

**Программа учебной дисциплины
«Алгоритмы и структуры данных»**

Утверждена
Академическим советом ОП
Протокол № _____ от _____ . _____ .20 _____

Разработчики	Объедков Сергей Александрович, Доцент, Департамент анализа данных и искусственного интеллекта Погудин Глеб Александрович, Доцент, Департамент больших данных и информационного поиска
Число кредитов	9
Контактная работа (час.)	144
Самостоятельная работа (час.)	198
Курс, Образовательная программа	1 (Б) курс, Прикладная математика и информатика
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты

Цели:

1. ознакомление студентов с основными принципами проектирования и анализа алгоритмов и структур данных
2. развитие навыков обоснования корректности алгоритмов, их практической реализации, теоретической и экспериментальной оценки их временной сложности

Планируемые результаты обучения (ПРО):

1. Знать о наиболее важных алгоритмах и структурах данных и основных принципах их проектирования и анализа
2. Уметь обосновывать корректность алгоритмов, проводить теоретическую и экспериментальную оценки их временной сложности
3. Уметь формализовать условие задачи, требующей алгоритмического решения, разбить задачу на подзадачи, сформулировать эффективный алгоритм решения задачи
4. Иметь навыки реализации алгоритмов на языках Python и C++

Пререквизиты:

1. Основы и методология программирования

2. Содержание учебной дисциплины

Тема (раздел дисциплины)	Объем в часах	Планируемые результаты обучения (ПРО), подлежащие контролю	Формы контроля
	лк		
	см		
	онл/сп		
Рекурсивные алгоритмы и рекуррентные соотношения	4	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ1, КР1, Экз1, Экз2,
	4		
	11		
Асимптотический анализ	4	№: 1, 2, 3.	ДЗ1, КР1,

	4		Экз1, Экз2,
	11		
Динамическое программирование	4	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ1, КР1, Экз1, Экз2,
	4		
	11		
Сортировки	4	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ1, КР1, Экз1, Экз2,
	4		
	11		
Разделяй и властвуй	8	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ1, КР1, Экз1, Экз2,
	8		
	22		
Алгоритмы на графах	8	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ1, КР1, Экз1, Экз2,
	8		
	22		
Структуры данных	10	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ2, КР2, Ауд2, Экз2,
	10		
	28		
Жадные алгоритмы	12	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ2, КР2, Ауд2, Экз2,
	12		
	33		
Потоки в сетях	6	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ2, КР2, Ауд2, Экз2,
	6		
	16		
Конечные автоматы, регулярные выражения, контекстно-свободные грамматики	12	№: 1, 2, 3, 4.	ДЗ2, КР2, Ауд2, Экз2,
	12		
	33		
Часов по видам учебных занятий:	72		
	72		
	198		
Итого часов:	342		

Содержание разделов дисциплины:

1. Рекурсивные алгоритмы и рекуррентные соотношения

Рекурсия и дерево рекурсии. Организация перебора вариантов (выход из лабиринта) с помощью рекурсии. Быстрое возведение в степень, бинарный поиск (с оценкой на число вызовов). Элиминация хвостовой рекурсии.

2. Асимптотический анализ

О-, o- и Θ-формализм. Асимптотическая иерархия функций. Анализ конкретных алгоритмов: сложность вложенных циклов, сложность бинарного поиска.

3. Динамическое программирование

Динамическое программирование как "экономная рекурсия", подходы снизу вверх и сверху вниз. Классические применения: наибольшая возрастающая подпоследовательность, вычисление расстояния Левенштейна, целочисленная задача о рюкзаке.

4. Сортировки

Сортировка вставкой, сортировка слиянием, быстрая сортировка и др.

5. Разделяй и властвуй

Решение рекуррентных соотношений через дерево рекурсии. Выбор порядковой статистики за

время $O(n)$, поиск ближайшей пары точек за время $O(n \log n)$, алгоритм Карацубы для умножения целых чисел, алгоритм Штрассена для умножения матриц.

6. Алгоритмы на графах

Способы представления графов: матрица смежности и списки смежности. Обход в глубину и в ширину, поиск компонент связности в неориентированных и ориентированных графах, топологическая сортировка. Алгоритмы Флойда – Уоршелла и Беллмана – Форда.

7. Структуры данных

Линейные структуры данных. Амортизационный анализ. Хеш-функции и хеш-таблицы. Разрешение коллизий при помощи цепочек. Открытая адресация. Двухуровневое идеальное хеширование. Деревья поиска. Сбалансированные деревья поиска. Красно-черные деревья. Динамические порядковые статистики.

8. Жадные алгоритмы

Основные принципы, примеры алгоритмов. Поиск кратчайших путей в графе при помощи алгоритма Дейкстры. Приоритетная очередь на основе двоичной кучи. Минимальные остовные деревья: алгоритмы Прима и Крускала. Система непересекающихся множеств.

9. Потоки в сетях

Задача о максимальном потоке. Максимальный поток и минимальный разрез. Алгоритмы Форда – Фалкерсона и Эдмондса – Карпа. Сведение задачи о максимальном паросочетании в двудольном графе к задаче о максимальном потоке. Устойчивые паросочетания и алгоритм Гейла – Шепли.

10. Конечные автоматы, регулярные выражения, контекстно-свободные грамматики

Конечные автоматы. Регулярные языки. Минимизация конечного автомата. Недетерминированные конечные автоматы. Замкнутость регулярных языков относительно регулярных операций. Регулярные выражения. Эквивалентность регулярных выражений и конечных автоматов. Три подхода к реализации регулярных выражений: детерминированный автомат, поиск с возвратами в недетерминированном автомате, имитация детерминированного автомата по недетерминированному. Нерегулярные языки. Лемма о накачке. Контекстно-свободные грамматики. Автоматы с магазинной памятью. Эквивалентность контекстно-свободных грамматик и автоматов с магазинной памятью. Построение автомата по грамматике. Лемма о накачке для контекстно-свободных языков. Разбор слов по контекстно-свободной грамматике: алгоритм динамического программирования для грамматики в нормальной форме Хомского.

3. Оценивание

- ДЗ1, Не блокирующее, Домашнее задание
- КР1, Не блокирующее, Контрольная работа
- Ауд1, Не блокирующее, Работа на семинаре
- Экз1, Не блокирующее, Экзамен (письменный)
- ДЗ2, Не блокирующее, Домашнее задание
- КР2, Не блокирующее, Контрольная работа
- Ауд2, Не блокирующее, Работа на семинаре
- Экз2, Не блокирующее, Экзамен (устный)

Формула округления:

На усмотрение преподавателя до ближайшего сверху или снизу целочисленного значения

Вид формулы оценивания: Линейная

Формула оценивания:

$$\text{Пром1} = (3/10 * \text{ДЗ1} + 1/5 * \text{КР1} + 1/10 * \text{Ауд1} + 2/5 * \text{Экз1})$$

$$\text{Окончательная оценка} = \text{Округление}(1/5 * \text{ДЗ2} + 1/15 * \text{КР2} + 1/15 * \text{Ауд2} + 1/3 * \text{Экз2} + 1/3 * \text{Пром1})$$

4. Примеры оценочных средств

1. Оцените сложность данного алгоритма относительно размера входа.
2. Приведите рекуррентное соотношение, описывающее сложность данного алгоритма и перепишите это соотношение в замкнутой форме.
3. Перед вами данные об изменении курса доллара за n дней. Обозначим за $r(i)$ курс доллара к рублю в i -ый день. Вы хотите понять, в какой из этих n дней стоило купить доллары, а в какой — продать, чтобы максимизировать прибыль в рублях (в предположении, что в первый день у вас были только рубли). Разработайте и реализуйте алгоритм, работающий в рамках стратегии «разделяй и властвуй» и решающий эту задачу за время $O(n \log n)$. Если прибыль получить невозможно, алгоритм должен сообщить об этом.
4. Перед вами ряд из n карт, на каждой из которых написано некоторое число. Все числа различны, а карты лежат числом вниз. Требуется найти карту, на которой написано число, меньшее, чем числа на всех соседних картах. Разрешается перевернуть $O(\log n)$ карт. Как решить задачу?
5. Назовем два пути в графе непересекающимися по ребрам, если они не содержат одинаковых ребер (но могут содержать одинаковые вершины). Требуется выяснить, есть ли в заданном ориентированном графе k путей, непересекающихся по ребрам, из вершины s в вершину t . Разработайте и реализуйте эффективный алгоритм решения этой задачи.
6. Дед Мороз готовит подарки к Новому году. У Деда Мороза есть заводной автомобиль, книжка-раскраска, кукла Таня, кулек конфет и еще $n - 4$ различных подарка. Каждый из них имеется в неограниченном количестве, так что проблем вроде бы быть не должно. Однако Деду Морозу кажется, что кулек конфет и заводной автомобиль — неравноценные подарки, поэтому к кульку конфет он, скорее всего, добавит книжку-раскраску или что-то еще. Дед Мороз уже составил k подарочных наборов, каждый из которых содержит не более одного подарка каждого типа (т.е. в одном наборе — не более одной куклы Тани). Принципы Деда Мороза не позволяют ему дарить одному ребенку явно больше, чем другому, поэтому каждый из любых двух наборов содержит какой-то подарок, которого нет в другом наборе. Дед Мороз пытается составить еще один — $(k + 1)$ -ый — подарочный набор, согласующийся с его принципами, но у него не получается. Предложите алгоритм, определяющий, существует ли такой $(k + 1)$ -ый набор (для заданных k наборов и n типов подарков), приведите оценку времени работы предложенного алгоритма и реализуйте его.
7. Пусть $X[1..n]$ и $Y[1..n]$ — два отсортированных массива, каждый из которых содержит по n элементов. Разработайте и реализуйте алгоритм, в котором поиск медианы всех $2n$ элементов, содержащихся в массивах X и Y , выполнялся бы за время $O(\log n)$.
8. Даны два массива по n элементов в каждом: i -ый элемент первого массива — ставка i -го игрока на тотализаторе, i -ый элемент второго массива — выигрыш i -го игрока. Все ставки различны, все выигрыши положительны. Обозначим за W сумму всех выигрышей. Требуется найти ставки каждого игрока x , для которого верно следующее: суммарный выигрыш игроков, поставивших меньше игрока x , не превышает $W/2$, и суммарный выигрыш игроков, поставивших больше, не превышает $W/2$. Разработайте и запрограммируйте эффективный алгоритм решения задачи и приведите оценку его времени работы.
9. Нарисуйте любое красно-черное дерево с ключами 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Покажите, как изменится это красно-черное дерево при добавлении к нему ключа 7.
10. Докажите или опровергните: если $f(n) = O(g(n))$ и $g(n) = O(h(n))$, то $f(n) = O(h(n))$.
11. Докажите или опровергните: если $f_1(n) = O(g(n))$ и $f_2(n) = O(g(n))$, то $f_1(n) + f_2(n) = O(g(n))$.
12. Вершинным покрытием неориентированного графа называется подмножество его вершин, включающее хотя бы одну из двух вершин каждого ребра. Независимым множеством неориентированного графа называется подмножество его вершин, в котором никакие две вершины не связаны ребром. Допустим, у вас есть алгоритм A , вычисляющий вершинное покрытие минимального размера за время $O(f(n))$, где $f(n) = \Omega(n)$. Предложите алгоритм B , вычисляющий независимое множество максимального размера за время $O(f(n))$. Поясните ответ.
13. Разработайте и реализуйте алгоритм, сортирующий массив из n чисел, каждое из которых равно $-1, 0$ или 1 , за время $O(n)$ в худшем случае.
14. Решите рекуррентное соотношение: $T(n) = 8T(n/2) + n^3$.
15. В некоторой программе осуществляется n последовательных вызовов операции f . Известно, что

эта последовательность вызовов занимает время $\Theta(n \log n)$ в худшем случае. Каким может быть максимальное время выполнения (в терминах Θ) одной операции f из этой последовательности? Объясните ответ.

16. Пусть есть два множества чисел S и T , реализованные в виде связанных списков. Все элементы в каждом из списков различны. Длины списков неизвестны, доступ к элементам списков по индексу невозможен. Любая операция над одним числом или двумя числами занимает константное время. Предложите эффективный алгоритм, определяющий, верно ли, что $S = T$, т.е. что списки, реализующие множества S и T , содержат одинаковые элементы (но, возможно, в разном порядке). В идеале, ожидаемое (среднее) время работы алгоритма — $O(\min\{|S|, |T|\})$.

5. Ресурсы

5.1. Рекомендуемая основная литература

п/п	Наименование
1	<i>Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн</i> Алгоритмы: построение и анализ, 2-е изд. – М.; СПб.; Киев: Вильямс, 2005 (или более поздние издания)

5.2. Рекомендуемая дополнительная литература

п/п	Наименование
1	<i>Дж. Клейнберг, Е. Тардос</i> Алгоритмы: разработка и применение, Пер. с англ. Е. Матвеева. – СПб.: Питер, 2017 (или более поздние издания)
2	<i>S. DasGupta, C. Papadimitriou, U. Vazirani</i> Algorithms, Boston [etc.]: McGraw-Hill Higher Education, 2018
3	<i>M. Sipser</i> Introduction to the theory of computation, 2nd ed. – Boston; Toronto; London: Thomson Course Technology, 2006 (или более поздние издания)
4	<i>J. Erickson</i> Algorithms, 1st edition, June 2019 (или более поздние издания)

5.3. Программное обеспечение

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
1	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 8.1 Professional RUS Microsoft Windows 10	Из внутренней сети университета (договор)
2	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)
3	Интерпретатор языка Python 3.x	Свободно распространяемое программное обеспечение
4	Компилятор языка C++	Свободно распространяемое программное обеспечение

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы		
1	Электронно-библиотечная система Юрайт	URL: https://biblio-online.ru/
Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)		
1	Открытое образование	URL: https://openedu.ru/

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для лабораторных и самостоятельных занятий по дисциплине оснащены ПЭВМ, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

Компьютерные классы оборудованы ПЭВМ с доступом в Интернет, операционными системами и программным обеспечением, необходимыми для освоения дисциплины. При необходимости допускается замена оборудования его виртуальными аналогами.

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

6.1.1. *для лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.2. *для лиц с нарушениями слуха:* в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.3. *для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:* в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.