной системам.

| По десятибалльной шкале | По пятибалльной шкале |
|---|-------------------------|
| 1 – неудовлетворительно 2 – очень плохо 3 – плохо | Неудовлетворительно - 2 |
| 4 – удовлетворительно 5 – весьма удовлетворительно | удовлетворительно - 3 |
| 6 – хорошо 7– очень хорошо | хорошо - 4 |
| 8 – почти отлично 9 – отлично 10 – блестяще | отлично - 5 |

При результирующей оценке менее 4-х баллов (по 10 – ти балльной шкале) студент имеет право на одну пересдачу и на одну пересдачу с комиссией. При ранее полученной результирующей оценке 4 и более баллов пересдачи не допускаются.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Перечень вопросов к экзамену по всему курсу полностью определяется приведенным выше содержанием курса. Решения типовых задач, которые будут предложены на экзаменах, будут рассматриваться на семинарах и предлагаться в качестве домашних заданий.

Приведем некоторые из них:

1. Зная определение градиента, дивергенции, ротора и лапласиана в декартовых координатах, получить выражение для них в полярных координатах.
2. Записать уравнения для распространения электромагнитных волн в вакууме.
3. Привести к каноническому виду уравнение:

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 6u_y = 0$$

4. Найти общее решение уравнения:

$$u_{xx} - 2\sin x u_{xy} - \cos^2 y u_{yy} - \cos x u_y = 0$$

5. Найти решение уравнения

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0,$$

удовлетворяющее начальным условиям $u|_{y=0} = 3x^2$; $u_y|_{y=0} = 0$

6. К струне, концы которой закреплены неподвижно, начиная с момента $t = 0$, приложена непрерывно распределенная поперечная сила, линейная плотность которой равна $f(x, t)$. Поставить краевую задачу для определения поперечных отклонений $u(x, t)$ точек струны при $t > 0$.
7. Однородная струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имеет в начальный момент времени форму параболы, симметричной относительно перпендикуляра, проведенного через точку $x = l/2$. Определить смещение точек струны от прямолинейного положения равновесия, предполагая, что начальная скорость отсутствует.
8. Найти решение уравнения

$$u_t = a^2 u_{xx} \quad (0 < x < l; \quad t > 0),$$

$$\text{удовлетворяющее условиям } u(0,t) = u(l,t) = 0, t > 0 \text{ и } u(x,0) = \begin{cases} x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ l-x & \text{при } \frac{1}{2} \leq x \leq l \end{cases}$$

9. Найти сингулярные решения уравнения $\Delta u + k^2 u = 0$.

V. РЕСУРСЫ

5.1 Основная литература

- [1] Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.Н. Самарский. – М.: Наука, 2004.
- [2] Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. СПб.: Лань, 2008.
- [3] Малов Ю.И., Мартинсон Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики. Изд-во МГТУ им. Баумана, 2011.

5.2 Дополнительная литература

- [4] Свешников, А.Г. Лекции по математической физике: учебное пособие для вузов / А.Г. Свешников, А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов. – М.: Высшая школа, 2003.
- [5] Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики / М.: Высшая школа, 2003.

5.3 Программное обеспечение

| № п/п | Наименование | Условия доступа |
|-------|---|--|
| 1. | Microsoft Office Professional Plus 2013 | <i>Из внутренней сети университета</i> |

5.4 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

| № п/п | Наименование | Условия доступа |
|-------|---|--|
| | <i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i> | |
| 1. | Электронные образовательные ресурсы | <i>Договор на использование электронных баз данных/по подключению и обеспечению доступа к базам данных</i> |
| | <i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i> | |

| | | |
|----|----------------------|--|
| 1. | Открытое образование | URL: https://openedu.ru/ |
|----|----------------------|--|

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных и практических занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине имеют возможность подключения к сети Интернет и доступ к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.