Программа учебной дисциплины «Научно-исследовательский семинар " Специальные функции"»

Утверждена

Ученым советом факультета математики

Протокол № 18/91 от «29» мая 2018г.

Автор	С. М. Хорошкин
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	76
Самостоятельная работа (час.)	114
Курс	Для студентов образовательных программ, реализуемых факультетом математики
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Общедоступное введение в теорию специальных функций, к коим относятся гипергеометрическая функция Гаусса и функции, полученные преобразованиями вырожденных гипергеометричеких функций (сферические функции, функции Бесселя, Эйри и др.). Вслед за элементарными функциями, эти функции входят в багаж знаний всякого образованного математика, физика, химика. В исследовании свойств специальных функций проявляется изящество методов, совмещающих средства действительного и комплексного анализа и теории дифференциальных уравнений.

Предварительная подготовка: Для понимания курса требуется знание стандартных курсов анализа, линейной алгебры, ТФКП и обыкновенных дифференциальных уравнений.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Классическая гипергеометрическая функция: интегральные представления, гипергеометрические тождества, соотношения смежности, ортогональные многочлены Якоби, гипергеометрическое уравнение по Риману.

2.Специальные функции, связанные с вырожденными гипергеометрическими функциями. Вырожденное гипергеометрическое уравнение. Асимптотические свойства решений. Функции Уиттекера, Лежандра, Эйри, Бесселя.

3.Приложения вырожденных гипергеометрических функций в анализе и в задачах математической физики. 4. Гипергеометрические интегралы. Интегралы Сельберга. Решения уравнений Книжника–Замолодчикова по Варченко–Шехтману.

5. Возникновение специальных функций в теории представлений групп Ли.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Знания студентов оцениваются по десятибальной шкале.
В диплом выставляется результирующая оценка по учебной дисциплине: 0,35 контрольная 1 + 0,35*контрольная 2+ 0,3 работа на семинарах.

VI.ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Пользуясь формулой Гаусса для значения гипергеометрической функции в единице, вычислите сумму $\sum_{r=0}^{n}\prod_{r=1}^{s}\frac{(a+r)(n-r+1)}{r(d-r)}$.

2. Найдите линейное соотношение с функциональными коэффициентами на смежные гипергеометрические функции $F(a,b,c;z)$, $F(a,b,c+1;z)$, $F(a,b,c-1;z)$.

3. Найдите линейное соотношение с постоянными соотношениями на смежные гипергеометрические функции $F(a,b,c;z)$, $F(a-1,b+1,c;z)$, $F(a-1,b,c+1;z)$.

4. Докажите, что гипергеометрическая функция $F_{pq}(a_1,\dots,a_p;c_1,\dots c_p;z)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\{z(\delta+a_1)\cdots(\delta+a_p)-\delta(\delta+c_1-1)\cdots(\delta+c_q-1)\}\,y=0,\qquad \delta=z\frac{d}{dz}.$$

5. Покажите, что при $p=q+1$ дифференциальное уравнение

$$\{z(\delta+a_1)\cdots(\delta+a_p)-\delta(\delta+c_1-1)\cdots(\delta+c_q-1)\}\,y=0,\qquad \delta=z\frac{d}{dz}.$$

имеет три регулярных особых точки, а при $p\neq q+1$ – две особых точки, одна из которых регулярна, а другая - нет.

6. Покажите, что $\zeta(s)=\frac{1}{s-1}+\gamma+O(s-1)$. Здесь γ - постоянная Эйлера.

V. РЕСУРСЫ

1. **Основная литература**

Курс современного анализа / Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. – Изд. 2-е. – Л.; М.: Гос. технико-теорет. изд-во, 1963. Ч.2 : Трансцендентные функции. – 1963. – 515 с.

Специальные функции / Р. Аски, Р. Рой, Дж. Эндрюс; Пер. с англ. под ред. Ю. А. Неретина. – М.: МЦНМО, 2013. – 651 с. - ISBN 978-5-443-90210-4

2. **Дополнительная литература**

Специальные функции и теория представлений групп / Н. Я. Виленкин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. – 588 с.

3. **Программное обеспечение**

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	*Из внутренней сети университета (договор)*
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	*Из внутренней сети университета (договор)*
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	*Свободно распространяемый программный продукт*

4. **Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)**

5.

№ п/п	Наименование	Условия доступа
	Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы	
1.	База препринтов Cornell University	*https://arxiv.org/*
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	*Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ*
	Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)	
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course
4.	MIT**OPEN**COURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm

6. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.