

## Программа учебной дисциплины «Алгебра» (3 семестр)

Утверждена

Академическим советом факультета математики

Протокол № от «\_\_» \_\_\_\_ 20\_\_ г.

Автор	В.А. Вологодский
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	60
Самостоятельная работа (час.)	130
Курс	Для студентов 2 курса ОП бакалавриата «Математика»
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

### **I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целью изучения дисциплины «Алгебра» в 1 семестре 2 курса является продолжение знакомства с рядом разделов современной алгебры, в том числе основами теории Галуа и теории представлений групп.

Дисциплина опирается на результаты курсов алгебры и геометрии 1-го курса.

### **II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

*Тема 1.* Тензорное произведение векторных пространств, тензорные, симметрические и внешние алгебры.

*Тема 2.* Теория представлений конечных групп. Характеры.

*Тема 3.* Введение в теорию Галуа.

### **III. ОЦЕНИВАНИЕ**

Предусмотрены следующие контрольные мероприятия:

(а) Письменная контрольная работа за 1 модуль (на зачетной неделе),

(б) устный коллоквиум в конце курса,

(в) 4 коротких контрольных во время семинарских занятий.

(г) Также, каждому студенту будет выдаваться индивидуальное домашнее задание (ИДЗ), которое нужно будет сдать в письменном виде.

Для студентов, желающих глубже познакомиться с предметом, предусмотрены листки со сложными теоретическими задачами. Задачи из листков можно сдавать устно своему семинаристу или его помощнику.

Оценка является взвешенной суммой:

- 0,3 от оценки за коллоквиум
- 0,2 от оценки за контрольную работу за 1 модуль,
- 0,2 от средней оценки за короткие контрольные работы,
- 0,3 от средней оценки за Индивидуальные Домашние Задания (ИДЗ)

Предусматриваются *премиальные баллы* за

- работу на семинаре (по решению семинариста) до 1 балла,
- лучшие решения трудных теоретических задач курса (по решению лектора).

После этого полученная оценка округляется до ближайшего целого по стандартным правилам (7,5 — это 8, но 7,49 — это 7).

Автомат выставляется тем студентам, кто сдал все задачи из листков и получил положительную рекомендацию от семинариста.

Итоговая оценка по курсу «Алгебра», длящегося 3 семестра, совпадает с итоговой оценкой за последний семестр.

#### IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Примеры задач контрольной работы за 1 модуль

- 1) Докажите, что всякое алгебраическое расширение конечного поля нормально.
- 2) Является ли кольцо  $\mathbb{F}_3[x]/(x^4 - 2)$  полем?
- 3) Докажите, что одно конечное поле можно вложить в другое тогда и только тогда, когда порядок второго является степенью порядка первого.
- 4) Пусть  $p$  — нечётное простое число. Вычислите группу Галуа поля разложения многочлена  $x^p - 1$  над  $\mathbb{Q}$ .

На коллоквиуме каждый студент получит билет из двух задач и теоретического вопроса.

Примеры теоретических вопросов:

- 1) Расширения Галуа. Равносильность различных определений
- 2) Тензорное произведение векторных пространств. Тензорная, симметрическая и внешняя алгебра. Определитель оператора и его связь с индуцированным действием на старшей внешней степени.
- 3) Лемма Шура

Примеры задач:

- 1) Докажите, что если характеристика поля  $K$  отлична от двух, то любое его расширение степени 2 имеет вид  $K[\sqrt{a}]$
- 2) Докажите, что если  $p = 2^n + 1$  — простое число, то поле  $K$  разложения многочлена  $x^p - 1$  над  $\mathbb{Q}$  включается в цепочку подрасширений, начинающуюся с  $F_0 = \mathbb{Q}$  и заканчивающуюся  $F_n = K$ , в которой степень каждой ступени равна двум.
- 3) Пусть  $V, W$  — векторные пространства размерностей  $n$  и  $m$  соответственно. Пусть  $f: V \rightarrow V, g: W \rightarrow W$  — линейные отображения. Определим оператор  $f \otimes g$  формулой

$(f \otimes g)(v \otimes w) = f(v) \otimes g(w)$ . Выразите его след и определитель через таковые для операторов  $f$  и  $g$ .

## V. РЕСУРСЫ

### 1. Основная литература

Винберг Э.Б. «Курс алгебры» (2013)

### 2. Дополнительная литература

Э. Б. Винберг, Е. Е. Демидов, О. В. Шварцман. *Задачи по алгебре*.

(Электронная версия этой книги доступна на сайте

<https://mccme.ru/free-books> )

Городец А. Л. «Алгебра 2»

(Электронная версия этой книги доступна на сайте

<http://gorod.bogomolov-lab.ru/ps/stud/algebra-3/1415/list.html> )

### 3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	<i>Свободно распространяемый программный продукт</i>

### 4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<b><i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i></b>		
1.	База препринтов Cornell University	<a href="https://arxiv.org/">https://arxiv.org/</a>
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ <a href="https://library.hse.ru/e-resources">https://library.hse.ru/e-resources</a>
<b><i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i></b>		
1.	Открытое образование	<a href="https://openedu.ru">https://openedu.ru</a>
2.	Coursera	<a href="http://www.coursera.org">http://www.coursera.org</a>
3.	edX	<a href="https://www.edx.org/course">https://www.edx.org/course</a>
4.	MIT OpenCourseWare	<a href="https://ocw.mit.edu/index.htm">https://ocw.mit.edu/index.htm</a>

## **5. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

–ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

–мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

Страница курса <https://www.hse.ru/edu/courses/302780785>