

Программа учебной дисциплины «Введение в функциональный анализ»

Утверждена

Ученым советом факультета математики

Протокол № 18/91 от «29» мая 2018г.

Автор	Погребков А.К.
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	60
Самостоятельная работа (час.)	130
Курс	Для студентов образовательных программ, реализуемых факультетом математики
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Функциональный анализ есть анализ в бесконечномерных линейных пространствах, снабжённых нормой, и теория операторов на таких пространствах. Его методы и результаты имеют многочисленные приложения в различных областях математики и математической физики.

Предварительная подготовка: обязательные курсы первого года бакалавриата.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Пространства Банаха и операторы на них, теорема Хана – Банаха.

Тема 2. Обобщенные функции умеренного роста, теорема Шварца.

Тема 3. Пространства Гильберта, ортонормированные базисы, тождество Парсеваля и теорема Риса – Фишера.

Тема 4. Ограниченные и неограниченные операторы в гильбертовом пространстве, замкнутые операторы, ортогональные проекторы, эрмитовы и самосопряжённые операторы.

Тема 5. Резольвента и спектр оператора.

Тема 6. Спектральная теорема для неограниченных самосопряжённых операторов.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

60 % за доклады участников и 40 % по итогам решения листка с задачами.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Вопросы к экзамену

(1) Теорема Хана-Банаха для вещественного случая.

(2) Теорема Хана-Банаха для комплексного случая и ее следствия.

(3) Пространства S и S'

(4) Примеры обобщенных функций: регулярные обобщенные функции, $1/x$ в смысле главного значения, дельта- функция.

- (5) Замена переменных в обобщенных функциях.
- (6) Мультипликаторы и свертка обобщенных функций с основными.
- (7) Дифференцирование обобщенных функций. Производные функции Хевисайда, функции $p.v.(1/x)$.
- (8) Первообразные обобщенных функций.
- (9) Сходимость последовательности обобщенных функций.
- (10) Теорема Лорана Шварца.
- (11) Структура обобщенных функций медленного роста.
- (12) Прямое произведение обобщенных функций и свертка
- (13) Обобщенные функции $(x \pm i0)^{-1}$ и формулы Сохоцкого-Племеля.
- (14) Преобразование Фурье обобщенных функций из S' .
- (15) Примеры преобразований Фурье
- (16) Обобщенные функции комплексного переменного
- (17) Фундаментальные решения и функции Грина дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
- (18) Топологии на пространстве ограниченных операторов.
- (19) Оператор обратный к ограниченному.
- (20) Оператор сопряженный к ограниченному. Самосопряженный оператор.
- (21) Резольвента и спектр оператора.

V. РЕСУРСЫ

1. Основная литература

- Рудин У. Функциональный анализ, М.: Мир, 1975 и более поздние издания
- А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин Элементы теории функций и функционального анализа, М.: Наука, 1989 и более поздние издания

2. Дополнительная литература

- И. М. Гельфанд, Г. Е. Шиллов, «Обобщенные функции и действия над ними», гл. I, М.: Добросвет, 2000
<https://www.mccme.ru/free-books/distr1.pdf>

- А. Ю. Пирковский. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов (с2) М.: МЦНМО, 2010, 176 с.

<https://www.mccme.ru/free-books/pirkovsky/pirkovsky-spectral.pdf>

3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	Из внутренней сети университета (договор)
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	Свободно распространяемый программный продукт

4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	База препринтов Cornell University	https://arxiv.org/
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course
4.	MITOPENCOURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.