

Программа учебной дисциплины Дискретная математика.

Утверждена
Академическим советом ОП
Протокол № от 201 г.

Автор	Арташкин И.В., д. ф.-м.н., профессор, artamkin@mail.ru ; Ландо С.К., д. ф.-м. н., профессор, lando@hse.ru
Число кредитов	6
Контактная работа (час.)	108
Самостоятельная работа (час.)	120
Курс	Для студентов образовательных программ, реализуемых факультетом математики, Бакалавриат, 1 курс
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются:

- представления об основных методах и результатах дискретной математики;
- знания об основных результатах и алгоритмах комбинаторики, теории чисел, теории графов, теории кодирования и других разделов дискретной математики;
- умения решать различные дискретные задачи средствами комбинаторики и теории графов;
- опыта использования, применения изучаемых методов к исследованию и решению конкретных задач.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Владеть основными средствами дискретной математики – применение комбинаторики, теории чисел, теории графов, теории кодирования и других разделов дискретной математики.
- Уметь решать задачи средствами комбинаторики и теории графов.

Любая математическая компетенция достигается путем решения задач. На лекциях вводятся основные объекты, разбираются поучительные примеры, доказываются ключевые теоремы. Но этого совершенно недостаточно. Единственный путь к мастерству - самостоятельное решение задач.

Для специализации математика настоящая дисциплина является базовой, относится к профессиональному циклу.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении базовых курсов 3, 4 года обучения по программе бакалавриата, направления 010100.62 «Математика».

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Графы: основные понятия; способы представления графов. Изоморфизм, гомеоморфизм и гомотопия графов; основные инварианты графов. Деревья и их свойства. Основное поддерево. Простейшие алгоритмы теории графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Перечислительные задачи теории графов. Теорема Кэли. Формула Эйлера для плоских графов.

Тема 2. Циклы и разрезы. Граничный и кограничный оператор. Гомологии и когомологии графа. Двойственность. Циклы и разрезы по модулю два. Базисы циклов и разрезов, связанные

с остовным поддеревом. Матрицы циклов и разрезов. Теорема Коши-Бине. Теорема Кирхгофа о числе остовных поддеревьев. Остовные поддеревья полного графа и теорема Кэли. Элементы теории матроидов. Понятие матроида. Двойственность. Графические и кографические матроиды. Линейные матроиды. Представимость. Матроид Фано.

Тема 3. Планарные графы. Теорема Эйлера. Раскраски планарных графов. Проблема четырех красок. Критерии планарности. Теорема Понтрягина-Куратовского. Укладки графов и род графа.

Тема 4. Потоки в сетях: теорема Форда – Фалкерсона; алгоритм Форда – Фалкерсона. Связность и маршруты на графах. Числа связности графа. Разделяющие множества. Реберная и вершинная теоремы Менгера. Двудольные графы; паросочетания. Совершенное паросочетание. Теорема Холла. Венгерский алгоритм построения совершенного паросочетания. Задача об оптимальном назначении.

Тема 5. Вложение графа в поверхность. Ленточные графы. Вычисление рода поверхности. Двойственный граф. Примеры. Дискретный оператор Лапласа. Представление классов гомологий гармоническими циклами.

Тема 6. Производящие функции в комбинаторике и теории графов. Числа Каталана. Явное вычисление производящих функций для различных типов графов.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Текущий контроль – решение задач на семинарских занятиях.

Промежуточный контроль: 1 контрольная работа.

Итоговый контроль: экзамен (4-й модуль).

Формула для вычисления итоговой оценки

30% оценки за домашние задания + 30% оценки за контрольную работу + 40% оценки за экзамен.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Темы контрольных работ:

1. Теория графов.

1. Решите рекуррентное соотношение

$$a_0 = 1, a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + \dots + na_0.$$

2. Докажите, что для любого многочлена $f(x)$ выполняется равенство $f\left(x \frac{\partial}{\partial x}\right) x^k = f(k)x^k$.

3. Вычислите три первых ненулевых коэффициента рядов, обратных относительно операции подстановки к рядам: $\sin s$, $e^s - 1$, $s + s^2$.

4. Докажите равенство формальных степенных рядов:

$$\arcsin(s) = s + \frac{1}{2 \cdot 3} s^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} s^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} s^7 + \dots$$

5. Найдите все решения дифференциальных уравнений $F'(s) = aF(s)$, $F'(s) = F^2(s)$ в пространстве формальных степенных рядов.

6. Пусть $A(z) = \sum_{n \geq 0} a_n z^n$, $B(z) = \sum_{n \geq 0} b_n z^n$ и известно, что

$$nb_n = \sum_{k=0}^n 2^k a_k / (n-k)!$$

Выразите $A(z)$ через $B(z)$.

V. РЕСУРСЫ

1. Основная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: Учеб. пособие для вузов –М.: Физматлит, 2006.
2. Ландо С.К. Лекции о производящих функциях. – Изд. 3–е.– М.: МЦНМО, 2007.
3. Харари Ф. Теория графов.–М.: УРСС, 2003.
4. Дональд Кнут, Роналд Грэхем, Орсен Паташник. Конкретная математика. Основания информатики.–М.:Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2006.

2. Дополнительная литература

1. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. Деревья, производящие функции и симметрические функции. Перев. с англ.–М.: Мир, 2005.
2. Lando S.K., Zvonkin A.K. Graphs on Surfaces and Their Applications.– Berlin:Springer, 2004.
3. Виноградов И.М. Основы теории чисел.– Изд.11–е, стер.–Спб.:Лань, 2006.

3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	<i>Свободно распространяемый программный продукт</i>

4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	База препринтов Cornell University	https://arxiv.org/
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	<i>Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ</i>
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course

4.	MITOPENCOURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm
----	--------------------	---

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.