

**Программа учебной дисциплины
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Утверждена

Академическим советом ООП

Протокол № 3 от «29» августа 2018 г.

Автор	Мизонова В.Г., Тютин В.В.
Число кредитов	4
Контактная работа (час.)	60
Самостоятельная работа (час.)	92
Курс	2 курс
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

**I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И
ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются: подготовка студентов к информационно-аналитической и научно-исследовательской деятельности.

В результате освоения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия «Теории вероятности и математической статистики» и ограничения, связанные с математической формализацией,

уметь:

- применять основные количественные и качественные методы при принятии решений в управлении экономикой;

владеть:

- навыками принятия решений.

Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» базируется на следующих дисциплинах:

- Математика.

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- решение систем линейных уравнений и неравенств,
- решение матричных уравнений,
- операции над векторами и матрицами,
- дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Базы данных,

- Методы оптимизации,
- Количественные и качественные методы разработки и принятия управленческих решений,
- Основ маркетинговой аналитик,
- НИС.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Алгебра событий. Элементарные исходы случайного эксперимента. События. Операции над событиями. Диаграммы Вьена. Достоверные и невозможные события.

Тема 2. Элементы комбинаторики. Сочетания, размещения, перестановки.

Тема 3. Классическая вероятность. Вероятности. Дискретное вероятностное пространство. Независимые события. Основные формулы исчисления вероятностей. Модель Колмогорова общего вероятностного пространства. Классическое определение вероятности, как частный случай модели Колмогорова. Общее определение вероятности и ее основные свойства (монотонность, счетная аддитивность, непрерывность).

Тема 4. Геометрическая вероятность. Определение геометрической вероятности. Вычисление ее для плоских и пространственных задач.

Тема 5. Сложение, умножение вероятностей. Зависимость и совместность событий, формулы полной вероятности и Байеса. Полная группа событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема независимых испытаний Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Тема 6. Дискретные случайные величины: одномерные и двумерные. Дискретная Случайная величина. Закон распределения, функция распределения случайной величины. Основные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, моды, медиана, квантили. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Условные распределения. Условное математическое ожидание. Ковариация и корреляция двух случайных величин. Дискретные распределения: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона и их характеристики. Случайные векторы. Вектор математического ожидания и ковариационная матрица. Линейные преобразования случайного вектора.

Тема 7. Классические дискретные распределения. Биномиальное, геометрическое распределения. Распределение Пуассона. Формулы для вычисления математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения.

Тема 8. Непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей случайной величины. Равномерное, нормальное, показательное распределения и их характеристики.

Тема 9. Элементы математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Генеральная средняя. Формула для вычисления дисперсии. Доверительные интервалы для оценки математического

ожидания. Оценка точности измерений. Метод наибольшего правдоподобия. Элементы теории корреляции. Статистическая проверка статистических гипотез. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Текущий контроль:

Контроль работы на занятии (регулярно). – устный опрос, письменный опрос 2-10 минут. Под Контролем работы на занятии подразумевается:

а) регулярный, как правило - письменный, реже – устный опрос студентов по формулировкам основных понятий, теорем, методов, по решению типовых задач. Длительность опроса – 2 – 10 минут;

б) Самостоятельное решение и объяснение задач текущей темы у доски студентом перед своей группой.

Контрольная работа – письменная работа, 80 минут. За весь период изучения дисциплины проводится 3 (Три) контрольные работы.

Под контрольной работой подразумевается письменное решение набора задач текущей темы. Возможно – с ответами на вопросы теории по текущей теме. Длительность контрольной работы не более 80 минут, Преподаватель может сократить длительность выполнения контрольной работы.

При проведении контрольной работы студенты могут по решению преподавателя использовать только учебные программы, справочники, таблицы и прочие источники информации, перечень которых установлен преподавателем. Использование материалов, не предусмотренных этим перечнем, попытка общения с другими студентами или иными лицами, наличие электронных средств связи/гаджетов, несанкционированные перемещения студентов, и т.п. являются основанием для выставления соответствующему студенту оценки 0 баллов и удаления его из аудитории. Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов. При обнаружении подложных работ, плагиата в работе, идентичных (списанных), и т.п. работ – всем связанным с этими работами студентам ставится оценка 0.

Итоговый контроль – экзамен. Форма экзамена: письменное решение набора задач всех тем дисциплины, ответы на вопросы теории по всем темам. Длительность экзамена 80 минут.

При проведении экзамена студенты могут по решению преподавателя использовать только учебные программы, справочники, таблицы и прочие источники информации, перечень которых установлен преподавателем. Использование материалов, не предусмотренных этим перечнем, попытка общения с другими студентами или иными лицами, наличие электронных средств связи/гаджетов, несанкционированные перемещения студентов, и т.п. являются основанием для выставления соответствующему студенту оценки 0 баллов и удаления его из экзаменационной аудитории. Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов. При обнаружении подложных работ, плагиата в

работе, идентичных (списанных), и т.п. работ – всем связанным с этими работами студентам ставится оценка 0 и за экзамен и как итоговая.

По всем формам текущего и итогового контроля при выставлении оценок учитывается способность студента распознавать тип поставленной задачи, обосновывать применимость метода решения, применить необходимый метод, интерпретировать полученный результат, оценить влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи.

Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале:

- высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляется при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы, правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении,
- почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из вышеперечисленных отличительных признаков, как, например: детальных примеров или обобщений, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,
- оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,
- оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),
- оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,
- оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,
- оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,
- оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,
- оценка в 1 балл проставляется, когда работа содержит только неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

Порядок формирования оценок по дисциплине

При проведении контрольной работы/экзамена студенты могут по решению преподавателя использовать только учебные программы, справочники, таблицы и прочие источники информации, перечень которых установлен преподавателем. Использование материалов, не предусмотренных этим перечнем, попытка общения с другими студентами или иными лицами, наличие электронных средств связи/гаджетов, несанкционированные

перемещения студентов, и т.п. являются основанием для выставления соответствующему студенту оценки 0 баллов и удаления его из контрольной/экзаменационной аудитории.

Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов.

В случае пропуска студентом контрольной работы без уважительной причины, его оценка за соответствующую контрольную работу берется равной 0. В случае пропуска студентом контрольной работы по причине болезни (подтвержденной медицинской справкой), студент имеет право написать соответствующую контрольную работу в течение 1 недели после выхода с больничного. Время и место написания контрольной в этом случае согласовывается с преподавателем.

Преподаватель оценивает как выполнение студентом контрольной работы и задания экзамена, так и активность студента на занятиях (оценивается факт присутствия/выступления студента, качество выполнения устного и/или письменного задания).

Каждый вид работ оценивается с точностью до десятых долей. Максимальная оценка 10 баллов.

В дальнейшем используются обозначения:

$O_{к/р1,2,3}$	– оценка за 1, 2, 3 контрольные работы,
$O_{текущая}$	– оценка текущего контроля,
$O_{аудиторная}$	– оценка активности студента на аудиторных занятиях (лекциях и семинарах),
$O_{накопленная}$	– оценка знаний студента, накопленная в течение курса,
$O_{экзамен}$	– оценка за экзамен,
$O_{результ}$	– результирующая оценка, выставляемая в экзаменационную ведомость

Для получения результирующей оценки $O_{результ}$ используются следующие весовые множители:

$$O_{текущая} = (O_{к/р1} + O_{к/р2} + O_{к/р3}) / 3,$$

$$O_{накопленная} = 0,75 * O_{текущая} + 0,25 * O_{аудиторная},$$

Для получения результирующей оценки по 10-бальной шкале вычисляется величина:

$$O_{результ} = 0,5 * O_{накопленная} + 0,5 * O_{экзамен}$$

Способ округления оценок – арифметический.

При результирующей оценке менее 4-х баллов (по 10 – ти бальной шкале) студент имеет право на одну пересдачу и на одну пересдачу с комиссией. При ранее полученной результирующей оценке 4 и более баллов пересдачи не допускаются.

На пересдаче (при ранее полученной результирующей оценке менее 4-х баллов), по решению преподавателя, может учитываться $O_{накопленная}$ студента, а результирующая оценка - рассчитываться по приведенной выше формуле.

На пересдаче с комиссией (при ранее полученной результирующей оценке менее 4-х баллов) студенту предоставляется возможность получить любую оценку, независимо от оценок, полученных ранее (соответственно полученная оценка является результирующей).

В диплом ставится результирующая оценка по данной учебной дисциплине.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля:

Примерные задания для контрольных работ:

1. Составление формального выражения для сложного события. Использование формул комбинаторики.
2. Решение задачи на сложение и умножение вероятностей с учетом совместности и зависимости.
3. Решение задачи на формулу полной вероятности или Байеса. Полная группа событий.
4. Решение задачи на определение условной вероятности
5. Решение задачи на построение и анализ произвольной дискретной случайной величины.
6. Решение задачи на использование стандартной дискретной случайной величины
7. Решение задачи на построение и анализ двумерной дискретной случайной величины с учетом зависимости и коррелированности одномерных компонент
8. Функции от случайных величин, свойства числовых характеристик случайных величин.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. События. Операции над событиями.
2. Зависимость событий. Совместность событий.
3. Основные формулы исчисления вероятностей.
4. Полная группа событий.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Общее определение вероятности и ее основные свойства.
7. Схема независимых испытаний Бернулли.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
9. Закон распределения, функция распределения случайной величины.
10. Основные числовые характеристики случайных величин.
11. Зависимость случайных величин.
12. Условные распределения. Условное математическое ожидание.
13. Ковариация и корреляция двух случайных величин.
14. Классические дискретные распределения.
15. Ковариационная матрица. Линейные преобразования случайного вектора.

Примеры заданий итогового контроля:

1. В очень большой группе студентов, доля студентов с признаком А равна $P(A)$, а доля студентов с признаком В равна $P(B)$. Доля студентов, имеющих одновременно и признак А и признак В равна $P(AB)$. К доске вызывают двух случайных студентов. Найти вероятность того, что хотя бы у одного из студентов есть хотя бы один из этих признаков;

2. Три стрелка производят залп по мишени. Вероятности попадания в цель стрелками равны соответственно P_1, P_2, P_3 . Найти вероятность попадания в цель первым стрелком, если два стрелка попали в цель;

3. В одном ящике находится 1 красный и 1 синий шар, а во втором ящике – 2 красных шара. Из первого во второй переложили 1 шар. За тем из второго вынимают 2 шара. Потом система возвращается в исходное состояние. Эта процедура повторяется 5 раз. Найти вероятность того, что 2 красных шара будут вынуты 4 раза.

4.

X	1	2
P(x)	1/3	2/3

Y	1	2
P(y)	1/3	2/3

Случайные величины X и Y независимы и имеют указанное распределение. Для случайных величин $Z=X+Y$ и $W=X-Y$: построить таблицу совместного распределения случайных величин Z и W; Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин Z и W; Найти вероятность событий $ZW < 3$; $Z^2 + W^2 < 10$.

V. РЕСУРСЫ

5.1. Основная литература

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник для прикладного бакалавриата / В.Е.Гмурман; ЭБС Юрайт. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2019. – 479 с. – (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-534-00211-9. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-431095#page/1>. – Загл. с экрана.

2. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / Н.Ш.Кремер; ЭБС Юрайт. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2019. – 538 с. – (Серия: Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-10004-4. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-431167#page/1>. – Загл. с экрана.

5.2. Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебное пособие для бакалавриата и специалитета / В.Е.Гмурман; ЭБС Юрайт. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 406 с. – (Серия: Бакалавр и специалист). – ISBN 978-5-534-08389-7. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/rukovodstvo-k-resheniyu-zadach-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-431094#page/1>. – Загл. с экрана.

2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е.Гмурман. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2014. – 478 с. – (Бакалавр. Базовый курс).

3. Красс, М.С. Математика для экономического бакалавриата [Электронный ресурс]: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов; ЭБС Znanium. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. – 472 с. – (Высшее образование: Бакалавриат) – ISBN 978-5-16-004467-5. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=558399>. – Загл. с экрана.

4. Красс, М.С. Математика для экономистов: учебное пособие / М.С. Красс, Б.В. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2010. – 464 с.

5.3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1	Windows Professional 8.1 Russian	Из внутренней сети университета (договор)

2	MS Office 2007 Prof +	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
1	Электронные образовательные ресурсы	<i>Договор на использование электронных баз данных/по подключению и обеспечению доступа к базам данных</i>

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для лабораторных и самостоятельных занятий по дисциплине оснащены ПЭВМ, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.