

**Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

Факультет компьютерных наук
Департамент программной инженерии
Утверждаю
Академический руководитель
образовательной программы
по направлению 09.03.04
«Программная инженерия»
В.В. Шилов

« ___ » _____ 2018 г.

Программа дисциплины «Введение в математический анализ»

для направления 09.03.04 «Программная инженерия»
подготовки бакалавра

Автор программы: **Ронжина М.И.**

Одобрена на заседании Департамента программной инженерии « ___ » _____ 2018 г.

Руководитель Департамента _____ С.М. Авдошин

Рекомендована Академическим советом образовательной программы
«Программная инженерия» « ___ » _____ 2018 г.

Менеджер Департамента программной инженерии _____ Т.В. Климова

Москва, 2018

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями
университета и другими вузами без разрешения департамента-разработчика программы.*
Национальный исследовательский университет – Высшая школа экономики
Программа дисциплины «**Введение в математический анализ**» для направления 09.03.04
«Программная инженерия» подготовки бакалавра

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 09.03.04 «**Программная инженерия**» подготовки бакалавра, изучающих дисциплину «**Введение в математический анализ**».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»;
- Образовательной программой 09.03.04, направление «Программная инженерия» подготовки бакалавра;
- Рабочим учебным планом по направлению 09.03.04 «Программная инженерия» подготовки бакалавра, утвержденным в 2018 г.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «**Введение в математический анализ**» являются:

- Развитие математического кругозора студентов.
- Обучение студентов важнейшим теоретическим положениям математического анализа, аналитическим методам.
- Выработка у студентов навыков решения конкретных задач, требующих исследования функций и вычисления связанных с ними величин.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

• Знать

- точные формулировки основных понятий;
- основные теоремы о пределах и непрерывности функций одной и нескольких переменных;
- основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных;
- основные понятия интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, важнейшие теоремы.

• Уметь

- интерпретировать основные понятия на простых модельных примерах;
- вычислять пределы, доказывать существование предела или его отсутствие;
- вычислять производные, частные производные и дифференциалы функций,

• Владеть

- методами математического анализа;

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является факультативной.

Изучение данной дисциплины базируется на школьном курсе алгебры и начал анализа.

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- знание элементарной алгебры и начал математического анализа;
- знание простейших понятий теории множеств.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Вероятностные модели;
- Анализ данных;
- Исследование операций;
- Экономика.

4. Тематический план учебной дисциплины

№	Название темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Всего часов
1 модуль					
1.	Числовые функции. Последовательности. Предел последовательности.	2	2	2	6
2.	Предел функции.	2	2	2	6
3.	Непрерывность функции.	2	2	2	6
4.	Асимптоты и графики функции.	2	2	2	6
5.	Равномерная непрерывность функции.	2	2	2	6
2 модуль					
6.	Производная. Формулы и правила вычисления производных. Дифференциал функции.	2	2	2	6
7.	Геометрический и физический смысл производной.	2	2	2	6
8.	Производные и дифференциалы высших порядков.	2	2	2	6
9.	Теоремы о среднем для дифференцируемых функций.	2	2	2	6
10.	Правило Лопиталю.	2	2	2	6
11.	Формула Тейлора.	2	2	4	8
12.	Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.	2	2	4	8
Итого		24	24	28	76

5. Порядок формирования оценок по дисциплине

Предусмотрена экзаменационная работа.

Оценки выводятся по следующим формулам.

Накопленная оценка за 1 – 2 модули:

«НО» = - оценка от 0 до 10 баллов, учитывающая посещение семинаров, активность на семинарах, в том числе решение задач у доски, в 1 - 2 модулях.

Результирующая оценка (1-2 модули): «О» = 0,2 «НО» + 0,8 «Оэкз.раб.».

В экзаменационную ведомость выставляется также оценка по данной дисциплине **по пятибалльной шкале**, получаемая из оценки по десятибалльной шкале согласно таблице соответствия (согласно Положению об организации контроля знаний, утвержденному УС НИУ ВШЭ от 21. 12.2012, протокол №42, приказ "О введении в действие новой редакции Положения об организации контроля знаний" № 6.18.1-01/1601-03 от 16.01.2013 г.)]

6. Содержание программы дисциплины

(В квадратных скобках указаны ссылки на номера литературы из списка п.10)

1. Теория пределов и непрерывных функций одной переменной.

(Литература по теме: [1], т.1, гл. 1, §§ 3 - 8, [3], гл. 1, §§ 5 – 9, с.68-149).

Числовые последовательности. Примеры. Понятие предела последовательности.
Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
Ограниченные и неограниченные последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
Теорема о переходе к пределу в неравенствах.
Теорема о вынужденном пределе.
Теорема о сходимости монотонных ограниченных последовательностей.
Определение числа ϵ .
Бесконечно малые последовательности. Связь со сходящимися последовательностями.
Арифметические свойства бесконечно малых и сходящихся последовательностей.
Бесконечно большие последовательности, их связь с бесконечно малыми.
Арифметические свойства для последовательностей, имеющих конечные и бесконечные пределы. Неопределенности.
Определение предела функции в точке в терминах окрестностей, неравенств (Коши) и последовательностей (Гейне). Теорема об эквивалентности этих определений.
Односторонние пределы, их связь с двусторонними.
Пределы функции в бесконечности.
Арифметические свойства функций, имеющих пределы (конечные или бесконечные) в точке или в бесконечности. Неопределенности.
Теоремы о переходе к пределу в неравенствах, о вынужденном пределе.
Теорема о пределе сложной функции.
Первый и второй замечательные пределы. Сравнение функций, o -символика.
Определения непрерывности функции в точке, их эквивалентность. Точки разрыва, их классификация. Непрерывность основных элементарных функций.
Арифметические свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
Теоремы о локальной ограниченности и локальном сохранении знака для функций, непрерывных в точке.
Свойства функций, непрерывных на отрезке (первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Коши).
Критерий непрерывности монотонной функции на промежутке.
Критерий существования и непрерывности обратной функции на промежутке.

2. Дифференциальное исчисление для функций одной переменной.

(Литература по теме: [1], т.1, гл. 1, §§ 9 – 14 , [3], гл. 1, §§ 10 – 15, с. 150-200).

Понятие производной функции в точке. Геометрический смысл производной.
Уравнение касательной к графику функции в точке.
Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
Правила дифференцирования. Теорема о дифференцируемости и производной сложной функции. Теорема о дифференцируемости и производной обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций.
Производные функций, графики которых заданы параметрически.
Понятие гладкой кривой, касательный вектор к гладкой кривой в точке.
Понятие дифференциала (первого) функции в точке. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной в точке.
Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум.
Необходимое условие для внутреннего локального экстремума (теорема Ферма).
Основные теоремы о дифференцируемых функциях на отрезке (теоремы Ролля,

Лагранжа и Коши). Правило Лопиталья.

Многочлен Тейлора и формула Тейлора для функций одной переменной с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формулы Тейлора-Маклорена для основных элементарных функций. Применения для приближенных вычислений.

7. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

Образцы задач контрольной работы и экзаменационных работ по математическому анализу.

Типовые задачи для подготовки к экзаменационной работе за 1 и 2 модуль

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^5+3n)}{n^5+4} = 1$. В ответ записать явную формулу для подходящего номера $N(\varepsilon)$.
2. Определить, существует ли $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ и, в случае существования, найти предел: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_{n+2} = \frac{3n+a_{n+1}}{4}$.
3. С помощью Критерия Коши исследовать на сходимость последовательность:
$$a_n = \frac{\operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{1}\right)}{\sqrt[4]{1}} + \frac{\operatorname{arctg}\left(2 + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt[4]{2}} + \dots + \frac{\operatorname{arctg}\left(n + \frac{1}{n}\right)}{\sqrt[4]{n}}$$
4. Найти функцию вида Ax^n , эквивалентную функции $\frac{4x^4-1}{x^4+1} + (\sin^2 x + \sqrt[3]{\operatorname{ch} x})^{\sqrt[3]{\cos x - \operatorname{ch} x}}$ при $x \rightarrow 0$.
5. Вычислить производную функции: а) $y = \frac{3-\sin x}{2} \sqrt{\cos^2 x - 2 \sin x} + 2 \arcsin \frac{1+\sin x}{\sqrt{2}}$,
б) $y = \left(3 - \operatorname{arctg}(5x^3 - \sqrt{3}x)\right)^{\sin(x^2+4x^6)}$, в) $x = \operatorname{ctg} 2t$, $y = \frac{2 \cos 2t - 1}{2 \cos t}$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$,
д) $4xy^3 + \ln \sqrt[3]{x/(x+y)} = 0$
6. Провести полное исследование функции $y = (x-4)e^{\frac{1}{x+2}}$ и построить график.
7. Исследовать функцию $y = \frac{x^6-1}{\sqrt{1-x^4}}$ на равномерную непрерывность на множестве $X = (-1; 1)$.
8. Разложить функцию $\sqrt{1+e^{x^2}}$ по формуле Тейлора до $o(x^4)$ при $x \rightarrow 0$.
9. Вычислить предел: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg}(x-x^3)}{\operatorname{arctg}(x-2x^3)}\right)^{-\frac{1}{x^2}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\pi - 2 \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right)$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + 3 \cos x - 3 \sqrt[3]{1+x}}{1 + \ln(1+x) - e^x}$

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Базовый учебник

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа в трех томах. Учебник для бакалавров. М.: Юрайт, 2012 - 2013.

8.2. Основная литература

2. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М: Физматлит, 2005.

8.3. Дополнительная литература

4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006.
5. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2003.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: «Наука», 1997.