

Рабочая программа дисциплины
Компьютерное моделирование стохастических систем

Утверждена
Академическим советом ОП
Протокол № от __.__.2019

Разработчик	Голубин А.Ю., доцент ДПМ МИЭМ НИУ ВШЭ
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	80
Самостоятельная работа (час.)	54
Курс, Образовательная программа	3-ий курс, Прикладная математика
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

1. Цели, результаты освоения дисциплины и пререквизиты освоения дисциплины

Данная дисциплина имеет своей целью:

- обучить студентов теории и практическим методам имитационного моделирования процессов стохастической природы, когда применение аналитических методов невозможно, а реальные эксперименты затруднены из-за финансовых или физических препятствий. Компьютерное моделирование заключается в проведении серии вычислительных экспериментов, целью которых является сбор данных, их статистический анализ, интерпретация и сопоставление результатов моделирования с реальным поведением изучаемого процесса.
- сформировать представление, первичные знания, умения и навыки студентов по основам моделирования случайных величин и процессов стохастической природы, достаточные для дальнейшего продолжения образования и самообразования их в области приложений теории вероятностей и смежных с ней областях.
- выработать практические навыки выбора метода решения и составления алгоритмов для решения прикладных задач.

Задачи дисциплины — дать основы:

- теории имитационного моделирования применительно к экономическим и техническим процессам;
- моделирования реализаций случайных величин и случайных процессов;

- алгоритмического описания моделирования систем массового обслуживания и динамики финансовых потоков.

1.1 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

иметь представление

- о принципах построения имитационных моделей сложных стохастических систем;

знать:

- основные методы моделирования реализаций случайных величин и векторов;
- основные типы систем массового обслуживания и процессов риска;
- принципы построения алгоритмов имитации траекторий соответствующих случайных процессов;

уметь:

- формализовывать задачи имитации траекторий случайных процессов;
- применять алгоритмы моделирования основных типов случайных процессов, анализировать результаты моделирования, строить оценки вероятностных характеристик исследуемых систем;

иметь навыки:

- разработки и программной реализации численных алгоритмов имитационного моделирования;
- использования стандартных методов построения траекторий различных типов случайных процессов.

Компетенция	од по ОС ВШЭ	уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной	УК-1	МЦ	Дает определения новым понятиям	Формируется на протяжении всего учебного процесса	Текущий контроль на протяжении модуля
Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области.	УК-2	СД	Распознает модели, адекватные изучаемым реальным процессам	Формируется на протяжении всего учебного процесса	Текущий контроль на протяжении модуля
Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза	УК-3	СД	Анализирует модели	Формируется на протяжении всего учебного процесса	Текущий контроль на протяжении модуля, экзамен

Компетенция	код по ОС ВШЭ	уровень формирования компетенции	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции	Форма контроля уровня сформированности компетенции
Способен сформулировать инженерную задачу, формализовав ее на основе знаний математического аппарата и проведенного системного анализа	ПК-2	РБ	представляет связи между фундаментальными и прикладными науками	Формируется на протяжении всего учебного процесса	Текущий контроль на протяжении модуля
Способен анализировать разрабатываемые технические решения на основе их интерпретации и оценки возможных вариантов.	ПК-3	СД	Воспроизводит и, использует известные методы решения задач	Формируется на протяжении всего учебного процесса	Текущий контроль на протяжении модуля
Способен определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решениях	ПК-6	РБ/СД	Владеет и применяет методы оценки эффективности проекта	Формируется в процессе выполнения работы над книгами по специальности	Промежуточный контроль и итоговый экзамен
Способность использовать и развивать методы математического моделирования, применять и использовать аналитические и научные пакеты прикладных программ	ПК-11	РБ/СД	Владеет методами математического моделирования и применяет их для решения конкретных задач	Формируется в процессе выполнения домашних работ	Промежуточный контроль
Способен работать с различными источниками информации, способен фильтровать и сужать массив знаний под задачу	ПК-16	РБ/МЦ	Анализирует информацию, релевантную к поставленной задаче	Формируется в процессе выполнения работы над лекциями и практическими занятиями	Текущий контроль и итоговый экзамен

1.2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является дисциплиной специализации «Прикладные методы стохастического анализа».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- математический анализ
- теория вероятностей и математическая статистика
- алгоритмические языки и программирование

2. Содержание учебной дисциплины

Название раздела	Всего	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа
Этапы имитационного моделирования. Способы моделирования случайных величин. [1]	8	2	2	4
Общий метод моделирования дискретной случайной величины, примеры. Специальные методы моделирования. Метод обратных функций как общий метод моделирования произвольной случайной величины. Применение метода обратных функций для экспоненциального и кусочно-линейного распределений. [1,3]	25	7	10	8
Моделирование равномерного распределения в заданной области. Алгоритмы моделирования равномерного распределения в прямоугольнике и круге. Метод исключения. Метод суперпозиции. [1,3]	17	5	4	8
Моделирование гамма-распределения, распределения с кусочно-линейной плотностью. [1]	8	2	2	4

<p>Моделирование нормального распределения. Общий метод моделирования случайных векторов. Моделирование многомерного нормального распределения.</p> <p>Вычисление оценки математического ожидания с.в. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Точность метода. [1-3]</p>	24	9	5	10
<p>Система массового обслуживания $G G n m$. Оценивание стандартных нестационарных и стационарных характеристик. Системы $G G n 0$, $G G n m$, $G G n \infty$: построение алгоритмов моделирования траекторий. [3]</p>	27	8	9	10
<p>Процессы риска, моделирование основных типов процессов риска. Оценивание вероятности разорения на конечном и бесконечном интервале. [3]</p>	25	7	8	10
Всего	134	40	40	54

3. Оценивание

3.1 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	3-ой год обучения				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Самостоятельная работа			1		
	Контр. раб.					
	Домашнее задание			1		
Итоговый				*		Устный экзамен

3.2 Критерии оценки знаний, навыков

При оценке результатов выполнения домашних заданий применяется дифференцированный подход в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом во время их выполнения. Темой работ являются моделирование случайных величин с заданными распределениями и задачи оценки показателей систем массового обслуживания. Задание выдается индивидуально каждому студенту или бригаде из двух студентов и заключается в математическом исследовании моделей. Итогом является письменный отчет. Домашняя работа преследует две

основные цели. Первая – проявить умение пользоваться теоретическими сведениями математической теории для решения практической задачи. Вторая – проявить навык в письменной форме грамотно излагать результаты работы, уделяя внимание стилю изложения и соблюдая математическую строгость при обосновании решения задачи. Зачет домашней работы осуществляется по результатам собеседования на основании представленного отчета.

Сдача студентом экзамена оценивается по десятибалльной и пятибалльной системе в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом на экзамене.

В начале курса целесообразно напомнить студентам основные понятия теории вероятностей, ввести необходимые термины из массового обслуживания (типы случайных величин, функции распределения, символика Кендалла, процесс риска); на практических занятиях рекомендуется привести решения типовых задач по вычислению стоимостных характеристик случайных процессов. В учебном процессе, помимо чтения лекций, используются интерактивные формы (обсуждение отдельных разделов дисциплины, защита самостоятельных и домашних работ). В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучения. Для закрепления и проверки знаний студентов по наиболее важным разделам курса проводятся домашние работы, по результатам которых происходит проверка самостоятельной работы студентов.

Для обеспечения интерактивного и непрерывного учебного процесса используются коммуникационные средства, предоставляемые сетью «Интернет», в частности, студентам обеспечивается доступ к современной научной литературе в рамках изучаемого курса, осуществляется информационный обмен посредством электронной почты и LMS. Важной частью работы студентов является подготовка самостоятельных работ с последующей проверкой полученных результатов.

С целью текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации предусмотрена защита домашних работ, которые выполняются небольшим коллективом студентов (два человека). Предусмотрены методические указания к выполнению этой работы (см. Приложение 1).

Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях, принимая во внимание активность студентов, участие в дискуссиях, правильность решения задач у доски и при самостоятельной работе. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на занятиях $O_{\text{ауд}}$ определяется перед экзаменом, основываясь на материалах преподавателя, самим преподавателем.

Преподаватель оценивает домашнюю работу студентов: правильность выполнения работы, полнота и корректность вспомогательных результатов. Оценка определяется по 10-ти балльной шкале – $O_{\text{дом. работа}}$.

Накопленная оценка учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = 0.5 O_{\text{ауд}} + 0.5 O_{\text{дом. работа}}$$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме экзамена: в пользу студента (4.4 – 4, 4.5 – 5 и т.д.).

Итоговая оценка выставляется по 10-балльной шкале (с переводом в 5-ти балльную шкалу) и формируется как среднее арифметическое значение из накопленной оценки и оценки на экзамене:

$$O_{\text{ит}} = 0.5 O_{\text{накопленная}} + 0.5 O_{\text{экз}}$$

Перевод в 5-балльную шкалу осуществляется по правилу:

0 - 3 б - неудовлетворительно,

4 - 5 б - удовлетворительно,

6 - 7 б - хорошо,

8 - 10 б - отлично.

4. Примеры оценочных средств

Блокирующие элементы не предусмотрены.

4.1 Тематика заданий текущего контроля

Примерные вопросы: постройте подробную блок-схему моделирования а) случайной величины с нормальным распределением, если заданы первые два момента; б) случайного нормального вектора размерности n с заданным вектором средних и матрицей ковариаций.

4.2. Примерная тематика вариантов самостоятельных и домашних работ

Самостоятельная работа

1. Разработать и реализовать алгоритм моделирования случайной величины с заданной кусочно-линейной плотностью.
2. Применение метода исключения к моделированию случайной величины с заданным распределением.
3. Решить задачу моделирования равномерного вектора в заданной области а) на плоскости, б) в пространстве.

Домашняя работа

Постройте блок-схему моделирования и программную реализацию алгоритма оценки среднего числа потерянных требований на заданном временном интервале для СМО $G|G|n|0$ с заданными распределениями интервалов обслуживания и интервалов входного потока требований (см. Приложение 1).

4.3. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Вопросник на экзамен

1. Сложные стохастические системы как объект имитационного моделирования.
2. Способы моделирования случайных величин.
3. Общий метод моделирования дискретной случайной величины.
4. Специальные методы моделирования дискретных величин.
5. Метод обратных функций как общий метод моделирования произвольной случайной величины. Пример.
6. Моделирование равномерных случайных величин в заданной области.
7. Метод исключения.
8. Метод суперпозиции.
9. Моделирование нормального распределения.
10. Моделирование многомерного нормального распределения.
11. Вычисление оценки математического ожидания с.в. Точность метода.
12. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.
13. Классификация методов моделирования случайных процессов.
14. Оценивание нестационарных характеристик (NS-характеристик) для случайных процессов. Пример.
15. Оценивание стационарных характеристик (S-характеристик). Пример.
16. Алгоритм моделирования системы массового обслуживания. $G|G|n|0$. Пример расчета NS-характеристики.
17. Система массового обслуживания $G|G|n|m$. Оценивание NS-характеристик. Пример.
18. Оценивание S-характеристик системы $G|G|n|m$. Пример.
19. Модель процесса риска. Оценивание вероятности разорения на конечном интервале.
20. Оценивание вероятности разорения на бесконечном временном интервале.

5. Ресурсы

5.1 Рекомендуемая основная литература

	Наименование
	<ol style="list-style-type: none">1. Самарский А.А.. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005.2. Соболев И. М., Метод Монте-Карло. Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.3. Ермаков С.М., . Курс статистического моделирования, учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1976. Книги есть в библиотеке НИУ ВШЭ.

5.2 Рекомендуемая дополнительная литература

№п/п	Наименование
	<ol style="list-style-type: none">1. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. БХВ-Петербург, 2009. http://simulation.su/uploads/files/default/2009-uch-method-posob-kiseleva-1.pdf2. Нейлор Т. и др. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М.: Мир, 1975. https://www.twirpx.com/file/2160612/ <p>информационно-справочные и поисковые системы</p> <p>wbooks.ifolder.ru, depositfiles.ru, letitbib.net.</p>

5.3 Программное обеспечение

№п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
	ПК с ОС Windows XP и выше, установленный Microsoft Office, транслятор для Visual Basic.	<i>из внутренней сети университета</i>

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических осо-

бенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

б.1 для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

б.2 для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

б.3 для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

Приложение 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ по выполнению домашних работ на тему

Моделирование систем массового обслуживания

1. Цель работы, ее краткое содержание.

Цель работы состоит в приобретении студентами навыков использования имитационного моделирования сложных экономических систем стохастической природы, описываемых системами массового обслуживания (СМО). Выполнение работы предполагает создание алгоритма расчета заданного показателя (стационарного или нестационарного типа) функционирования СМО и численную реализацию алгоритма с использованием компьютера.

2. Теоретические сведения.

Сколько-нибудь сложные СМО (в особенности, это относится к немарковским моделям) не поддаются расчету аналитическими методами. Одним из наиболее удачных методов исследования таких моделей является метод имитационного моделирования, состоящий в создании программного комплекса, адекватно имитирующего — с точки зрения получения требуемых характеристик — работу исходной системы, и затем получения траекторий эволюции системы с одновременной статистической обработкой данных численного эксперимента. Получение оценок требуемых характеристик завершает имитационное моделирование системы.

В данной работе рассматриваются системы вида $GI|G|n|m$ — с рекуррентным потоком заявок на входе, n различными каналами обслуживания и конечной или бесконечной ($m=\infty$) очередью. Типичными характеристиками такой СМО являются

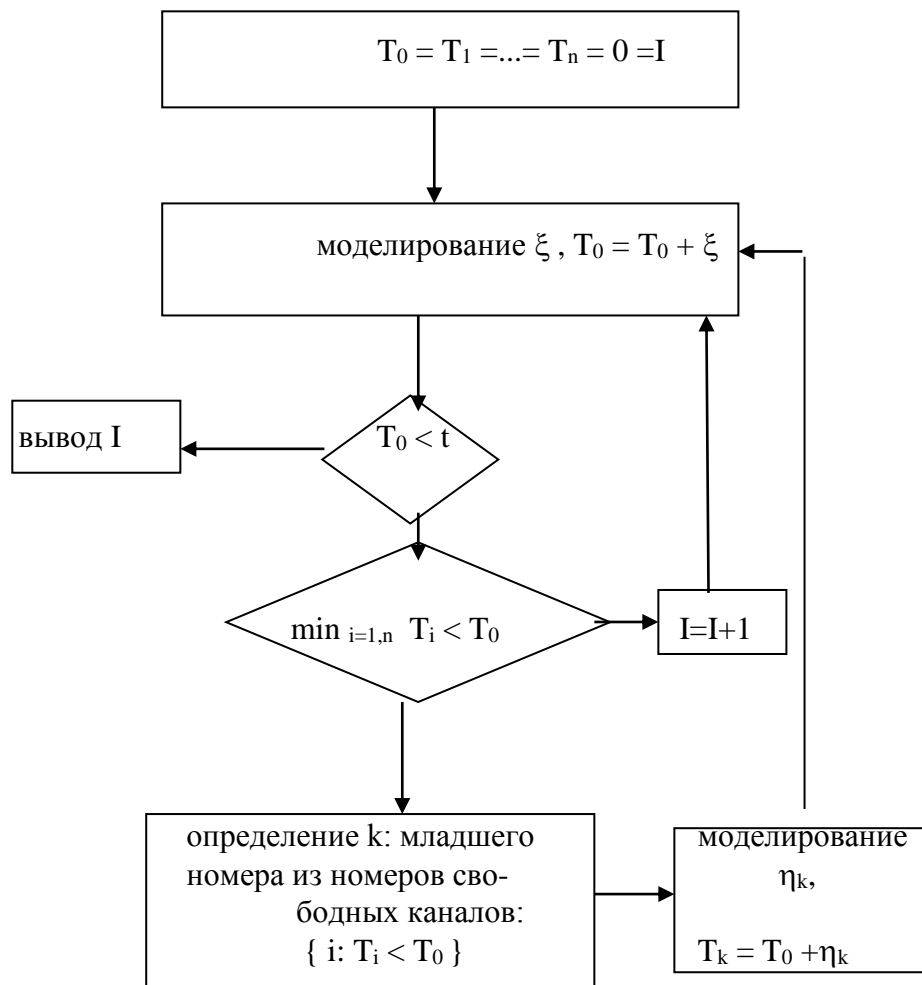
- стационарные: вероятность потери требования, средняя длина стационарной очереди, а также стационарные характеристики типа среднего удельного дохода (в предположении существования стационарного режима работы);

- нестационарные: на интервале $[0, t]$ определяются вероятность потери хотя бы одного требования, среднее число потерянных требований, средняя максимальная длина очереди, среднее число требований обслуженных различными каналами, а также стоимостные характеристики типа среднего суммарного дохода.

Рассмотрим пример моделирования системы $GI|G|n|0$, считая, что интервал между моментами прихода соседних требований распределен по заданному закону $A(x)$, т.е.,

$P\{\xi < x\} = A(x)$, а время η_i обслуживания на i -том канале имеет закон распределения $B_i(x)$, $i=1, n$. Требуется оценить J -- среднее число потерянных требований на интервале $[0, t]$. При этом оценка должна удовлетворять заданной точности ε при уровне доверия β .

В ячейке памяти T_0 будем хранить момент прихода очередного требования, в ячейке T_i - момент окончания обслуживания последнего требования, попавшего на i -ый канал, $i=1, n$. Переменная I будет содержать текущее значение числа уже потерянных требований. Алгоритм получения одной траектории функционирования СМО на $[0, t]$, вычисляющий число потерянных требований для этой траектории имеет вид



Замечание 1. В процессе моделирования приходится многократно получать реализации независимых с.в. с заданными законами распределения $A(x)$, $B(x)$. такая задача решается путем последовательного обращения к датчику псевдо-случайных чисел с равномерным распределением и преобразования полученных значений в соответствии с выработанным методом моделирования данной с.в. Выбор подходящего метода моделирования - это отдельная задача для самостоятельного решения.

Замечание 2. Приведенный алгоритм не полностью воспроизводит траекторию функционирования СМО на $[0, t]$: участок $[\tau_k, t]$, где τ_k - момент последнего перед t прихода требования, игнорируется. Но с точки зрения вычисления I -- числа потерянных на $[0, t]$ требований -- такое моделирование адекватно исходной СМО, и нет нужды строить более сложный, детальный алгоритм.

Искомая оценка для J будет строиться на основе полученных независимых реализаций I_1, \dots, I_N . Для построения N независимых траекторий и, следовательно, получения реализаций I_1, \dots, I_N приведенный алгоритм запускается N раз, но для того, чтобы не допустить "сбрасывания" датчика псевдо-случайных чисел, работающего по рекуррентной формуле, и, т.о., не получить одинаковых траекторий, необходимо иметь главную процедуру, которая бы, не покидая оперативной памяти, вызывала подпрограмму, реализующую алгоритм.

В качестве оценки J выбирается $J(N) = \sum_{i=1}^N I_j / N$ -- несмещенная, состоятельная оценка математического ожидания числа потерянных требований J .

Оценка точности моделирования. Для определения N_{\min} -- минимального числа реализаций, гарантирующего заданную точность при выбранном уровне доверия: $P\{|J(N_{\min}) - J| < \varepsilon\} \geq \beta$ -- применяется метод основанный на использовании центральной предельной теоремы, условия которой предполагаются выполненными. Согласно этой теореме, при больших N выполнено

$$P\{|\sum_{i=1}^N (I_j - J) / \sqrt{NDI} | < x\} \approx \Phi_0(x),$$

где $\Phi_0(x)$ - функция Лапласа. Тогда, обозначая через x_β корень уравнения $\Phi_0(x) = \beta$, получим

$$P\{|J(N) - J| < x_\beta \sqrt{NDI} | \} \approx \beta \text{ и } N_{\min} = x_\beta^2 DI / \varepsilon^2. \quad (1)$$

Поскольку дисперсия DI обычно неизвестна а priori, то вместо нее используют выборочную дисперсию $D(N) = N^{-1}(\sum_{i=1}^N I_j^2) - J^2(N)$, вычисляя ее параллельно с получением новых реализаций I_j . Обычно для $N_1 \approx 20-50$ вычисляют $D(N_1)$, определяют, согласно (1), сколько нужно дополнительных реализаций $N_2 - N_1$, чтобы достичь требуемой точности, если считать DI равной $D(N_1)$. Затем вычисляют $D(N_2)$ и процесс повторяется. Итерации останавливаются, если для вычисленного текущего значения N_k выполнено:

$$N_k \geq x_\beta^2 D(N_k) / \varepsilon^2.$$

3. Оборудование.

Данная лабораторная работа рассчитана на выполнение на ПК, оборудованных трансляторами с языков типа Visual Basic, либо Basic, либо Си -- в соответствии с желанием и возможностями программировать самого студента.

4. Сроки выполнения.

Задания на домашние работы выдаются, соответственно, после изучения студентами разделов "Моделирование случайных величин" и "Моделирование случайных процессов" -- в части постановок задач и описания общих типов методов моделирования. Сроки сдачи: конец 3-го модуля (не позже, чем за 10 дней до экзамена).