



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
**Программа дисциплины «Высшая математика»**  
для направления 58.03.01 «Востоковедение и африканистика» подготовки бакалавра  
факультета мировой экономики и мировой политики

---

**Правительство Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**Национальный исследовательский университет  
"Высшая школа экономики"**

**Факультет мировой экономики и мировой политики**

**Программа дисциплины**

**Высшая математика**

**для образовательной программы 58.03.01  
направления подготовки «Востоковедение и африканистика» бакалавров**

Автор программы: Хабина Э.Л., канд. пед. наук, доцент, khabina@hse.ru

Утверждена на заседании департамента математики на факультете экономических наук -  
\_\_\_ .08.2018 г.

Рук. департамента

Алескеров Ф.Т.

Утверждена Академическим советом образовательной программы

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201\_ г., № протокола \_\_\_\_\_

Академический руководитель образовательной программы \_\_\_\_\_

**Москва, 2018**

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## **1 Область применения и нормативные ссылки**

Настоящая программа учебной дисциплины «Высшая математика» для студентов, обучающихся по направлению 58.03.01 «Востоковедение и африканистика», устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов.

Программа разработана в соответствии с:

- образовательным стандартом Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» по направлению 58.03.01 «Востоковедение и африканистика», утвержденным Ученым советом НИУ ВШЭ, уровень подготовки: бакалавр;
- образовательной программой 58.03.01, направление «Востоковедение и африканистика» подготовки бакалавра;
- рабочим учебным планом университета по направлению подготовки 58.03.01 «Востоковедение и африканистика», утвержденным в 2018 г.

## **2 Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

- овладение основными методами математического анализа, элементами аналитической геометрии и алгебры;
- развитие логического мышления и формирование навыков работы с абстрактными понятиями высшей математики;
- умение использовать методы высшей математики при постановке и решении прикладных задач, качественно интерпретировать полученные количественные результаты;
- понимание роли математических знаний в подготовке бакалавра по данному направлению.

## **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

В результате изучения дисциплины студенты должны:

- знать формулировки основных понятий и теорем высшей математики, необходимых для дальнейшего обучения по дисциплинам, предусмотренным базовым и рабочим учебными планами;
- уметь интерпретировать основные понятия высшей математики на простых модельных примерах, применять методы дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах;
- владеть навыками применения современного инструментария дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах.



Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Универсальная	УК-1 (СК-Б1)	РБ	Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-3 (СК-Б4)	РБ	Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-5 (СК-Б6)	РБ, СД	Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Универсальная	УК-6 (СК-Б7)	РБ, СД	Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Профессиональная	ПК-1	СД	Способен осуществлять качественный и количественный анализ явлений и процессов в профессиональной сфере на основе системного подхода	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)
Профессиональная	ПК-2	СД	Способен составлять научно-аналитические отчеты, обзоры, презентации, информационные справки и пояснительные записки в сфере профессиональных обязанностей	Стандартные (лекционно-семинарские)	Стандартные (проверочные, контрольная и экзаменационная работы)

#### 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Высшая математика» относится к циклу дисциплин Б.ПР.ВП., вариативной его части. Курс предназначен для студентов по направлению 58.03.01 «Востоковедение и африканистика», образовательная программа «Востоковедение» подготовки бакалавра, читается в третьем и четвертом модулях второго курса. От слушателей не требуется никаких



предварительных знаний сверх программы средней школы. Программа соответствует требованиям ОС НИУ ВШЭ. Программа предусматривает чтение лекций (32 часа) и проведение семинарских занятий (30 часов). Программой предусмотрена самостоятельная работа студента в объеме 90 часов, включающая в себя изучение теоретического материала, подготовку к семинарским занятиям, подготовку к промежуточным проверочным работам, к письменной аудиторной контрольной работе и к заключительному экзамену по данной дисциплине.

Изучение данной дисциплины базируется на курсе математики в объеме средней школы.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- знаниями основных понятий и теорем математики в объеме средней школы;
- навыками решения типовых задач математики в объеме средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- экономическая теория;
- основы микроэкономики.

## 5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практич. занятия	
	<b>Раздел I. Элементы аналитической геометрии и линейной алгебры</b>	<b>26</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	
1.	Уравнение прямой на плоскости как график линейной функции	9	2	2	5	
2.	Матрицы и определители	9	2	2	5	
3.	Системы линейных уравнений	8	2	2	4	
	<b>Раздел II. Введение в анализ</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	
4.	Функции и графики в экономическом моделировании	13	4	2	7	
5.	Предел и непрерывность функции	9	2	2	5	
	<b>Раздел III. Дифференциальное исчисление</b>	<b>76</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>50</b>	
6.	Производная функции и ее применение в экономике	24	4	4	16	
7.	Приложения производной	24	4	4	16	
8.	Функции нескольких переменных	28	4	6	18	
	<b>Раздел V. Интегральное исчисление</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	
9.	Первообразная функции. Неопределенный интеграл	11	3	2	6	
10.	Определенный интеграл	17	5	4	8	
	<b>Итого</b>	<b>152</b>	<b>32</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	
				<b>0</b>	<b>90</b>	



## 6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	2 год				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий	Проверочные работы			*	*	Проведение проверочных работ для контроля усвоения текущего учебного материала
	Контрольная работа				*	Письменная аудиторная контрольная работа 80 минут
Итоговый	Экзамен				*	Письменная экзаменационная работа 80 минут

## 7 Критерии оценки знаний, навыков

Контроль знаний осуществляется в формах текущего и итогового контроля. Текущий контроль включает проведение проверочных работ продолжительностью 20 минут в третьем и четвертом модуле на семинарских занятиях №3, 6 и 12, а также письменной аудиторной контрольной работы продолжительностью 80 минут. Итоговый контроль осуществляется в форме письменной экзаменационной работы продолжительностью 80 минут.

Для прохождения контроля студент должен продемонстрировать знания основных определений и формулировок теорем; умение решать стандартные задачи, аналогичные решаемым на семинарских занятиях. Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

### 7.1 Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая оценка за курс выставляется по следующей формуле:

$$O_{тек.} = 0,3 \cdot O_{сем.} + 0,7 \cdot O_{кр.}$$

$$O_{итог} = 0,4 \cdot O_{тек.} + 0,6 \cdot O_{экзамен.}$$

Здесь *O<sub>сем.</sub>* – оценка, полученная студентом по результатам проверочных работ, вычисленная как равномерно взвешенная сумма оценок за все проведенные проверочные работы и округленная по арифметическим правилам; *O<sub>кр.</sub>* – оценка, полученная студентом за письменную аудиторную контрольную работу и округленная по арифметическим правилам; *O<sub>экзамен.</sub>* – оценка, полученная студентом за экзаменационную работу и округленная по арифметическим правилам. Округление оценки итогового контроля производится по арифметическим правилам.

Перевод в 5-балльную шкалу осуществляется по правилу:

Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0	неудовлетворительно
1	
2	
3	



4	удовлетворительно
5	
6	хорошо
7	
8	отлично
9	
10	

## 8 Содержание дисциплины

### РАЗДЕЛ I. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

#### **Тема 1. Линейные функции спроса и предложения и их графики. Уравнение прямой на плоскости. ([1], гл.4)**

Прямая как график линейной функции спроса и линейной функции предложения. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения прямых.

#### **Тема 2. Матрицы и определители. ([1], гл.1)**

Основные сведения о матрицах. Применение матриц для записи экономических зависимостей. Операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матрицы.

Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков: методы вычисления и простейшие свойства.

#### **Тема 3. Системы линейных уравнений. ([1], гл.2)**

Системы линейных уравнений. Основные методы решения. Равновесная цена как решение системы линейных уравнений, задающих спрос и предложение.

### РАЗДЕЛ II. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

#### **Тема 4. Функции и графики в экономическом моделировании. ([1], гл.5)**

Функции и графики в экономическом моделировании: примеры функций издержек, выручки, прибыли, полезности.

Способы задания функции действительного аргумента. Область определения и множество значений функции. График функции. Элементарные функции и их графики. Обратная функция. Сложная функция.

#### **Тема 5. Предел и непрерывность функции. ([1], гл.6)**

Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах функций. Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы.

Непрерывные функции. Теоремы о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность функции; наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.

### РАЗДЕЛ III. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

#### **Тема 6. Производная функции и ее применение в экономике. ([1], гл. 7)**

Понятие производной. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Эластичность функции.



Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Правила дифференцирования.

Производные элементарных функций. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства.

#### **Тема 7. Приложения производной. ([1], гл. 8)**

Теорема Ферма (необходимый признак экстремума). Интервалы монотонности и точки экстремума функции. Задачи поиска экстремумов в экономическом анализе: нахождение минимальных издержек, максимума прибыли и т.д. Интервалы выпуклости функции. Точки перегиба графика функции.

Асимптоты. Исследование функции и построение эскиза ее графика.

#### **Тема 8. Функции нескольких переменных. ([1], гл. 15)**

Понятие о функции нескольких переменных и ее линиях уровня. Функция полезности и производственная функция как примеры функций нескольких переменных. Изокванты и изокосты как линии уровня производственной функции и функции издержек соответственно. Частные производные и полный дифференциал функции двух переменных. Градиент, его свойства.

Задачи поиска экстремумов функций двух переменных в экономическом анализе: нахождение максимальной полезности, максимума прибыли и т.д. Необходимое условие экстремума. Производные высших порядков. Достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения на замкнутом ограниченном множестве. Понятие условного экстремума.

### **РАЗДЕЛ IV. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

#### **Тема 9. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. ([1], гл. 10)**

Нахождение функции издержек по известной функции предельных издержек. Понятие первообразной функции. Теорема об общем виде всех первообразных данной функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Интегрирование некоторых классов элементарных функций.

#### **Тема 10. Определенный интеграл. ([1], гл. 11)**

Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла, площадь криволинейной трапеции. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур. Понятие несобственного интеграла.

## **9 Образовательные технологии**

На лекционных занятиях предполагается использование мультимедийного оборудования. На семинарских занятиях, по усмотрению преподавателя, проводящего семинарские занятия, допускается решение задач с обращением к информационно-коммуникативным технологиям обучения. Часть предложенной в программе учебной литературы может использоваться в электронном виде.





## 10 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### 10.1 Примеры заданий текущего и итогового контроля

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-4, 2)$  и  $B(3, -1)$ .
2. Среди прямых  $3x - 2y + 7 = 0$ ,  $6x - 4y - 9 = 0$ ,  $6x + 4y - 5 = 0$ ,  $2x + 3y - 6 = 0$  укажите параллельные и перпендикулярные.
3. Заданы прямая  $l$  и точка  $M$ .  
Напишите уравнение прямой  $l'$ , проходящей через точку  $M$  параллельно прямой  $l$ .  
а)  $l: -2x + y - 1 = 0$ ,  $M(-1, 2)$ ;  
б)  $l: 2y + 1 = 0$ ,  $M(1, 0)$ ;  
в)  $l: x + y + 1 = 0$ ,  $M(0, -1)$ .
4. Функции спроса и предложения имеют вид  $Q_D = 75 - 3P$  и  $Q_S = 10 + 0,5P$ , соответственно.  
а) Постройте кривую спроса и кривую предложения? Что можно сказать о их взаимном расположении?  
б) Используя построенные кривые, найдите равновесную цену.
5. Общие издержки производства  $x$  единиц некоторого товара описываются линейной функцией. Наблюдения показали, что в одном случае 100 единиц товара были произведены с затратами в \$200, а в другом случае издержки производства 150 единиц продукции составили \$275. Найдите функцию общих издержек этого производства и постройте ее график.

6. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ .

Найдите:

- а)  $D = A + B$ ; б)  $F = B + C$ ; в)  $H = A \cdot B$ ; г)  $M = A \cdot B \cdot C$ ; д)  $K = 3A + B + C$ ; е)  $\det(D)$ ;  
ж)  $\det(K)$ .

7. Найдите  $D^T$ , если:

$$D = A + C - 2B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \\ -5 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 8 \\ -3 & -6 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Вычислите произведения  $A \cdot B$  и  $B \cdot A$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

9. Вычислите определители следующих матриц:

а)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ; в)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ ; г)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

10. Решите следующие системы линейных уравнений графически и аналитически:

а)  $\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - 2y = 2, \\ x - y = 2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 3x + 4y = 1, \\ 6x + 8y = 6. \end{cases}$

11. Пусть функция предложения зерна на рынке имеет вид  $Q = P - 125$ , а функция спроса -  $Q = 675 - P$ .  $P$  - цена в рублях за 1 тонну, а  $Q$  - объем зерна в тоннах. Вычислите равно-





весную цену и равновесный объем. При цене 500 руб. за тонну на рынке будет дефицит зерна или его избыток? А при цене 200 руб. за тонну?

12. Функция спроса на хлеб имеет вид:

$Q = 100 + 0,5I - 30P_1 + 20P_2$ , где  $Q$  – годовая величина спроса;  $I$  – доход;  $P_1$  – цена хлеба;  $P_2$  – цена макарон.

Найдите:

а) функцию годового спроса на хлеб при доходе 10 тыс. руб. в месяц и цене макарон 250 руб. за 1 кг;

б) цену, при которой спрос на хлеб будет равен нулю.

Постройте кривую спроса на хлеб при заданных условиях.

13. Найдите область определения и множество значений функции:

1) Фирма «Прогресс», выпускающая компьютерную технику, провела опрос ведущих продавцов своей продукции и получила следующие сведения о спросе  $Q$  на свою продукцию в зависимости от цены  $P$ :

$P$ , тыс. руб.	17	18	19	20	21
$Q$ , тыс. шт.	26	24	19	14	7

2)  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ; 3)  $f(x) = \sqrt{x - 5} + \sqrt{2 - x}$ ; 4)  $f(x) = 5 + 4x - x^2$ ;

5)  $f(x) = \log_{0,5}(x - 2)$ ; 6)  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } 0 \leq x < 3 \\ x^2 + 10x - 16, & \text{если } 3 \leq x \leq 8 \end{cases}$ .

14. Найдите композиции  $f \circ g$  и  $g \circ f$  следующих функций:

1)  $f(x) = 1 - x$ ,  $g(x) = x^2$ ; 2)  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = \ln x$ .

15. Постройте графики функций:

1)  $y = x^2 - 5x + 6$ ; 2)  $y = (x - 5)^2 - 5(x - 5) + 6$ ; 3)  $y = \sqrt{x - 2}$ ; 4)  $y = 3^{x+2}$ ; 5)  $y = \log_2(x - 1)$ .

16. Постройте график таблично заданной функции:

Цена номера журнала, руб.	10	12,5	15	20	25	30	45	60
Кол-во проданных за день номеров журнала, тыс. шт.	7	6,5	6	5	4	2,5	1,5	0,5

17. Найдите пределы:

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x^2$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^5}$ ;

6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ;

9)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ , если: а)  $x_0 = -1$ ; б)  $x_0 = 2$ ; в)  $x_0 = \infty$ ;

10)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{x - 2}$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{5x} - x}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 3} - \sqrt{x})$ ; 13)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{8x}$ ;

14)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$ ; 15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$ ; 16)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ .

18. Найдите производные функций:

а)  $y = 2x^7 - 5x^2 + 2\sqrt{x} + 1$ ;



- б)  $y = 3x^4 - \frac{2}{x}$ ;  
в)  $y = 3x^4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$ ;  
г)  $y = (x^2 - 3x + 1) \cdot 2^x$ ;  
д)  $y = x^2 \ln x$ ;  
е)  $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+9}}$ ;  
ж)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ ;  
з)  $y = 3^{2x} \cdot \ln x$ ;  
и)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 3})$ ;  
к)  $y = \left(x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5\right)^4$ ;  
л)  $y = x^2 \sin x$ ;  
м)  $y = \sin 2x - \cos^2 x$ .

19. Найдите  $y'$  и  $y''$  для функций:

- а)  $y = 5x^4 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 7^x$ ;  
б)  $y = \frac{3x-11}{\ln x}$ ;  
в)  $y = \operatorname{tg} x$ .

20. Определите знак  $y'$  и знак  $y''$  для функции  $y=f(x)$  в точках  $x_1$  и  $x_2$ , если:

- а)  $y = x^2 + 13x$ ,  $x_1=0$ ,  $x_2=-1$ ;  
б)  $y = \ln(\ln x)$ ,  $x_1=2$ ,  $x_2=e$ .

21. Средние издержки имеют вид  $AC(Q) = Q^2 + 4Q + 1$ . Найдите функцию издержек и предельные издержки при  $Q = 1$ .

22. Объем выпущенной заводом продукции  $Q$  и выручка  $R$ , полученная от ее реализации, связаны следующей зависимостью:

$$R(Q) = 10Q + \frac{3}{2}Q^2 - \frac{1}{15}Q^3.$$

Найдите предельную выручку и постройте ее график. Пользуясь этим графиком, определите, при каком объеме производства выручка максимальна (минимальна). Чему равна при этом предельная выручка?

23. Спрос  $D$  и предложение  $S$  изменяются по следующим законам:

$$D = \frac{100}{2P+1}, \quad S = \frac{P^2}{2P+1}.$$

Найдите цену, при которой спрос совпадает с предложением (цену равновесия). Рассчитайте эластичность спроса при этой цене.

24. Найдите пределы, применяя для раскрытия неопределенностей правило Лопиталья:



а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - 4x^2 + 5}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 9x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$ ;

е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x^2}$ ;

ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}$ ;

з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1/x}$ ;

и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (xe^{-x})$ ;

к)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ .

25. Исследуйте функции и постройте их графики:

а)  $y = x^3 - 2x + 1$ ;

б)  $y = \frac{x^2 - 4}{2x}$ ;

в)  $y = x\sqrt{1-x}$ ;

г)  $y = \frac{2x}{\ln x}$ ;

д)  $y = e^{2x-x^2}$ .

26. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x + 2\sqrt{-x}$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

27. Функция суточного спроса  $Q$  на газету «Звезда Востока» (дес. тыс. шт.) в зависимости от цены  $P$  за один экземпляр (руб.) имеет вид  $Q = 3 - \sqrt{P}$ . При какой цене за экземпляр газеты совокупная выручка будет максимальной?

Указание: совокупная выручка  $TR$  (total revenue) определяется из соотношения  $TR = Q \cdot P$ , где  $Q$  (quantity) – количество реализованных экземпляров газеты (дес. тыс. шт.),  $P$  (price) – цена за один экземпляр (руб.).

28. ОАО «Новости» работает на конкурентном рынке газетно-журнальной продукции и занимается выпуском общественно-политического еженедельника «Новости Юго-Восточной Азии».

Функция издержек выпуска еженедельника имеет вид  $C(Q) = \frac{5}{3}Q^3 - \frac{5}{2}Q^2$  (млн. руб.),

где  $Q$  – количество экземпляров (млн. шт.). Известно, что рыночная цена на данный вид печатной продукции установилась на уровне 10 руб. за один экземпляр, а также, что производ-



ственные мощности акционерного общества позволяют выпускать не более 2,5 млн. экземпляров еженедельно. Какой тираж еженедельника позволит открытому акционерному обществу «Новости» получать максимальную прибыль?

*Указание: прибыль  $\Pi$  (profit) определяется как разность между совокупной выручкой TR, полученной от реализации  $Q$  единиц продукции и общими издержками  $C$  (costs), связанными с затратами на ее производство и реализацию. Таким образом,  $\Pi(Q) = TR(Q) - C(Q) = P \cdot Q - C(Q)$ .*

29. Вычислите частные производные первого порядка и второго порядка в точке  $(x_0; y_0)$ :

а)  $z = x + y$ ,  $(x_0; y_0) = (1; -2)$ ;

б)  $z = \frac{2}{13}x^{13} + 4xy^3$ ,  $(x_0; y_0) = (-1; 0)$ ;

в)  $z = 3x^2y^3 - \frac{1}{6}y^6$ ,  $(x_0; y_0) = (4; 1)$ ;

г)  $z = \sqrt{xy}$ ,  $(x_0; y_0) = (4; 4)$ ;

д)  $z = y\sqrt{x}$ ,  $(x_0; y_0) = (9; 0)$ ;

е)  $z = \frac{xy}{2x + y}$ ,  $(x_0; y_0) = (-1; 3)$ .

30. Постройте линии уровня функции  $z = 1 + x_1 - x_2$ .

31. Найдите все точки возможного экстремума функций и проверьте выполнение достаточных условий:

а)  $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$ ; б)  $f(x, y) = x^3 + y^6 - 3xy^2$ .

32. Как финансовому консультанту The Journal of Important Stuff, Вам необходимо определить влияние на сбыт журнала количества страниц в номере, посвященных материалам об экономике ( $E$ ), и количества страниц, посвященных материалам на другие темы ( $U$ ). После детального анализа сбыта, Вы установили, что функция, описывающая зависимость между объемом продаж ( $S$ ) и количеством страниц, посвященным экономике, а также другим интересным темам есть  $S = 100U + 310E - \frac{1}{2}U^2 - 2E^2 - UE$ .

Каковы Ваши рекомендации для оптимального сочетания количества страниц, посвященных экономике и другим темам?

33. Вы распределяете \$24 в неделю на покупку булочек и яблок в Вашем университетском кафетерии. Польза от потребления булочек и яблок описывается функцией

$U(C, A) = 2C^{1/2} + A^{1/2}$ . Булочка стоит \$1, а яблоко – \$0,5. Найдите оптимальное сочетание покупаемых булочек и яблок, чтобы Вы получали максимальную пользу.

34. Используя тождественные преобразования и таблицу основных интегралов, найдите следующие неопределенные интегралы:

а)  $\int \left( 3x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$ ;

б)  $\int \frac{2x + 3}{x^4} dx$ ;

в)  $\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^4} dx$ ;



$$\text{г) } \int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} \right) dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{е) } \int 2^x (1 + 3x^2 \cdot 2^{-x}) dx.$$

35. Предельные издержки производства  $x$  единиц некоторого товара описываются функцией  $C'(x)$ , которая имеет вид  $C'(x) = 3x + 4$ . Найдите функцию полных издержек, если фиксированные издержки составляют 40 единиц.

36. Найдите неопределенные интегралы с помощью метода подстановки (замены переменной):

$$\text{а) } \int \frac{2x}{x^2 + 7} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{e^x}{e^x - 15} dx.$$

37. Применяя формулу интегрирования по частям  $\int u dv = uv - \int v du$ , найдите следующие неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int x e^{5x} dx;$$

$$\text{б) } \int x \ln(x+3) dx.$$

38. Вычислите определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int_1^4 \sqrt{x} dx;$$

$$\text{в) } \int_{-7}^{17} dx;$$

$$\text{г) } \int_2^5 \frac{dx}{x};$$

$$\text{д) } \int_0^3 2^x dx;$$

$$\text{е) } \int \sin x dx;$$

$$\text{ж) } \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

39. Вычислите определенный интеграл с помощью замены переменной:



$$\text{а) } \int_1^2 \frac{x dx}{1+x^2};$$

$$\text{в) } \int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}};$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 2)^2} dx;$$

$$\text{г) } \int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}.$$

40. Вычислите определенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int_1^e x \ln x dx; \quad \text{б) } \int_0^1 x e^{-x} dx.$$

41. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$\text{а) } y = -2 + 3x - x^2, y=0;$$

$$\text{б) } y = 4x - x^2, y=0;$$

$$\text{в) } y = 32 - x^2, y = -4x;$$

$$\text{г) } y = \frac{x^2}{4}, y = 2\sqrt{x}.$$

42. Вычислите несобственный интеграл 1-го рода или установите его расходимость:

$$\text{а) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad \text{б) } \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{1+x^2}; \quad \text{в) } \int_0^{+\infty} \frac{3x^2}{x^3+1} dx; \quad \text{г) } \int_3^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx; \quad \text{д) } \int_0^{+\infty} 2xe^{x^2} dx.$$

## 11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 11.1 Базовый учебник

[1] Кремер Н.Ш. и др. Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2002.

### 11.2 Основная литература

[2] Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2013.

[3] Грес П.В. Математика для гуманитариев: Учебное пособие. – М.: Юрайт, 2000.

### 11.3 Основные задачки

[4] Сборник задач по математике для втузов. В 4-х ч. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Под общ. редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993.

[5] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Учебное пособие для втузов. В 2-х частях. 5-е изд. М.: Высшая школа, 1999.

[6] Геворкян П.С., Богатая С.И. и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов; под ред. Геворкяна П.С. – М.: Экономика, 2011.

### 11.4 Дополнительная литература

[7] Зими́на О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика. Решебник. – М.: Физматлит, 2000.



[8] Волкова И.О., Крутицкая Н.Н., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). – М: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.