

Программа учебной дисциплины «Теория вероятностей и статистика»

Утверждена

Академическим советом ООП «Экономика»

Протокол №1 от «31» августа 2018 г.

Автор	Тютин В.В.
Число кредитов	9
Контактная работа (час.)	144
Самостоятельная работа (час.)	198
Курс	2
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн-курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины Теория вероятностей и статистика являются:

1. Ознакомление студентов с принципами и методами сбора достоверной информации, ее обработки для получения обоснованных оценок и выводов об изучаемом явлении.

2. Усвоение статистических методов в исследовании структуры явлений, взаимосвязей и закономерностей развития для обоснования управленческих решений, необходимых в профессиональной деятельности.

3. Научить студентов применять методы статистического исследования в учебной и научной работе: при написании курсовых работ, выпускных квалификационных работ, студенческих научно-исследовательских и проектных работ.

4. Подготовка выпускников к информационно-аналитической и научно-исследовательской деятельности для продолжения обучения в магистратуре и аспирантуре.

В результате освоения дисциплины «Теория вероятностей и статистика» студент должен:

Знать:

- основные понятия, категории и инструменты теории вероятности, Математической статистики и социально-экономической статистики;
- основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимых для решения экономических задач.
- ограничения, связанные с математической формализацией

Уметь:

- применять основные количественные и качественные методы при принятии решений в управлении экономикой
- осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых при решении поставленных экономических задач.

Владеть:

- современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных; современными методиками расчета и анализа социально-экономических показателей, характеризующих экономические процессы и явления на микро-и макроуровне.

•

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и статистика» базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ; Линейная алгебра; Микроэкономика.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: Методы оптимизации, Теория игр, Макроэкономика, Мировая экономика, Демография, Экономика труда, Региональная экономика, Финансовый менеджмент, Аудит, при проведении научно-исследовательских семинаров, проектных работ, при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Теория вероятностей и математическая статистика

1.1. Алгебра событий.

Элементарные исходы случайного эксперимента. События. Операции над событиями. Диаграммы Вена. Достоверные и невозможные события.

1.2. Элементы комбинаторики.

Основные аксиомы комбинаторики. Формулы комбинаторики.

1.3. Классическая вероятность. Сложение, умножение вероятностей.

Вероятности. Дискретное вероятностное пространство. Независимые события. Основные формулы исчисления вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Модель Колмогорова общего вероятностного пространства. Классическое определение вероятности, как частный случай модели Колмогорова. Общее определение вероятности и ее основные свойства (монотонность, счетная аддитивность, непрерывность). Схема независимых испытаний Бернулли.

1.4. Дискретные случайные величины. Классические дискретные распределения.

Дискретная Случайная величина. Закон распределения, функция распределения случайной величины. Основные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моды, медиана, квантили. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Условные распределения. Условное математическое ожидание. Ковариация и корреляция двух случайных величин. Дискретные распределения: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона и их характеристики. Случайные векторы. Вектор математического ожидания и ковариационная матрица. Линейные преобразования случайного вектора.

1.5. Непрерывные случайные величины. Классические непрерывные распределения

Непрерывная Случайная величина. Закон распределения, функция распределения, плотность распределения вероятностей случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, моды, медиана, квантили. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Ковариация и корреляция двух случайных величин. Нормальное распределение, Показательное распределение, Равномерное распределение, Хи-квадрат, Стьюдент, Фишер - распределения и их характеристики.

1.6. Предельные теоремы

Теоремы Муавра – Лапласа. Центральная предельная теорема. Аппроксимация распределений Пуассона, Стьюдента - нормальным распределением.

1.7. Математическая статистика. Выборка, эмпирический закон распределения

Математическая статистика. Выборка, эмпирический закон распределения. Гистограмма, Выборочная функция распределения, Мода, Медиана.

1.8. Оценки параметров распределения

Выборочные числовые характеристики. Точечные оценки – среднее по выборке, дисперсия. Исправленная дисперсия. Интервальные оценки. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов. Несмещенность, состоятельность, эффективность оценок параметров.

1.9. Проверка статистических гипотез

Понятие статистической гипотезы, статистические ошибки 1 и 2 рода. Гипотеза однородности выборок одной генеральной совокупности. Тест Пирсона соответствия выборки указанному распределению.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

По дисциплине предусмотрены следующие виды контроля:

- текущий контроль в форме домашних заданий (контрольных работ) во 3-4 модулях и двух контрольных работ в 1-2 модулях;
- итоговый контроль в форме письменного экзамена в конце 4-го модуля.

Преподаватель оценивает работу студентов на семинарских и практических занятиях: активность студентов при обсуждении вопросов на семинаре, правильность решения задач на семинаре, выполнение миниконтролей по заранее озвученным темам дисциплины, выполнение домашних заданий по тематике прошедших семинаров. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется перед промежуточным или итоговым контролем и называется - *О_{аудиторная}*.

Накопленная оценка за текущий контроль (1, 2, 3, 4 модули 2-го курса) учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 2/3 * O_{\text{текущий}} + 1/3 * O_{\text{аудиторная}}$$

где $O_{\text{текущий}}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП:

$$O_{\text{текущий}} = 0,2 * O_{\text{к/р1}} + 0,3 * O_{\text{к/р2}} + 0,2 * O_{\text{д/з1}} + 0,3 * O_{\text{д/з2}}$$

Способ округления накопленной оценки текущего контроля - арифметический.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{результующая}} = 0,6 * O_{\text{накопленная}} + 0,4 * O_{\text{экз}}$$

Способ округления накопленной оценки итогового контроля в форме экзамена: арифметический.

На передаче с комиссией формула результирующей оценки аннулируется: студенту выставляется оценка, которую он получает на передаче с комиссией.

В диплом ставится результирующая оценка по данной учебной дисциплине.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Примерные задания для контрольных работ:

1. Составление формального выражения для сложного события. Использование формул комбинаторики.
2. Решение задачи на сложение и умножение вероятностей с учетом совместности и зависимости.
3. Решение задачи на формулу полной вероятности или Байеса. Полная группа событий.
4. Решение задачи на определение условной вероятности

5. Решение задачи на построение и анализ произвольной дискретной случайной величины.
6. Решение задачи на использование стандартной дискретной случайной величины
7. Решение задачи на построение и анализ двумерной дискретной случайной величины с учетом зависимости и коррелированности одномерных компонент
8. Функции от случайных величин, свойства числовых характеристик случайных величин.
9. Решение задачи на построение и анализ произвольной непрерывной случайной величины.
10. Решение задачи на использование стандартной непрерывной случайной величины
11. Анализ выборки. Построение гистограммы, получение точечных и интервальных оценок.
12. Проверка статистических гипотез.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Элементарные исходы случайного эксперимента.
2. События. Операции над событиями. Диаграммы Вена.
3. Достоверные и невозможные события.
4. Вероятности. Дискретное вероятностное пространство.
5. Независимые события. Основные формулы исчисления вероятностей.
6. Полная группа событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.
7. Модель Колмогорова общего вероятностного пространства.
8. Классическое определение вероятности, как частный случай модели Колмогорова.
9. Общее определение вероятности и ее основные свойства (монотонность, счетная аддитивность, непрерывность).
10. Схема независимых испытаний Бернулли.
11. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
12. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
13. Дискретные и непрерывные случайные величины.
14. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
15. Основные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моды, медиана, квантили, асимметрия и эксцесс.
16. Совместное распределение двух случайных величин.
17. Независимые случайные величины.
18. Свойства математического ожидания и дисперсии.
19. Условные распределения. Условное математическое ожидание.
20. Ковариация и корреляция двух случайных величин.
21. Дискретные распределения: биномиальное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона.
22. Непрерывные распределения: равномерное распределение, нормальное распределение, экспоненциальное распределение, лог-нормальное распределение, распределение Парето.
23. Случайные векторы. Вектор математического ожидания и ковариационная матрица.
24. Линейные преобразования случайного вектора.
25. Многомерное нормальное распределение.
26. Условие независимости компонент нормального вектора.
27. Линейные преобразования нормального случайного вектора.
28. Хи-квадрат распределение.
29. Распределение Стьюдента.
30. Распределение Фишера.
31. Закон больших чисел.
32. Центральная предельная теорема.
33. Выборочная и генеральная совокупности.

34. Повторная и бесповторная выборки.
 35. Репрезентативная выборка.
 36. Статистическое распределение выборки.
 37. Эмпирическая функция распределения.
 38. Полигон и гистограмма.
 39. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
 40. Выборочная средняя и выборочная дисперсия. Анализ их смещенности.
 41. Начальные и центральные эмпирические моменты. Числа степеней свободы.
 42. точечная и интервальная оценки.
 43. Доверительный интервал.
 44. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
 45. Метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
 46. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения.
 47. Основные законы распределения статистических оценок.
 48. Доверительный интервал для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
 49. Понятие статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная, простая и сложная гипотезы.
 50. Ошибки первого и второго рода.
 51. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы.
 52. Критическая область. Мощность критерия. Область принятия гипотезы.
 53. Критические точки. Принцип выборки критерия.
 54. Правосторонняя, левосторонняя, двусторонняя критические области.
 55. Проверка гипотез о значении генеральной средней нормально распределенной генеральной совокупности при известной генеральной дисперсии.
 56. Проверка гипотез о значении генеральной средней (математического ожидания) нормально распределенной генеральной совокупности при неизвестной генеральной дисперсии.
 57. Вычисление мощности критерия при проверке гипотезы о числовом значении средней с известной дисперсией.
 58. Проверка гипотезы о числовом значении генеральной доли (о параметре биномиального закона распределения).
 59. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии генеральной совокупности.
 60. Проверка гипотезы о дисперсиях двух нормально распределенных генеральных совокупностей.
 61. Проверка гипотезы о равенстве двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей с известными дисперсиями.
 62. Проверка гипотезы о равенстве двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей при неизвестных равных генеральных дисперсиях.
 63. Проверка гипотезы о равенстве долей двух нормально распределенных генеральных совокупностей.
 64. Критерий согласия Хи-квадрат.
 65. Проверка гипотезы о распределение случайной величины по закону Пуассона.
 66. Проверка гипотезы о распределение случайной величины по равномерному закону.
 67. Проверка гипотезы о распределение случайной величины по показательному (экспоненциальному) закону.
- Проверка гипотезы о распределение генеральной совокупности по биномиальному закону распределения.

Примеры заданий промежуточного /итогового контроля

В очень большой группе студентов, доля студентов с признаком А равна $P(A)$, а доля студентов с признаком В равна $P(B)$. Доля студентов, имеющих одновременно и признак А и признак В равна $P(AB)$. К доске вызывают двух случайных студентов. Найти вероятность того, что хотя бы у одного из студентов есть хотя бы один из этих признаков;

2. Три стрелка производят залп по мишени. Вероятности попадания в цель стрелками равны соответственно P_1, P_2, P_3 . Найти вероятность попадания в цель первым стрелком, если два стрелка попали в цель;

3. В одном ящике находится 1 красный и 1 синий шар, а во втором ящике – 2 красных шара. Из первого во второй переложили 1 шар. За тем из второго вынимают 2 шара. Потом система возвращается в исходное состояние. Эта процедура повторяется 5 раз. Найти вероятность того, что 2 красных шара будут вынуты 4 раза.

4.

X	1	2
P(x)	1/3	2/3

Y	1	2
P(y)	1/3	2/3

Случайные величины X и Y независимы и имеют указанное распределение. Для случайных величин $Z=X+Y$ и $W=X-Y$: построить таблицу совместного распределения случайных величин Z и W; Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин Z и W; Найти вероятность событий $ZW < 3$; $Z^2 + W^2 < 10$.

5. $f_x(x) = A \cos(x/3), (0 < x < \pi)$, Найти: A; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$, и построить ее график; $f_y(y)$, если $y = \sin(x/3)$, найти $P(0 < y < 2)$.

6. а) Для двух указанных статистических распределений X_i и Y_j проверить с надежностью 0,9 утверждение о том, что обе выборки взяты из одной генеральной совокупности.

X_i	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21
n_i	6	17	35	24	9

Y_j	3 – 7	7 – 11	11 – 15	15 – 19	19 – 23	23 – 27
n_j	8	21	32	19	7	5

б) Для распределения X_i

- построить гистограмму, найти медиану;
- для оценки среднего построить 98% доверительный интервал;
- для оценки стандартного отклонения построить 90% доверительный интервал.

7. Для случайной величины с плотностью $f(x) = Ax^3 e^{-x^2/a}, (x > 0)$ найти A. По результатам наблюдений объема n методом наибольшего правдоподобия найти оценку \hat{a} . Проверить несмещенность, состоятельность и эффективность оценки.

V. РЕСУРСЫ

1.1. Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 479 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-3461-8.

Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-378233>

- Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2013. — 404 с. — (Серия : Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-9916-2220-2. Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/rukovodstvo-k-resheniyu-zadach-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-368112>

1.2. Дополнительная литература

Красс, М. С. Математика для экономистов : учебное пособие / М. С. Красс, Б. В. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010.

1.3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Office 2007 Prof+	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

1.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

Не предусмотрено

1.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории и помещения для лекций, аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов, оснащенные компьютерной техникой, мультимедийными установками, проекторами с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную образовательную среду университета.

Для проведения занятий в активной форме обучения используется раздаточный материал, распечатки тестов, ноутбук, проектор.