

**Программа учебной дисциплины «Научно-исследовательский семинар
"Сюжеты из теории группы кос и теории квантовых групп: происхождение и
применение R-матриц"»**

Утверждена

Ученым советом факультета математики

Протокол № 18/91 от «29» мая 2018г.

Автор	Пятов П.Н., Сапонов П.А.
Число кредитов	3
Контактная работа (час.)	42
Самостоятельная работа (час.)	72
Курс	Для студентов образовательных программ, реализуемых факультетом математики
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

В этом курсе мы обсуждаем несколько тем из теории группы кос и теории квантовых групп, в которых появляется и применяется один из самых известных объектов современной математической физики — так называемая R -матрица. R -матрица в узком понимании этого термина, с которым мы, в основном, и будем иметь дело, — это решение (кубического матричного) уравнения Янга – Бакстера, известного также как соотношение Артина или уравнение кос. Сферы применения R -матриц в настоящее время очень разнообразны — от теории точно решаемых моделей статистической физики и теории поля до проблем построения инвариантов узлов, структурной теории и теории представлений квантовых матричных алгебр. Участники семинара познакомятся с алгебраическими корнями происхождения R -матриц и их ролью в теории инвариантов узлов и теории квантовых групп.

Предварительная подготовка: Для понимания курса требуется знание линейной алгебры, теории групп и теории представлений в рамках программы первых 2-х курсов бакалавриата. Желательно также знакомство с основами теории групп Ли и алгебр Ли, алгебр Хопфа. Впрочем, все необходимые понятия будут напоминаться в процессе занятий.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

◦ Группа кос, ее геометрическое и алгебраическое представления. Конечномерные факторы группы кос и ее групповой алгебры: симметрическая группа, алгебра Гекке.

Операторы Юциса – Мёрфи и бакстеризованные элементы в алгебре Гекке, ее неприводимые представления, связь с таблицами и диаграммами Юнга.

◦ R -матричные представления группы кос, примеры R -матриц: R -матрицы $GL(m|n)$ типа.

Первые приложения R -матриц: R -след и инварианты узлов.

◦ Понятие об алгебрах Хопфа. Коумножение, коединица и антипод с точки зрения теории представлений. Двойственные алгебры Хопфа.

◦ Коммутативная алгебра с пуассоновой структурой и ее квантование. Алгебра функций на группе и скобка Складина как пример r -матричной скобки Пуассона. Квантованная алгебра функций на группе: R -матричный подход (так называемая RTT -алгебра).

◦ Алгебра функций на двойственном пространстве к алгебре Ли $\mathfrak{gl}(n)$, скобка Пуассона-Ли. Квантование скобки Пуассона-Ли и универсальная обертывающая алгебра $U(\mathfrak{gl}(n))$.

Квадратичная скобка на алгебре функций на $\mathfrak{gl}^*(n)$ и её согласованность с линейной скобкой Пуассона – Ли (пучком скобок Пуассона). Квантование пучка скобок Пуассона: алгебра уравнения отражений. Структура ее характеристической подалгебры, спектр квантовой матрицы, квантовая версия теоремы Гамильтона – Кэли.

◦ Теория конечномерных разложимых представлений алгебры уравнения отражений.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Накопленная оценка: Накоп = оценка за выполненные задания листков по 10 балльной шкале, округление до десятых. Если Накоп ≥ 8 - то студент получает автомат. Результирующая оценка = округленная до целых Накоп. Округление по обычным правилам. Если Накоп < 8 , то студент сдает экзамен (письменный с теор. вопросами и задачами). Оценка за экзамен - по 10 балльной шкале. Результирующая оценка: Итог = $0.5 * (\text{Накоп} + \text{Экзамен})$. Округляется до целых по обычным правилам.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Примерная тематика контрольных вопросов:

- (1) Как задать группу кос образующими и соотношениями?
- (2) В каких областях применяется алгебра Гекке симметрической группы?
- (3) Какие задачи решаются с использованием алгебр Хопфа?

V. РЕСУРСЫ

1. Основная литература

Ю. И. Манин, Введение в теорию схем и квантовые группы /– М.: МЦНМО, 2012. – 256 с.

2. Дополнительная литература

У. Фултон, Дж. Харрис; Теория представлений: начальный курс – М.: МЦНМО, 2017. – 583 с.

3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	Из внутренней сети университета (договор)
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	Свободно распространяемый программный продукт

4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

5.

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	База препринтов Cornell University	https://arxiv.org/
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course
4.	MITOPENCOURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к

электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.