

**Программа учебной дисциплины**  
**«Дискретные модели и сложность алгоритмов»**

Утверждена  
Академическим советом ООП  
Протокол № от «\_\_»\_\_\_\_20\_\_ г.

Автор	Малышев Д.С., д. ф.-м. н., доц., dsmalyshev@rambler.ru
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	60
Самостоятельная работа (час.)	130
Курс	1
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн-курса

**I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целями освоения дисциплины «Дискретные модели и сложность алгоритмов» являются подготовка в области основ гуманитарных, социальных, экономических, математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально профилированного (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями, способствующими его социальной мобильности и устойчивости на рынке труда.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Дискретная математика», «Основы и методология программирования», «Алгоритмы и структуры данных».

**II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Модели вычислений. 16 проблема Гильберта и ее роль в формировании понятия алгоритма. Машина Тьюринга-Поста. Алгоритмы Маркова. Методика Флойда верификации тьюринговых программ. Понятие об измерении временной и пространственной сложности алгоритмов.

Анализ алгоритмов. Виды асимптотических оценок алгоритмов.  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ -символика и другие сведения из математического анализа, необходимые для асимптотического оценивания алгоритмов. Амортизационные оценки. Методы доказательства амортизационных оценок. Амортизационный анализ работы двоичного счетчика.

Структуры данных.

Понятие об абстрактных структурах данных. Список, как абстрактная структура данных, ее конкретные реализации в машинной памяти (прямой и последовательный доступы).

Структура данных – разделенное множество. Реализации разделенных множеств при помощи списков, с помощью деревьев со сжатием и без сжатия путей.

Оценки трудоемкости операций, теорема Тарьяна.

Структура данных – приоритетная очередь.

Реализация приоритетных очередей на основе завершенных d-арных деревьев. Комбинаторные свойства таких деревьев.

Комбинаторные свойства левосторонних деревьев, реализация приоритетных очередей на их основе, оценки выполнения основных операций.

Комбинаторные свойства биномиальных деревьев. Реализация приоритетных очередей на основе биномиальных деревьев с оценками трудоемкостей.

Фибоначчиевы кучи, оценки трудоемкости операций.

2.4. Структура данных – поисковое дерево. Критерии и способы балансировки поисковых деревьев. Красно-черные деревья и их комбинаторные свойства. AVL-деревья и их комбинаторные свойства. B-деревья и их комбинаторные свойства.

Алгоритмы и их эффективные реализации

Задача сортировки данных и ее решение пирамидальной сортировкой.

Задача о минимальном остовном дереве, ее решение при помощи разделенных множеств.

Задача о кратчайших путях в графе и ее решение с использованием приоритетной очереди.

Задача о поиске пары пересекающихся отрезков на плоскости, ее решение при помощи поисковых деревьев.

Комбинированное использование различных структур данных в рамках одного алгоритма (например, Round Robin).

Эффективная разрешимость и «труднорешаемость» дискретных задач. Классы сложности P, NP, NPC, гипотеза PNP. Подходы к решению NP-полных задач: выделение эффективно решаемых случаев, построение приближенных и эвристических алгоритмов.

Строковые алгоритмы. Алгоритмы поиска фрагментов в текстах («наивный» и Кнута-Морриса-Пратта). Суффиксные деревья и алгоритмы (по МакКрейту и Укконену) их построения. Доказательство оценок трудоемкости.

### III. ОЦЕНИВАНИЕ

На оценку за промежуточный и итоговый контроль влияют оценки за выполнение контрольной работы, домашнего задания и экзамена (Оконтр, Од/з и Оэкзамен соответственно). В диплом выставляется результирующая оценка по учебной дисциплине, которая формируется по следующим формулам:

Опромежуточный =  $0.5 * \text{Оконтр.} + 0.5 * \text{Оэкс1}$

Онакопленная =  $\frac{2}{3} * \text{Опромежуточный.} + \frac{1}{3} * \text{Од/з}$

Одисциплина =  $0.6 * \text{Оэкс2} + 0.4 * \text{Онакопленная}$

Способ округления оценок арифметический.

### IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## **Оценочные средства для текущего контроля студента**

Тематика заданий текущего контроля

Тематика лабораторных работ:

Нахождение кратчайших путей в графе

Нахождение минимального остовного дерева

Построение выпуклой оболочки системы точек на плоскости

Поиск пары пересекающихся отрезков на плоскости

Варианты лабораторной работы для каждого студента утверждаются преподавателем в индивидуальном порядке.

## **Оценочные средства для промежуточной аттестации**

Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу.

Формализации понятия алгоритма посредством машины Тьюринга-Поста и алгоритмов Маркова.

Методика Флойда верификации тьюринговых программ и пример ее работы.

$O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ -символика и другие сведения из математического анализа, необходимые для асимптотического оценивания алгоритмов. Амортизационные оценки.

Понятие об абстрактных типах данных и структурах данных для их реализации в памяти прямого доступа. Примеры абстрактных типов данных.

Разделенные множества. Способы представления разделенных множеств с оценками трудоемкости операций. Теорема Тарьяна. Примеры алгоритмов эффективно использующих разделенные множества.

Реализация разделенных множеств с помощью списков, оценки трудоемкости операций.

Реализация разделенных множеств с помощью деревьев без сжатия путей, оценки трудоемкости операций.

Реализация разделенных множеств с помощью деревьев со сжатием путей, оценки трудоемкости операций.

Комбинаторные свойства  $d$ -деревьев. Оценка высоты  $d$ -кучи, состоящей из  $n$  элементов.

Реализация приоритетной очереди на основе  $d$ -деревьев. Оценки трудоемкости операций.

Написать псевдокод операции всплытия в  $d$ -куче. Привести оценку временной трудоемкости этой операции.

Написать псевдокод операции погружения в  $d$ -куче. Привести оценку временной трудоемкости этой операции.

Написать псевдокод операции окучивания массива. Привести оценку временной трудоемкости этой операции.

Написать псевдокод операции изъятия элемента с минимальным ключом из  $d$ -кучи. Привести оценку временной трудоемкости этой операции.

Пирамидальная сортировка. Оценка трудоемкости этапов пирамидальной сортировки.

Использование приоритетной очереди в алгоритме нахождения кратчайших путей в графе.

Комбинаторные свойства левосторонних деревьев. Реализация приоритетных очередей на основе левосторонних деревьев с оценками трудоемкости.

Комбинаторные свойства биномиальных деревьев. Реализация приоритетных очередей на основе биномиальных деревьев. Реализация основных операций с оценками трудоемкости.

Фибоначчиевы кучи, оценки трудоемкости операций.

Самоорганизующиеся кучи, амортизационная оценка трудоемкости операций при работе с самоорганизующейся кучей.

Красно-черные деревья и их комбинаторные свойства.

АВЛ-деревья и их комбинаторные свойства. Оценки трудоемкости операций с АВЛ-деревьями.

Понятие о полиномиально разрешимых и труднорешаемых задачах.

Сложностные классы P, NP, NPC. Способы решения NP-полных задач.

«Наивный» алгоритм и алгоритм Кнута-Морриса-Пратта поиска фрагмента в тексте с доказательством оценок трудоемкостей.

Суффиксные деревья и алгоритм МакКрейта.

Суффиксные деревья и алгоритм Укконена.

## V. РЕСУРСЫ

### 5.1 Основная литература

Korte, Bernhard, Vygen, Jens. Combinatorial Optimization. Theory and Algorithms. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2018, 698 p.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Andreas S. Schulz, Martin Skutella, Sebastian Stiller, Dorothea Wagner. Gems of Combinatorial Optimization and Graph Algorithms. Springer International Publishing, Switzerland, 2015.
2. Panos M. Pardalos, Ding-Zhu Du, Ronald L. Graham. Handbook of Combinatorial Optimization. Springer Science+Business Media, New York, 2013.
3. Ming-Yang Kao. Encyclopedia of Algorithms. Springer, New York, NY, 2016.

### 5.3 Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа

1.	Linux	<i>Свободно распространяемое программное обеспечение</i>

#### **5.4 Дополнительная литература для самостоятельного изучения дисциплины**

- [1]. Алексеев В.Е., Таланов В.А.. Графы. Модели вычислений. Алгоритмы: Учебник. М.: Бином. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий, 2011.
- [2]. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Структуры данных и алгоритмы. М.: Вильямс, 2000.
- [3]. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи: Пер. с англ. – М. Мир, 1982. – 416 Стр.
- [4]. Н. Thomas, C.E. Cormen, R.L. Leiserson, C.S. Rivest. Introduction to algorithms. the MIT Press, 2006.

#### **5.5 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)**

№ п/п	Наименование	Условия доступа
	<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>	
1.	Электронные библиотечные ресурсы НИУ ВШЭ (электронные образовательные ресурсы)	Договор
	<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>	
1.	Википедия	URL: <a href="https://wikipedia.org">https://wikipedia.org</a>

#### **5.6 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.