

Программа учебной дисциплины «Современные методы анализа данных: анализ нелинейных и многофазных процессов»

Утверждена
Академическим советом ОП
Протокол № от __.__.20__

Разработчик	Данилов Владимир Григорьевич, профессор, департамент прикладной математики
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	88
Самостоятельная работа (час.)	102
Курс, Образовательная программа	1, ОП "Математические методы моделирования и компьютерные технологии"
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты

Целями освоения дисциплины «Современные методы анализа данных: анализ нелинейных и многофазных процессов» являются освоение основных нелинейных эволюционных моделей математической физики, понятия обобщенного решения, метода характеристик и его обобщения; знание свойств, присущие решениям нелинейных уравнений (нелинейные эффекты), метода обратной задачи рассеяния, метода слабых асимптотик (с точки зрения техники вычислений и алгебры), метода регуляризации; умение исследовать уравнения с частными производными первого порядка, построение решения уравнения неразрывности в разрывном поле скоростей, описание распространения и взаимодействия уединенных нелинейных волн в различных задачах типа уравнений Бюргерса, Хопфа, системы фазового поля и ее аналогов; умение с помощью метода обобщенных характеристик строить решения прямой и обратной задачи Коши для параболического уравнения Колмогорова-Феллера глобально по времени.

В результате освоения дисциплины студент должен знать основные математические модели и методы анализа данных; уметь строить и оценивать формализованные математические модели, оценивать данные, выявлять закономерности в них, визуализировать результаты анализа данных; владеть математическим аппаратом анализа данных и принятия решений.

Изучение дисциплины «Современные методы анализа данных: анализ нелинейных и многофазных процессов» базируется на следующих дисциплинах: обыкновенные дифференциальные уравнения; уравнения математической физики.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: Научно-исследовательский семинар «Новые методы прикладной математики»; Многомасштабное компьютерное моделирование.

2. Содержание учебной дисциплины

Тема 1. Обобщенные решения нелинейных уравнений первого порядка («скалярные законы сохранения»). Обобщенные решения нелинейных уравнений первого порядка в дивергентной форме («скалярные законы сохранения»). Метод характеристик. Условие устойчивости Лакса-Олейник. Метод малой вязкости. Энтропийное условие Кружкова. Уравнение Бюргерса. Задача о взаимодействии сглаженных ударных волн. Преобразование Хопфа-Коула. Уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана. Негладкие решения уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и их связь с обобщенными решениями «законов сохранения» в одномерном случае. Построение негладких решений уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана методом характеристик. (8 лк, 12 см, 24 ср)

Тема 2. Метод слабых асимптотик. Введение в метод слабых асимптотик. Асимптотические алгебры обобщенных функций с общим сингулярным носителем. Общие асимптотические алгебры обобщенных функций. Связь с теорией Коломбо. Нелинейные законы суперпозиции. Взаимодействие сглаженных ударных волн для уравнений типа Бюргерса. Рождение ударных волн как результат взаимодействия слабых разрывов. Распад неустойчивой ударной волны. Взаимодействие ударной волны и волны разряжения в одномерном случае. Уравнение неразрывности в разрывном поле скоростей. Концентрация массы на подмногообразиях положительной коразмерности. Дельтаударные волны: определение и построение методом характеристик. Дельта-ударные волны в многомерном случае. Описание взаимодействия дельта-ударных волн методом слабых асимптотик. Дельта-ударные волны с сингулярным носителем в виде стратифицированного многообразия. Модели нелинейных волновых процессов. Образование и распад пробок на дорогах. Дельта –ударные волны в нелинейной хроматографии. (10 лк, 14 см, 28 ср)

Тема 3. Система фазового поля и задача Стефана–Гиббса-Томсона. Задача Стефана, условия Гиббса-Томсона. Система фазового поля. Построение слабого асимптотического решения, описывающего движение границы раздела фаз (процесс плавления-затвердевания). Описание взаимодействия свободных границ в задаче Стефана-Гиббса-Томсона (моделирование возникновения или исчезновения новой фазы). (8 лк, 12 см, 24 ср)

Тема 4. Параболические псевдодифференциальные уравнения с малым параметром. Параболические псевдодифференциальные уравнения с малым

параметром (уравнения типа Колмогорова-Феллера). Неосциллирующие аналоги ВКБ-решений в малом по времени. Асимптотика фундаментального решения при малых временах. Общая схема туннельного канонического оператора Маслова. Построение глобальных по времени асимптотических 3 решений уравнения с малым параметром типа Колмогорова-Феллера методом характеристик. Решение задачи Коши в обратном времени. (10 лк, 14 см, 26 ср)

3. Оценивание

Текущий контроль знаний и навыков студентов осуществляется преподавателем в ходе проверки домашнего задания и контрольной работы. Оценки за домашнее задание Одз и контрольную работу Окр выставляются по 10-ти бальной шкале.

Итоговый контроль знаний и навыков студентов проводится в виде экзамена, за который выставляется оценка Оэкзамен по 10-бальной шкале.

Итоговая оценка формируется как взвешенная сумма

$$O = 0.25 \text{ Одз} + 0.25 \text{ Окр} + 0.5 \text{ Оэкзамен}$$

Оценка округляется вверх.

4. Примеры оценочных средств

Тематика заданий текущего контроля:

- Решение одномерных и двумерных задач Коши для скалярных законов сохранения.
- Вывод условий на скачке из интегрального тождества.
- Метод малой вязкости, преобразование Хопфа-Коула.
- Взаимодействие ударных волн для уравнения Хопфа.
- Обобщенные функции и их гладкие аппроксимации. Моментное разложение.
- Малость в слабом смысле и идеал в алгебре Коломбо.
- Слабая асимптотика взаимодействия ударных волн.
- Рождение ударной волны как взаимодействие слабых особенностей.
- Уравнение неразрывности в разрывном поле скоростей. Сравнение различных типов рождения дельта-ударных волн.
- Слабая асимптотика солитонного решения уравнения типа КдФ.
- Построение двухсолитонного решения уравнения КдФ методом обратной задачи рассеяния.
- Слабая асимптотика двухсолитонного решения уравнения КдФ.
- Неосциллирующие ВКБ решения прямой задачи Коши для уравнения теплопроводности в малом по времени.
- Неосциллирующие ВКБ решения обратной задачи Коши в малом по времени.

Вопросы итогового контроля:

- Проверить, удовлетворяют ли решение в виде неустойчивой ударной волны энтропийному условию Кружкова.
- Исследование решения уравнения Бюргерса, описывающего взаимодействие сглаженных ударных волн.
- Построение лагранжева многообразия, отвечающего решению уравнения Гамильтона-Якоби — Беллмана.
- Слабая асимптотика произведений обобщенных функций, порождающих конечномерные в слабом смысле подалгебры.
- Слабая асимптотика взаимодействия ударных волн для скалярного закона сохранения с выпуклой нелинейностью.
- Построение решения типа дельта-ударной волны в случае цилиндрической симметрии.
- Построение асимптотического решения солитонного типа для уравнения типа КдФ с произвольной выпуклой нелинейностью.
- Построение слабой асимптотики солитонного решения для уравнения типа КдФ.
- Построение трехсолитонного решения для уравнения КдФ.
- Построение асимптотики фундаментального решения одномерного уравнения Колмогорова-Феллера с постоянными коэффициентами.
- Построение решения типа ВКБ задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности на конечном интервале времени без использования интегральных преобразований.

5. Ресурсы

5.1. Рекомендуемая основная литература

п/п	Наименование
	Dafermos, Constantine. Hyperbolic Conservation Laws in Continuum Physics / Constantine Dafermos. – Springer, 2005 (доступ по подписке НИУ ВШЭ)
	Freidlin, Mark. Random Perturbations of Dynamical Systems / Mark Freidlin, Alexander Wentzell. – Springer, 2012 (доступ по подписке НИУ ВШЭ)

5.2. Рекомендуемая дополнительная литература

п/п	Наименование
	Danilov, V.G. Shock wave formation process for a multidimensional scalar conservation law / V.G. Danilov, D. Mitrovic //Quart. Appl. Math. – 2011. – 5 Vol. 69 (4). – P. 613–634.

	(доступ по подписке НИУ ВШЭ)
	Danilov, V. G. Generalized solutions describing singularity interaction / V. G. Danilov // Int. J. Math. Math. Sci. – 2002. – Vol. 29 (8). – P. 481–494. (доступ по подписке НИУ ВШЭ)
	Danilov, V.G. Delta-shock wave type solution of hyperbolic systems of conservation laws / V. G. Danilov, V. M. Shelkovich //Quart. Appl. Math. – 2005. – Vol. 63 (3). – P. 401–427 (доступ по подписке НИУ ВШЭ)
	Albeverio, S. Global in time solutions to Kolmogorov-Feller pseudodifferential equations with small parameter / S. Albeverio, V. G. Danilov // Russ. J. Math. Phys. – 2011. – Vol. 18 (1). – P. 10–25. (доступ по подписке НИУ ВШЭ)
	Albeverio, Sergio. Construction of global-in-time solutions to Kolmogorov-Feller pseudodifferential equations with a small parameter using characteristics / Sergio Albeverio, Vladimir Danilov //Math. Nachr. – 2012. – Vol. 285 (4). – P. 426–439. (доступ по подписке НИУ ВШЭ)

5.3. Программное обеспечение

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
		<i>Например, из внутренней сети университета (договор)/ свободное лицензионное соглашение</i>

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
	EqWorld- Мир математических уравнений	Свободный доступ, http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены ПЭВМ, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

6.1.1. *для лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.2. *для лиц с нарушениями слуха:* в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.3. *для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:* в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

7. Дополнительные сведения