

Программа учебной дисциплины «Актuarные расчеты в страховании жизни»

Утверждена

Академическим советом ООП

Протокол № от « » 2019 г.

Автор	Доцент, к.т.н. Миронкина Юлия Николаевна , департамент статистики анализа данных ФЭН НИУ ВШЭ
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	60
Самостоятельная работа (час.)	130
Курс	4
Формат изучения дисциплины	С использованием онлайн курса/ <u>без использования онлайн курса</u>

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины " Актuarные расчеты в страховании жизни " являются:

- ознакомление студентов с историей развития и основными понятиями страхования жизни и актуарных расчетов, повышение их страховой культуры;
- освоение студентами современных актуарных методов в страховании жизни, методов финансовой математики и демографической статистики, получение навыков их практического применения для решения реальных задач, возникающих перед специалистами страховых компаний, расширение сферы их будущих профессиональных возможностей;
- выработка студентами компетенций, необходимых для успешного применения рассматриваемого инструментария при решении профессиональных задач в области страхования - расчета страховых тарифов и резервов в страховании жизни.

В результате освоения дисциплины планируется, что студент:

- *Знает:*
 - историю развития и основные понятия страхования жизни и актуарных расчетов;
 - основные понятия демографической статистики;
 - основы финансовой математики;
 - основные виды договоров страхования жизни и методы построения страховых тарифов;
 - виды и методы оценки резервов в страховании жизни;
- *Умеет:*
 - рассчитывать приведенную к различным моментам стоимость денег; финансовые ренты;
 - находить основные демографические характеристики жизни человека; вероятность дожития страхователя до любого возраста (смерти в любом интервале времени) с помощью таблиц смертности и функций дожития;
 - выявлять зависимость между тарифной ставкой и параметрами условий договора страхования;

- рассчитывать стоимость основных договоров страхования жизни;
- оценивать размеры резервов страховой компании, занимающейся страхованием жизни;
- *Имеет навыки (приобретает опыт):*
- практических расчетов демографических, финансовых, страховых и актуарных показателей;
- практического применения полученных знаний для решения реальных задач, встречающихся в профессиональной деятельности актуариев, андеррайтеров и аналитиков страховой компании.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах (*пререквизиты*):

- Математический анализ;
- Теория вероятностей;
- Математическая статистика.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в курсах, использующих основы финансовой математики и демографической статистики, в профессиональной сфере.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Основные понятия страхования и актуарных расчётов

Всего: 8 часов, из них – 4 часа лекций, 4 часа самостоятельной работы

Из истории страхования. Основные понятия страхования. Из истории актуарных расчетов. Этапы развития актуарных расчетов в мире. История развития актуарных расчетов в России. Актуарные расчеты и задачи актуариев. Регулирование актуарной деятельности в РФ. Основные принципы страхования и актуарных расчетов.

Классификация отраслей страхования. Классификация по объектам страхования. Классификация по способам вовлечения в страховые отношения (формы страхования). Международная (функциональная) классификация. Развитие страхования в мире. Соотношение размера премий по страхованию жизни/не-жизни на душу населения в разных странах. Основные отличия страхования жизни и страхования иного, чем страхование жизни (не-жизни). Основные тенденции развития рынка страхования жизни в мире и в России за последние годы.

Тема 2. Основы демографической статистики

Всего: 44 часа, из них – 6 часов лекций, 8 часов семинаров, 30 часов самостоятельной работы

Страхование жизни. Основные понятия. Демографическая статистика как основа расчета тарифов в страховании жизни. Дискретные характеристики продолжительности жизни. Таблицы смертности. Основные показатели таблиц смертности и их взаимосвязь. Вычисление вероятностей смерти/дожития индивида до любого интересующего возраста с помощью таблиц смертности. Интерполяция таблиц смертности для дробных возрастов (линейная, постоянства силы смертности, Балдуччи).

Непрерывные характеристики продолжительности жизни. Функция дожития, условная и безусловная. Остаточное время жизни. Функция распределения продолжительности предстоящей жизни. Кривая смертей. Интенсивность смертности и ее связь с функцией дожития. Средняя продолжительность оставшейся жизни, полная и округленная. Дисперсия, медиана времени жизни.

Совместное дожитие. Состояние хотя бы одного дожившего (*last-survivor status*) и состояние совместной жизни (*joint-life status*).

Аналитические законы смертности. Закон де Муавра, Гомперца, Мэйкхэма, Перкса.

Актуарные стохастические модели смертности (*Stochastic Mortality Models*). Модели Ли-Картера (*Lee-Carter*), Реншоу-Хабермана (*Renshaw and Haberman*) (модель Ли-Картера с эффектом когорты), Кэрнса-Блэйка-Дауда (*Cairns-Blake-Dowd*), Плата (*Plat*) и др. Особенности, моделируемые параметры, ограничения, преимущества и недостатки.

Применение программной среды R для работы с таблицами смертности, расчета и визуализации основных демографических вероятностей и характеристик, анализа процессов смертности населения.

Тема 3. Основы финансовой математики

Всего: 44 часа, из них – 6 часов лекций, 8 часов семинаров, 30 часов самостоятельной работы

Основные понятия финансовой математики, финансовые показатели. Эффективная процентная ставка и принципы начисления процентов. Накопления. Интенсивность процентов. Номинальные процентные ставки. Приведенная ценность денег. Коэффициент дисконтирования. Эффективная и номинальная учетная ставка, связь с другими финансовыми показателями.

Оценивание серии платежей. Финансовые ренты. Оценивание серии платежей. Понятие ренты. Детерминированные постоянные ренты. Детерминированные постоянные ренты, отложенные на t лет. Возрастающие и убывающие ренты. Приведенная стоимость к началу и к концу платежного периода. Ренты, выплачиваемые с частотой p . Непрерывные ренты. Доходность инвестиционных проектов.

Применение программной среды R для работы с денежными потоками, дисконтирования, вычисления приведенной и накопленной стоимости и вычисления основных финансовых показателей.

Тема 4. Основные типы договоров по страхованию жизни, расчет страховых тарифов

Всего: 64 часа, из них – 8 часов лекций, 10 часов семинаров, 40 часов самостоятельной работы

Договоры страхования жизни. Классификация по объекту и по предмету страхования, по периоду действия страхового покрытия и по форме страхового покрытия, по виду страховых выплат и по способу заключения, в зависимости от порядка уплаты страховых премий.

Страховые ренты (аннуитеты). Пожизненная и срочная ренты. Ренты, отложенные на t лет. Связи между различными видами рент.

Коммутационные функции (числа) для непрерывных и дискретных видов страхования и их использование в актуарных расчетах страхования жизни.

Общая модель краткосрочного страхования жизни. Индивидуальные убытки при краткосрочном страховании, их характеристики. Расчет характеристик суммарного ущерба. Приближенный расчет вероятности разорения.

Общая модель долгосрочного страхования жизни. Пожизненное и n -летнее временное (срочное) страхование. n -летнее чисто накопительное страхование (на дожитие) и смешанное страхование. Пожизненное и n -летнее страхование, отсроченное на t лет. Страхование с переменной выплатой и страхование с выплатой страховой суммы в конце года смерти.

Модель финансовой деятельности страховой компании.

Структура страховой премии в страховании жизни и принципы ее расчета. Рисксовая премия, рисксовая надбавка, нетто-премия. Брутто-премия, составляющие нагрузки на ведение дела и прибыль.

Единовременные нетто-ставки для различных договоров страхования с выплатами в момент смерти. Единовременные нетто-ставки по различным договорам страхования с выплатами в конце года смерти. Вывод через демографические/финансовые показатели и через коммутационные функции. Периодические нетто-ставки и их вывод для различных договоров страхования жизни.

Связь между непрерывными и дискретными видами страхования.

Основы пенсионного страхования. Расчет премий и резервов в пенсионном страховании. Применение программной среды R для расчета стоимости основных видов договоров страхования жизни.

Тема 5. Расчет резервов в страховании жизни

Всего: 24 часа, из них – 4 часа лекций, 2 часа семинаров, 18 часов самостоятельной работы

Страховые резервы – причины и цели создания. Математические резервы. Особенности расчета резервов по страхованию жизни. Классификация резервов по страхованию жизни согласно современному российскому законодательству и их предназначение. Математический резерв; резерв расходов на обслуживание страховых обязательств; резерв выплат по заявленным, но неурегулированным страховым случаям; резерв выплат по произошедшим, но не заявленным страховым случаям; резерв дополнительных выплат (страховых бонусов); выравнивающий резерв; резерв опций и гарантий. Резервный базис. Уровень цельмеризации.

Общие принципы формирования страховых резервов. Страховые резервы в страховании жизни. Виды резервов (нетто- и модифицированный). Расчёт резервов по страхованию жизни для основных договоров страхования жизни. Ретроспективный и перспективный (проспективный) методы расчета.

Тема 6. Перестрахование как метод повышения финансовой устойчивости страховщика

Всего: 12 часов, из них – 2 часа лекций, 2 часа семинаров, 8 часов самостоятельной работы

Из истории сострахования и перестрахования. Сострахование. Перестрахование. Основные понятия, цели, определения. Цедент (перестрахователь), цессионер (перестраховщик). Цессия, ретроцессия. Схема перестрахования с многократной передачей риска. Договор перестрахования. Собственное удержание, эксцедент, перестраховочная комиссия, бордеро, танъема.

Методы и формы перестрахования. Факультативное и договорное (облигаторное) перестрахование. Пропорциональное перестрахование. Квотное (Quota Share Reinsurance) и Эксцедентное (Surplus (Excess Of Line) Reinsurance) (эксцедент суммы), их особенности, преимущества и недостатки, сходства и отличия. Принципы деления премий и убытков между цедентом и перестраховщиком.

Непропорциональное перестрахование. Эксцедент убытка (Excess Of Loss), по риску - WXL/R (working XL per risk) и по событию CatXL – Catastrophe XL. Эксцедент убыточности (Stop Loss). Особенности, преимущества и недостатки каждого договора, сходства и отличия. Принципы деления премий и убытков между цедентом и перестраховщиком. Определение оптимального уровня собственного удержания страховой компании при перестраховании.

Мировой рынок перестрахования – тенденции развития, перестрахование жизни и не-жизни. Перестрахование в России, основные показатели.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Формы контроля знаний студентов включают три типа контроля – текущий, промежуточный и итоговый.

Текущий контроль

Преподаватель оценивает работу студентов на лекциях и практических занятиях: активность студентов в решении задач у доски и на месте, правильность решения задач на семинаре, выполнение компьютерных заданий на семинаре, и т.д. Оценки за работу на семинарских и практических занятиях преподаватель выставляет в рабочую ведомость.

Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за активную работу на семинарских и практических занятиях определяется перед итоговым контролем – *O_{ауд.раб.}*.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, задания для которых выдаются всей группе, активность в их обсуждении. Оценки за самостоятельную работу студента преподаватель выставляет в рабочую ведомость. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед итоговым контролем – *O_{сам. работа.}*

Формы **промежуточного контроля** – две индивидуальные домашние практические работы, R-test и одна аудиторная контрольная работа, связанные со всеми основными разделами курса.

Лабораторная работа (ЛР) «ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ В РОССИИ, РАСЧЕТ СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ И ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯЮЩИХ НА НИХ ФАКТОРОВ ОСНОВНЫХ ТИПОВ ДОГОВОРОВ СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ» - домашнее самостоятельное статистическое исследование (по индивидуальным вариантам) на основе предлагаемых методических указаний с использованием пакета Excel или программной среды R таблиц смертности некоторого (соответствующего варианту) региона России и России в целом с целью изучения динамики основных демографических показателей, анализа изменений демографической ситуации в стране, построения страховых тарифов по основным договорам страхования жизни в зависимости от вида и параметров договора. Проверяется умение пользоваться офисным приложением (Excel) или программной среды R для статистической обработки массива данных и построения страховых тарифов. Оценивается правильность построения и описания демографических кривых, расчета страховых тарифов и их сравнительного анализа, графическое представление полученных результатов, их интерпретация и формулировка выводов. Итоговая оценка выставляется по 10-ти балльной шкале.

Исходные данные для ЛР выдаются преподавателем по вариантам.

Домашняя контрольная работа (ДКР) – семестровая домашняя контрольная работа по всем темам курса. Оценивается знание демографических, финансовых и актуарных формул, правильность и обоснованность решения задач и оформление с учетом требуемых формул и теоретических выкладок. Каждая задача оценивается отдельно, в соответствие со своим весом, по шкале с 6-ю градациями (таблица 1) или в числовом виде. Итоговая оценка выставляется по 10-ти балльной шкале путем суммирования всех баллов (без округления) за отдельные задачи.

Исходные данные для ДКР выдаются преподавателем по вариантам.

Таблица 1

Шкала градаций оценивания отдельных задач в контрольных работах всех форм контроля по дисциплине

Обозначение	Доля от максимального балла за задачу	Критерий выставления оценки
+	1	Решение задачи полностью верное и обоснованное
+. .	0,8	Имеются небольшие замечания к оформлению или решению (задача решена на 80%)
+/-	0,6	Имеются замечания к оформлению и/или решению (задача решена на 60%)
-/+	0,4	Имеются существенные замечания к оформлению и решению (задача решена на 40%)
-. .	0,2	Задача почти не решена, имеются некоторые правильные наработки в ее решении (задача решена на 20%)
-	0	Полностью неверное решение

Контрольная работа по R (R-test) – контрольная работа по знанию основных возможностей программной среды R для работы с таблицами смертности, расчета основных изучаемых

показателей по всем темам, визуализации полученных результатов. Проводится на компьютерах в три этапа – по окончании на семинарах тем 2, 3 и 4.

Аудиторная контрольная работа (АКР) - аудиторная письменная работа (решение задач по темам 1-2), 80 минут. Проводится на лекции для всех подгрупп одновременно. Оценивается обоснованность решений, правильность оформления с использованием демографических, финансовых и актуарных формул. Каждая задача оценивается отдельно, в соответствии со своим весом.

Итоговая оценка за АКР выставляется по 10-ти балльной шкале путем суммирования всех баллов (без округления) за отдельные задачи.

Накопленная оценка за весь курс учитывает результаты студента по текущему и промежуточному контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопл}} = 0,8 \cdot O_{\text{контр.}} + 0,1 \cdot O_{\text{ауд.раб.}} + 0,1 \cdot O_{\text{сам.работа}}$$

где $O_{\text{контр.}}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП:

$$O_{\text{контр.}} = 0,3 \cdot O_{\text{АКР}} + 0,2 \cdot O_{\text{ЛР}} + 0,3 \cdot O_{\text{ДКР}} + 0,2 \cdot O_{\text{R-test}};$$

Форма итогового контроля – экзамен в письменной форме.

ЭКЗАМЕН (ЭКЗ) - аудиторная письменная работа: теоретическая часть (3 вопроса, задачи теоретического плана) и 7 практических задач (с обоснованным решением) на все темы курса. Проводится для всех подгрупп одновременно. В теоретических вопросах оценивается правильность ответов, знание базовых теоретических основ курса. В решении практических задач оценивается обоснованность решений, правильность ответов и оформления с использованием демографических, финансовых и актуарных формул. Каждая задача оценивается отдельно, в соответствии со своим весом, по шкале с 6-ю градациями (таблица 1). Итоговая оценка выставляется по 10-ти балльной шкале путем суммирования всех баллов (без округления) за отдельные задачи.

Все оценки текущего, промежуточного и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале, участвуют в формировании оценки за курс без округлений (рабочая ведомость преподавателя ведется в Excel и все оценки сохраняются и участвуют в формулах расчета итоговой оценки без промежуточных округлений), округляются только оценки, идущие в ведомость. Правила округления – математические.

Блокирующих элементов контроля нет.

Итоговая оценка за курс выставляется в конце курса и рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{итог}} = 0,6 \cdot O_{\text{накопл.}} + 0,4 \cdot O_{\text{ЭКЗ}}$$

В диплом выставляется итоговая оценка по учебной дисциплине **O_{итог}**.

Оценка в ведомость – накопленная, экзаменационная и итоговая за курс выставляются после округлений по принятой в НИУ ВШЭ 10-ти балльной шкале:

Балл	Оценка знаний	Оценка в ведомость
10	блестяще	отлично

9	отлично	хорошо
8	почти отлично	
7	очень хорошо	
6	хорошо	удовлетворительно
5	удовлетворительно	
4	весьма удовлетворительно	неудовлетворительно
0-3	неудовлетворительно	

Для студентов, получивших итоговую оценку за курс неудовлетворительно, или не явившихся на экзамен, организуются две пересдачи и комиссия. Для студентов, не явившихся на экзамен по уважительной причине, подтвержденной сданной в учебный отдел справкой о болезни или иными документами, организуются две пересдачи, для остальных – одна (которую они могут выбрать по желанию).

Первая и вторая пересдача проводятся по тем же правилам, что и экзамен. Оценка, полученная за пересдачу, также участвует в формировании итоговой оценки, как и оценка за экзамен (с учетом накопленной).

Комиссия включает в себя написание краткой части типа экзаменационной (на 60 мин.) и устное собеседование с комиссией, состоящей из трех преподавателей, в состав которой обязательно включаются преподаватели, ведущие курс (лектор и семинарист). На комиссии накопленная оценка не учитывается, итоговая оценка выставляется по решению комиссии с учетом оценки за написание письменной части и устного собеседования с ответами на вопросы комиссии. Все основные задания и вопросы заносятся в протокол проведения комиссии и сдаются в учебную часть.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля

Аудиторная контрольная работа (АКР)

Проводится по 2-3 разделам курса и проверяет освоение студентами следующих навыков:

- Умение рассчитать любые вероятности дожития/смерти индивида в любом временном интервале с использованием как таблиц смертности (с применением методов интерполяции для нахождения вероятностей в дробных интервалах), так и непрерывных функций дожития, интенсивности смертности и т.п.;
- Знание основных финансовых характеристик, умение найти эффективную годовую процентную ставку через любые характеристики изменения стоимости денег - интенсивность процентов, номинальные процентные ставки, выплачиваемые с частотой p , эффективную учетную ставку и т.д.;
- Умение рассчитать дисконтированную и накопленную суммы к любому моменту времени;
- Знание всех основных видов финансовых рент – детерминированных и возрастающих/убывающих, отложенных на любое количество лет, знание формул их расчета и методов расчета приведенной стоимости любого потока платежей различными способами.

Форма проведения - аудиторная письменная работа на 1 пару (80 минут). Проводится на лекции для всех подгрупп одновременно. Оценивается обоснованность решений, правильность оформления с использованием демографических, финансовых и актуарных формул.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ для текущей аудиторной контрольной работы (АКР)

1.(3,5 б.) Для лица возраста 30 лет женского пола найти вероятность того, что человек:

а) (I-0,4 б., II-0,6 б.) умрет в промежутке между 35 и 40 годами;

б) (I-1,5 б., II-1 б.) умрет в промежутке 4 месяцев до достижения 50-летия.

Для расчетов воспользоваться:

I. таблицей смертности жителей г. Москвы за 2016 г. (использовать для интерполяции таблицы смертности предположение о постоянстве силы смертности).

II. функцией дожития вида $S(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{100}}$, $0 \leq x \leq 100$;

2.(6,5 б.) Выразить через подходящие финансовые ренты, а затем найти стоимость 10-летней финансовой ренты с выплатами 100 у.е. в первый год, начинающимся ровно через 20 лет после заключения договора, увеличивающимися ежегодно на 20 у.е. половину срока выплат (первые 5 выплат), а затем уменьшающимися ежегодно на 20 у.е.:

а)(4,5б.) стоимость ренты с единовременной оплатой в момент заключения договора;

б)(2 б.) стоимость ренты с оплатой договора двумя частями: первую половину выплат в момент заключения договора, оставшуюся половину – через 10 лет после заключения договора. Обе суммы должны быть приведены к моментам фактической оплаты договора.

Экспертами в качестве финансовой характеристики учета изменения стоимости денег используется интенсивность процентов, равная 10,5%.

Лабораторная работа (ЛР) на тему: «ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ В РОССИИ, РАСЧЕТ СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ И ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯЮЩИХ НА НИХ ФАКТОРОВ ОСНОВНЫХ ТИПОВ ДОГОВОРОВ СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ»

Для лабораторной работы исходными данными являются столбцы вероятности умереть в соответствующем возрасте, предоставленные ГКС (Росстат) России www.gks.ru за 1994, 2007, 2013 и 2016 гг. городского и сельского населения, мужчин и женщин. Студент выбирает лист в файле данных, соответствующий его варианту, выданному преподавателем.

Лабораторная работа состоит из двух частей, выполнять ее рекомендуется в Microsoft Excel или R.

Часть I. Демографическая

Для четырех лет (1994 г., 2007 г., 2013 г. и 2016 г.) необходимо проанализировать основные демографические кривые - кривую смертности и график вероятности умереть в любом возрасте жителей выбранного региона и пола. Выполнить сравнения и сделать выводы.

Определить возрастной интервал исследования по кривой 2016 г. – от 20 лет до ... согласно кривой q_x . Построить кривую дожития и функцию распределения продолжительности предстоящей жизни для данных 2016 года и описать их.

Сравнить результаты за 2016 год демографической статистики согласно своему варианту с ситуацией за 2016 г. по России в целом и по России по своему полу и городскому/сельскому населению.

Часть II. Актуарная

Рассчитать и исследовать страховые тарифы для различных типов договора; проанализировать единовременные и ежегодные взносы в зависимости от возраста; выдать полученные результаты в виде таблицы и графика, прокомментировать результаты. Сделать выводы о различиях в страховых тарифах.

Кроме приведенных в примере исследования договоров, провести аналогичные расчеты и в договорах страхования на случай смерти и смешанного страхования с выплатами в конце года смерти;

Далее исследование провести по представленному образцу (для договоров страхования на случай смерти и смешанного использовать выплаты сразу после смерти), изменяя параметры договоров следующим образом:

- по сроку действия договора:
 - $(5+k) \cdot 2$ лет,
 - $(5+k) \cdot 3$ лет;
- по величине годовой процентной ставки
 - $i=(3+r) \%$;
 - $i=(3+r) \cdot 2 \%$.

Проверяется умение пользоваться офисным приложением (Excel) или программной среды R для статистической обработки массива данных и построения страховых тарифов. Оценивается правильность построения и описания демографических кривых, расчета страховых тарифов и их сравнительного анализа, графическое представление полученных результатов, их интерпретация и формулировка выводов. Итоговая оценка выставляется по 10-ти балльной шкале.

Домашняя контрольная работа (ДКР) – семестровая домашняя контрольная работа по всем темам курса.

Примеры задач:

Задача 1. (2,1 балла из 10)

Найти вероятности тремя способами (I, II и III) для $(30+k)$ -летнего страхователя:

- а) дожить, по крайней мере, до $60+r$ лет;
- б) умереть до достижения возраста $50+r$ лет;
- в) умереть в возрасте $45-k$ лет;
- г) умереть в возрасте от $45-k$ до $50+r$ лет;
- д)-ж) прожить ещё $(r+1)$ месяцев, пользуясь для таблиц смертности интерполяцией дробных возрастов в предположении:
 - д) о линейности функции дожития;
 - е) о постоянстве силы смертности;
 - ж) гипотезы Балдуччи;
- з) найти среднюю округленную (I) и полную (II) продолжительность оставшейся жизни (кроме III);
- и) найти вероятность того, что страхователь умрет в течение последующих 5 лет, исходя из закона смертности де Муавра с предельным возрастом 100 лет. Сравните полученный результат с вероятностью, рассчитанной по таблице смертности (I) / функции дожития (II) / интенсивности смертности (III);
- к) для функции дожития (II) найти кривую смертей и интенсивность смертности; для интенсивности смертности (III) найти кривую смертей и функцию дожития.

Для расчётов воспользоваться:

- I. таблицей смертности жителей г. Москвы за 2016 г. Росстата

Если k – четное, страхователь – мужчина

k – нечетное, страхователь – женщина

- II. функцией дожития вида: $S(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{100+r}}$, $0 \leq x \leq 100+r$

- III. интенсивностью смертности вида: $\mu_x = (0,001 \cdot (k+1)) \cdot x$, $x \geq 0$

Задача 4. (0,8 балл)

Заключается договор пожизненного страхования на случай смерти для $(50+k)$ -летнего страхователя на сумму $10000 \cdot (r+1)$ у.е. с выплатой в конце года смерти.

- а) Найти и сравнить единовременную и ежегодную рискованные премии по договору;

б) Как изменится единовременная премия, если страховая сумма будет выплачиваться бенефициарию в момент смерти?

в) Найти среднюю полную и округленную продолжительность жизни и рассчитать ожидаемую страховой компанией сумму периодических платежей.

Для расчётов воспользоваться табл. смертности жителей г. Москвы за 2016 г. для эффективной годовой процентной ставки $i=4,5\%$.

Если k – нечетное, страхователь – мужчина

k – четное, страхователь – женщина

Контрольная работа по R (R-test) – контрольная работа по знанию основных возможностей программной среды R для работы с таблицами смертности, расчета основных изучаемых показателей по всем темам, визуализации полученных результатов. Проводится на компьютерах в три этапа – по окончании на семинарах тем 2, 3 и 4.

Примеры задач:

Напишите программу на языке R для решения следующих задач:

1. Импортируйте данные таблиц смертности населения России из файла xls.
2. Проверьте, что данные загрузились – выведите первые и последние строки таблицы. Исследуйте содержание таблицы, основные описательные статистики переменных.
3. Добавьте в таблицу столбец e_x и рассчитайте среднюю продолжительность оставшейся жизни для всех возрастов.
4. Рассчитайте для 18-летнего вероятности дожития до любого возраста вплоть до предельного. Постройте график изменения рассчитанных вероятностей в зависимости от возраста дожития. Подпишите оси и график.
5. Постройте график числа умирающих d_x для всех возрастов для мужчин и женщин России. Сделайте выводы. Сделайте симуляцию числа смертей с помощью биномиального распределения с параметрами $(N=l_x, p=q_x)$, нанесите полученные точки в виде красных крестиков на график числа умирающих, полученный по таблице смертности.
6. Найдите для 20-летних юноши и девушки согласно таблицам смертности России вероятности смерти в интервале от 60 до 60+k лет для всех $k=1,2,\dots, 40$. Постройте кривые разными цветами на одном графике, подписав их и оси.

Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе итогового контроля

Форма итогового контроля – экзамен в письменной форме.

ЭКЗАМЕН (ЭКЗ) - аудиторная письменная работа: теоретическая часть (3 вопроса, задачи теоретического плана) и 7 практических задач (с обоснованным решением) на все темы курса.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА в форме письменной аудиторной работы

см. задачи к текущей аудиторной контрольной работе, а также:

1. Вывести формулы для расчета современной стоимости единичной ренты, выплачиваемой ежегодно, страхователю возраста x , используя 1) демографические и финансовые показатели, 2) коммутационные функции и 3) функцию дожития $S(x)$, для срочной страховой ренты (на срок n лет), отложенной на t лет - пост- и пренумерандо, если страхователь выразил желание оплатить ренту не единовременной премией, а ежегодными платежами в течение k лет в период отсрочки ($k < t$). Найдите величину этой ежегодной премии.

2. Вывести формулы для расчета величины ежегодной премии, назначаемой страхователю возраста x , используя 1) демографические и финансовые показатели, 2) коммутационные функции и 3) функцию дожития $S(x)$ для договора пожизненного страхования на случай смерти с ограниченным периодом выплат премий k лет с выплатой страхового возмещения в конце года смерти.
3. Вывести, чему равны следующие суммы:
 а) $i \cdot a_{\overline{n}|} + v^n$; б) $d \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} + v^n$ в) $i \cdot s_{\overline{n}|} + 1$; г) $d \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} + 1$
4. Эксперты банка полагают, что на протяжении ближайших 5 лет эффективная годовая процентная ставка будет равна $i_1=7\%$, а на протяжении следующих 5 лет $i_2=5\%$, следующие 5 лет – $i_3=3\%$ (все - по принципу сложных процентов). Человек покупает 10-летнюю финансовую ренту с выплатами в конце каждого года по прошествии 5 лет после заключения договора, в первый год выплат - 1000 у.е., уменьшающуюся ежегодно на 100 у.е. Подсчитайте её стоимость в момент заключения договора. Постараться выразить решение максимальным числом способов через различные виды рент.
5. Женщина 50 лет получает в наследство 500000 у.е. Какие выплаты ей будут осуществляться ежегодно, если она решит перевести полученные деньги в постоянную приведенную ренту:
 а) пожизненную; в) срочную на 10 лет;
 б) пожизненную, отложенную на 10 лет; г) срочную на 10 лет, отложенную на 10 лет.
 Для расчётов воспользоваться табл. смертности жителей г. Москвы за 2016 г.
6. Найти единовременную и ежегодные нетто-премии договора смешанного страхования на сумму 10000 у.е. для 25-летнего мужчины на срок 5 лет:
 а) для табличной ставки 4,5% (с использованием коммутационных функций);
 б) для годовой процентной ставки 10%.
 Для расчётов воспользоваться табл. смертности жителей г. Москвы за 2016 г.
 в) с использованием функции дожития $S(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{100}}$; $0 \leq x \leq 100$ и $i=5\%$
 г) с использованием интенсивности смертности вида: $\mu_x = 0,002 \cdot x$, $x \geq 0$
7. Найти единовременную и ежегодные нетто-премии договора пожизненного страхования на случай смерти на сумму 200000 у.е. для 22-летних девушки и юноши для табличной ставки 4,5% (с использованием коммутационных функций);
 б) сколько ежегодных платежей в среднем рассчитывает получить страховая компания от каждого из них?
 в) найти размер ежегодных премий, если срок выплат премий они решили ограничить 20 годами.
 Для расчётов воспользоваться табл. смертности жителей г. Москвы за 2016 г.
8. Найти единовременную и ежегодные нетто-премии договора пожизненного страхования на случай смерти на сумму 20000 у.е. для 90-летнего мужчины:
 а) для табличной ставки 4,5% (с использованием коммутационных функций);
 б) для годовой процентной ставки 11%.
 Для расчётов воспользоваться табл. смертности жителей г. Москвы за 2016 г.
 в) с использованием функции дожития $S(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{100}}$; $0 \leq x \leq 100$ и $i=5\%$
9. Женщина 60 лет получает в наследство 100 000 у.е. Какие выплаты будут осуществлены ей/бенефициарию в случае ее смерти, если она решит перевести полученные деньги в премию за заключение договора страхования жизни:

13. Основы финансовой математики. Эффективная процентная ставка и принципы начисления процентов.
14. Основы финансовой математики. Накопления. Интенсивность процентов, связь с эффективной процентной ставкой.
15. Номинальные процентные ставки, связь с эффективной процентной ставкой.
16. Приведенная ценность денег. Коэффициент дисконтирования, связь с эффективной процентной ставкой.
17. Эффективная и номинальная учетная ставка, связь с другими финансовыми показателями.
18. Оценивание серии платежей. Понятие ренты.
19. Ренты. Детерминированные постоянные ренты. Приведенная стоимость к настоящему моменту.
20. Ренты. Детерминированные постоянные ренты, отложенные на t лет. Приведенная стоимость к настоящему моменту.
21. Ренты. Детерминированные постоянные ренты. Приведенная стоимость к концу платежного периода.
22. Ренты. Детерминированные постоянные ренты, отложенные на t лет. Приведенная стоимость к концу платежного периода.
23. Возрастающие ренты. Приведенная стоимость к началу и к концу платежного периода.
24. Убывающие ренты. Приведенная стоимость к началу и к концу платежного периода.
25. Общая модель долгосрочного страхования жизни. Пожизненное и n -летнее временное (срочное) страхование.
26. Общая модель долгосрочного страхования жизни. n -летнее чисто накопительное страхование (на дожитие) и смешанное страхование.
27. Общая модель долгосрочного страхования жизни. Пожизненное и n -летнее страхование, отсроченное на t лет.
28. Общая модель долгосрочного страхования жизни. Страхование с переменной выплатой и страхование с выплатой страховой суммы в конце года смерти.
29. Долгосрочное страхование жизни. Модель финансовой деятельности страховой компании.
30. Коммутационные функции (числа) для непрерывных и дискретных видов страхования и их использование в актуарных расчетах страхования жизни.
31. Единовременные нетто-ставки по пожизненному страхованию на случай смерти с выплатами в момент смерти.
32. Единовременные нетто-ставки по страхованию на случай смерти на срок n лет с выплатами в момент смерти.
33. Единовременные нетто-ставки по смешанному страхованию жизни на срок n лет с выплатами в момент смерти.
34. Единовременные нетто-ставки по пожизненному страхованию на случай смерти, отложенному на t лет, с выплатами в момент смерти.
35. Единовременные нетто-ставки по страхованию на случай смерти на срок n лет, отложенному на t лет, с выплатами в момент смерти.
36. Единовременные нетто-ставки по пожизненному страхованию на случай смерти с непрерывно возрастающей страховой суммой с выплатами в момент смерти.
37. Единовременные и периодические нетто-ставки по страхованию на дожитие. Вывод через демографические/финансовые показатели и через коммутационные функции.
38. Единовременные и периодические нетто-ставки по пожизненному страхованию на случай смерти с выплатами в конце года смерти. Вывод через демографические/финансовые показатели и через коммутационные функции.
39. Единовременные и периодические нетто-ставки по страхованию на случай смерти на срок n лет с выплатами в конце года смерти. Вывод через демографические/финансовые показатели и через коммутационные функции.

40. Единовременные и периодические нетто-ставки по смешанному страхованию жизни на срок n лет. Вывод через демографические/финансовые показатели и через коммутационные функции.
41. Связь между непрерывными и дискретными видами страхования.
42. Страховые резервы в страховании жизни. Виды резервов (нетто- и модифицированный).
43. Расчёт резервов по страхованию жизни. Ретроспективный и проспективный методы расчета.

V. РЕСУРСЫ

1. Основная литература

Актуарные расчеты: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры: в 2 ч. / Ю. Н. Миронкина [и др.]. Ч. 2 – М.: Юрайт, 2017 (или более поздние издания). – 250 с. (Сер. "Бакалавр и магистр". Академический курс) .

2. Дополнительная литература

1. Актуарные расчеты: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры: в 2 ч. / Ю. Н. Миронкина [и др.]. Ч. 1 – М.: Юрайт, 2017 (или более поздние издания). – 352 с. (Сер. "Бакалавр и магистр". Академический курс) .
2. Фалин, Г. И. Актуарная математика в задачах: Учеб. пособие для вузов / Г. И. Фалин, А. И. Фалин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2003. – 191 с. – (Сер. "Теория вероятностей. Математическая статистика") .
3. Касимов, Ю. Ф. Введение в актуарную математику (страхования жизни и пенсионных схем) / Ю. Ф. Касимов . – М.: Анкил, 2001. – 176 с. – (Б-ка актуария) .
4. Страхование жизни: учеб. пособие / А. Л. Лельчук. – М.: Анкил, 2010. – 453 с.
5. Dickson, D. C. M. Actuarial mathematics for life contingent risks / D. C. M. Dickson, M. R. Hardy, H. R. Waters. – Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2010. – 493 с. – На англ. яз.
6. Dickson, D. C. M. Solutions manual for actuarial mathematics for life contingent risks / D. C. M. Dickson, M. R. Hardy, H. R. Waters. – Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2012. – 171 с. – (International series on actuarial science) . – На англ. яз.
7. An introduction to reinsurance. Technical publishing. SwissRe. Режим доступа: http://media.swissre.com/documents/The_essential_guide_to_reinsurance_updated_2013.pdf, свободный. – На англ. яз.
8. Gary S. Patrik. Reinsurance. - Casualty Actuarial Society (CAS). Режим доступа: <http://www.casact.org/library/studynotes/ch7.pdf>, свободный. – На англ. яз.

3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	Из внутренней сети университета (договор)
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)

4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	Консультант Плюс	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2.	Электронно-библиотечная система Юрайт	URL: https://biblio-online.ru/
3.	Служба Банка России по финансовым рынкам. Статистика по субъектам страхового дела	URL: http://cbr.ru/finmarket/supervision/sv_insurance/
4.	Служба Банка России по финансовым рынкам. Информация по актуариям	URL: http://cbr.ru/finmarket/supervision/sv_actuary/
5.	Федеральная Служба Государственной Статистики (Росстат)	URL: http://www.gks.ru/
6.	Информационный портал «Страхование сегодня», динамика рынка, аналитика, энциклопедия	URL: http://www.insur-info.ru/
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	URL: https://openedu.ru/

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для лабораторных и самостоятельных занятий по дисциплине оснащены компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ (операционная система, офисные программы, антивирусные программы, по возможности программы R и R-studio).