

## Программа учебной дисциплины «Байесовские методы в анализе данных»

Утверждена  
Академическим советом ООП  
Протокол № 2.03-09/2706-01 от «27» июня 2018г.

Автор	Чиркова Н. А., младший научный сотрудник, nchirkova@hse.ru
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	64
Самостоятельная работа (час.)	126
Курс	1
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

### 1 Цели освоения дисциплины

Изучение дисциплины «Байесовские методы в анализе данных» нацелено на освоение т.н. байесовского подхода к теории вероятностей как одного из последовательных способов математических рассуждений в условиях неопределенности. В байесовском подходе вероятность интерпретируется как мера незнания, а не как объективная случайность. Простые правила оперирования с вероятностью, такие как формула полной вероятности и формула Байеса, позволяют проводить рассуждения в условиях неопределенности. В этом смысле байесовский подход к теории вероятностей можно рассматривать как обобщение классической булевой логики.

Целью курса также является освоение студентами основных способов применения байесовского подхода при решении задач машинного обучения. Байесовский подход позволяет эффективно учитывать различные предпочтения пользователя при построении решающих правил прогноза. Кроме того, он позволяет решать задачи выбора структурных параметров модели. В частности, здесь удастся решать без комбинаторного перебора задачи селекции признаков, выбора числа кластеров в данных, размерности редуцированного пространства при уменьшении размерности, значений коэффициентов регуляризации и проч.

Предполагается, что в результате освоения курса студенты будут способны строить комплексные вероятностные модели, учитывающие структуру прикладной задачи машинного обучения, выводить необходимые формулы для решения задач обучения и вывода в рамках построенных вероятностных моделей, а также эффективно реализовывать данные модели на компьютере.

### 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к блоку Обязательная часть профиля, образовательная программа «Финансовые технологии и анализ данных».

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть знаниями и компетенциями следующих дисциплин:

- Математический анализ
- Линейная алгебра и геометрия
- Теория вероятностей
- Математическая статистика
- Основы и методология программирования
- Машинное обучение

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

- Глубинное обучение
- Выполнение выпускных квалификационных работ

### 3 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	2 год		Параметры
		1	2	
Текущий	Домашнее задание	*	*	Практическая работа: вывод формул, программная реализация модели, проведение экспериментов, формулировка выводов
	Домашнее задание	*	*	Теоретическая работа: решение теоретических задач по материалам лекций и семинаров
Итоговый	Экзамен		*	Письменный

### 4 Критерии оценки знаний, навыков

В курсе предусмотрено несколько форм контроля знания:

- 3 практических домашних задания (вывод формул, программная реализация модели, проведение экспериментов, формулировка выводов)
- 6 теоретических домашних задания (решение теоретических задач по материалам лекций)
- Письменный экзамен

Каждое задание и экзамен оцениваются по 10-балльной шкале (по заданиям допускается дробная оценка). Для каждого задания устанавливается срок сдачи. Сдавать задания после срока сдачи нельзя.

### 5 Содержание дисциплины

- 1. Байесовский подход к теории вероятностей.**  
Введение. Частотный и байесовский подходы к теории вероятностей. Примеры байесовских рассуждений.
- 2. Полный байесовский вывод.**  
Сопряжённые распределения. Примеры. Экспоненциальный класс распределений, его свойства.
- 3. Байесовский выбор модели.**  
Принцип наибольшей обоснованности. Интерпретация понятия обоснованности, ее геометрический смысл, иллюстративные примеры, связь с принципом Оккама.
- 4. Модель релевантных векторов для задачи регрессии.**  
Обобщенные линейные модели, вероятностная модель линейной регрессии. Метод релевантных векторов, вывод формул для регрессии. Свойства решающего правила. Матричные вычисления и нормальное распределение.
- 5. EM-алгоритм.**  
EM-алгоритм в общем виде. EM-алгоритм как покоординатный подъем. EM-алгоритм для задачи разделения смеси нормальных распределений. Байесовский метод главных компонент.
- 6. Вариационный подход.**  
Приближенные методы байесовского вывода. Минимизация дивергенции Кульбака-Лейблера и факторизованное приближение. Идея вариационного подхода, вывод формул для вариационной смеси нормальных распределений.
- 7. Методы Монте Карло по схеме марковских цепей (MCMC).**

Методы генерации выборки из одномерных распределений. Методы МСМС для оценки статистик вероятностных распределений. Теоретические свойства марковских цепей. Схема Метрополиса-Хастингса и схема Гиббса. Примеры использования.

**8. Гауссовские процессы для регрессии и классификации.**

Гауссовские случайные процессы. Выбор наиболее адекватной ковариационной функции.

**9. Тематическая модель Latent Dirichlet Allocation (LDA).**

Обучение и вывод в модели LDA с помощью вариационного подхода. Вывод в модели LDA с помощью схемы Гиббса. Способы использования LDA.

**10. Стохастический вариационный вывод. Вариационный автокодировщик.**

Схема масштабируемого вариационного вывода. Дважды стохастическая процедура настройки байесовских нейросетевых моделей на примере модели нелинейного понижения размерности. Сравнение модели вариационного автокодировщика с генеративными состязательными сетями (GAN).

**11. Байесовские нейронные сети. Байесовские методы разреживания нейронных сетей.**

Определение байесовских нейронных сетей, их обучение с помощью вариационного вывода. Примеры моделей на основе байесовских нейронных сетей: разреживающий вариационный дропаут, интерпретация бинарного дропаута с точки зрения байесовских нейронных сетей.

**12. Байесовские структурные временные ряды. Модель State-Space Model.**

Линейная гауссовская модель State-Space Model. Описание периодических процессов в структурных временных рядах.

## **6 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента**

### **Примеры экзаменационных вопросов**

Теория вероятностей, математическая статистика и точный байесовский вывод

1. Запишите формулы условной вероятности, полной вероятности и формулу Байеса. Запишите определения математического ожидания, моды, медианы, дисперсии и матрицы ковариаций случайной величины.
2. Запишите формулу KL-дивергенции. Для чего она используется в байесовском машинном обучении? Каковы ее свойства?
3. Запишите плотность многомерного нормального распределения.
4. В чем состоят отличия оценки параметров в байесовском и частотном подходе?
5. Что такое метод максимального правдоподобия? В чем состоят его недостатки?
6. Поясните, почему поиск максимума апостериорной вероятности соответствует регуляризации модели.
7. Запишите определение сопряженного семейства распределений. Приведите два примера сопряженных семейств распределений.
8. Как сопряженные распределения используются в точном байесовском выводе?
9. Что такое экспоненциальный класс распределений? Каковы его свойства? Приведите два примера распределений из этого класса.
10. Какие распределения необходимо задать, чтобы задать байесовскую модель машинного обучения?
11. Какое распределение необходимо искать на этапе обучения байесовской модели машинного обучения? А на этапе предсказания?
12. Что такое обоснованность модели? Как она связана с апостериорным распределением на параметры модели? Для чего она используется?

### **Точный байесовский вывод для линейной регрессии**

13. Запишите модель вероятностной линейной регрессии.

14. Запишите алгоритм обучения модели вероятностной линейной регрессии. Каковы гиперпараметры этой модели?
15. По какой формуле будут вычисляться среднее и дисперсия предсказания для нового объекта в модели вероятностной линейной регрессии (с выводом)?
16. Запишите модель метода релевантных векторов для задачи регрессии. Каким образом в этой модели производится отбор признаков? Можно ли точно рассчитать обоснованность в этой модели (с обоснованием)?

### EM-алгоритм для моделей со скрытыми переменными

17. Запишите, какой функционал оптимизируют в EM-алгоритме. Нижней оценкой на какую величину он является? Запишите формулы E- и M-шагов.
18. Запишите модель вероятностного метода главных компонент. Что является наблюдаемыми, скрытыми переменными и параметрами в этой модели?
19. Запишите модель смеси гауссиан. Что является наблюдаемыми, скрытыми переменными и параметрами в этой модели?
20. Запишите формулу E-шага для модели смеси гауссиан. Запишите, какой функционал необходимо минимизировать на M-шаге, и укажите, по каким величинам его необходимо минимизировать.
21. Выведите формулу M-шага для обновления центров гауссиан в модели смеси гауссиан.

### Приближенный байесовский вывод: вариационный вывод и методы MCMC

22. Выведите нижнюю оценку  $L(q)$  на логарифм правдоподобия  $\log p(X)$  для произвольного распределения  $q$  на множестве параметров модели.
23. Запишите, по какой формуле ищут приближенное апостериорное распределение в факторизованном вариационном выводе.
24. Каким образом семплирование используется в приближенном байесовском выводе?
25. Что такое rejection sampling и importance sampling? Позволяют ли эти методы семплировать из распределения, известного с точностью до константы? Если да, то каким образом?
26. Что такое распределение, инвариантное относительно марковской цепи? Что такое эргодичная марковская цепь? Запишите и докажите достаточное условие инвариантности.
27. Запишите схему Метрополиса-Хастингса семплирования выборки из распределения, известного с точностью до нормировочной константы.
28. Запишите схему Гиббса семплирования выборки.
29. Сформулируйте задачу и запишите модель LDA. Как обучать эту модель?

### Байесовское глубинное обучение

30. Что такое байесовская нейронная сеть? Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели? Как вычислять/оценивать слагаемые в этом функционале?
31. Что такое reparameterization trick? Для чего он нужен?
32. Запишите модель ARD (automatic relevance determination) для нейронной сети. Какие величины необходимо настроить в процессе обучения?
33. Запишите модель вариационного автокодировщика и задачу, которую он решает. Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели?
34. Запишите модель GAN. Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели?
35. Какие достоинства и недостатки вариационного автокодировщика и GAN?

## Непараметрические методы

36. Что такое ядро? Как оно связано с переходом в признаковое пространство? Для чего ядра используются в машинном обучении?
37. Что такое гауссовский процесс?
38. В чем отличие параметрических от непараметрических методов машинного обучения? Приведите по два примера из каждой группы.
39. В чем состоит модель гауссовского процесса для задачи регрессии? Запишите формулу для среднего и дисперсии предсказания на новом объекте в этой модели.
40. В чем состоит обучение гауссовского процесса для задачи регрессии? Какие величины необходимо настраивать?
41. Какую задачу решает байесовская оптимизация? Запишите алгоритм байесовской оптимизации.

## Временные ряды

42. Выпишите уравнения для линейной гауссовской State-Space Model.
43. Каким образом в байесовских структурных временных рядах можно описать периодические процессы?

## 7 Порядок формирования оценок по дисциплине

В курсе предусмотрено несколько форм контроля знания:

- 3 практических домашних задания (вывод формул, программная реализация модели, проведение экспериментов, формулировка выводов)
- 6 теоретических домашних задания (решение теоретических задач по материалам лекций)
- Письменный экзамен

Результирующая оценка по дисциплине рассчитывается по формуле

$$O_{\text{итог}} = 0.7 O_{\text{накопл}} + 0.3 O_{\text{экз}}$$

Накопленная и итоговая оценки округляются арифметически.

Накопленная оценка рассчитывается по формуле

$$O_{\text{накопл}} = O_{\text{домашние}}$$

Оценка за домашнюю работу вычисляется как среднее по домашним заданиям

По некоторым заданиям предусмотрены бонусные баллы, что объявляется студентам заранее при выдаче задания. Для каждого задания устанавливается срок сдачи. Сдавать работу после срока сдачи нельзя.

Все задания курса подразумевают самостоятельное выполнение. Если задание обсуждалось студентами сообща, или использовались какие-либо сторонние коды и материалы, то об этом должно быть написано в работе. В противном случае «похожие» решения считаются плагиатом и все задействованные студенты (в том числе те, у кого списали) сурово штрафуются.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **8.1 Базовый учебник**

Barber D. Bayesian Reasoning and Machine Learning. Cambridge University Press, 2012.  
[www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.barber/brml/](http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.barber/brml/)

### **8.2 Дополнительная литература**

1. Bishop С.М. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.  
<http://research.microsoft.com/~cmbishop/prml/>
2. Mackay D.J.C. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms. Cambridge University Press, 2003. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/itprnn/book.html>
3. S. Roweis. Заметки по матричным вычислениям и свойствам гауссовских распределений  
<http://cs.nyu.edu/~roweis/notes.html>
4. M. Vallentin. Памятка по теории вероятностей. <http://matthias.vallentin.net/probability-and-statistics-cookbook/>
5. Ветров Д.П., Кропотов Д.А. Байесовские методы машинного обучения, учебное пособие по спецкурсу, 2007. Файлы BayesML-2007-textbook-1.pdf, BayesML-2007-textbook-2.pdf на вики-ресурсе MachineLearning.ru.
6. Tipping M. Sparse Bayesian Learning. Journal of Machine Learning Research, 1, 2001, pp. 211-244.  
<http://jmlr.csail.mit.edu/papers/volume1/tipping01a/tipping01a.pdf>
7. Шумский С.А. Байесова регуляризация обучения. В сб. Лекций по нейроинформатике, часть 2, 2002. <http://www.niisi.ru/iont/ni/Library/School-2002/Shumsky-2002.pdf>

### **8.3 Программные средства**

Для успешного освоения дисциплины, студент использует программные средства Python, LaTeX.

### **8.4 Дистанционная поддержка дисциплины**

Все необходимые материалы по дисциплине выкладываются на страницу курса. Там размещаются конспекты лекций и семинаров, формулировки заданий, ссылки на рекомендуемую литературу, вопросы к экзамену, вопросы для самоподготовки и многое другое.