

Программа учебной дисциплины

«Алгебра и анализ»

Утверждена
Академическим советом ООП
Протокол № 10 от «10» июня 2015 г.

| | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| Автор | Логвенков Сергей Алексеевич |
| Число кредитов | 9 |
| Контактная работа (час.) | 96 |
| Самостоятельная работа (час.) | 246 |
| Курс | 1 курс |
| Формат изучения дисциплины | Без использования онлайн курса |

1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты

Целями освоения дисциплины «Алгебра и анализ» являются

- формирование у слушателей высокой математической культуры
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми в практической социально-экономической деятельности
- развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста в области социологии.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Алгебра и анализ» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования студентов социально-экономических специальностей. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

Настоящая дисциплина относится к блоку дисциплин: Профессиональный цикл (Major) Базовая часть. Для специализации 39.03.01. Социология подготовки бакалавров настоящая дисциплина является базовой. Для успешного освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

Знание математики в объеме средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика

-экономическая теория (микроэкономика)

-экономическая теория (макроэкономика)

2. Содержание учебной дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

(Лекции: 16 часов, Семинары: 16 часов, Самостоятельная работа: 74 часов)

Тема 1.1. Линейные пространства. (Лекции: 4 часа, Семинары: 4 часа, Самостоятельная работа: 12 часов)

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Тема 1.2. Матрицы. (Лекции: 4 часа, Семинары: 4 часа, Самостоятельная работа: 24 часа)

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n -го порядка. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.

Тема 1.3. Системы линейных уравнений. (Лекции: 6 часов, Семинары: 6 часов, Самостоятельная работа: 30 часов)

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц. (Лекции: 2 часа, Семинары: 2 часа, Самостоятельная работа: 8 часов)

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной. (Лекции: 12 часов, Семинары: 16 часов, Самостоятельная работа: 72 часа)

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.
(Лекции: 2 часа, Семинары: 4 часа, Самостоятельная работа: 16 часов)

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теорема о промежуточном значении, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление. (Лекции: 6 часов, Семинары: 6 часов, Самостоятельная работа: 30 часов)

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Понятие эластичности функции.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Приложения производных в экономической теории.

Тема 2.3. Интегральное исчисление. (Лекции: 4 часа, Семинары: 6 часов, Самостоятельная работа: 26 часов)

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших рациональных дробей.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Интегрирование по частям. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.
(Лекции: 14 часов, Семинары: 12 часов, Самостоятельная работа: 70 часов)

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, основы теории пределов, непрерывность. (Лекции: 2 часа, Семинары: 2 часа, Самостоятельная работа: 10 часов)

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Точки разрыва функций. Формулировка основных свойств функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.

Тема 3.2. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление. (Лекции: 6 часов, Семинары: 6 часов, Самостоятельная работа: 24 часа)

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.3. Экстремумы функций нескольких переменных. (Лекции: 6 часов, Семинары: 4 часа, Самостоятельная работа: 36 часов)

Необходимое условие экстремума. Квадратичная форма и ее матрица. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра постоянства знака квадратичной формы. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 4. Основы дифференциальных уравнений. (Лекции: 6 часов, Семинары: 4 часа, Самостоятельная работа: 30 часов)

Дифференциальное уравнение первого порядка, поле направлений, интегральная кривая, задача Коши. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Дифференциальное уравнение второго порядка, задача Коши. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие устойчивости. Примеры моделей, описываемых системами дифференциальных уравнений.

3. Оценивание

При изучении дисциплины предусмотрены две контрольные работы и три домашних задания. Экзамен проводится в конце третьего модуля. Переписывание контрольной работы или написание контрольной работы в дополнительное время не допускается.

| Тип контроля | Форма контроля | Модуль | | | Параметры |
|--------------|--------------------|--------|---|---|-------------------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | |
| Текущий | Контрольная работа | 1 | 1 | | письменная работа не более 60 минут |
| | Домашнее задание | 1 | 1 | 1 | письменная работа |

По всем формам отчетности баллы ставятся по 10-бальной шкале. Исходные (сырые) баллы за отдельные формы отчетности могут быть дробными. Округление дробных баллов за все письменные работы проводится до первой цифры после запятой. Перевод оценки Z в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу:

$0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно
 $4 \leq Z < 6$ удовлетворительно
 $6 \leq Z < 8$ хорошо
 $8 \leq Z \leq 10$ отлично.

Методика получения итоговой оценки.

Оценивание результатов производится по 10-бальной шкале.

Итоговая оценка I получается округлением до ближайшего целого числа значения выражения, полученного по формуле:

$$I = 0.26 \cdot K + 0.1 \cdot D + 0.1 \cdot W + 0.54 \cdot E,$$

где K – средний балл за две контрольные работы (вычисляется как среднее арифметическое всех баллов за контрольные работы); D – средний балл за три домашних задания (вычисляется как среднее арифметическое всех баллов за домашние задания); W – балл за активность на семинарах, определяемая выступлениями у доски; E – балл за итоговую (по всему курсу) контрольную работу.

Если бал, учитывающий текущую активность в 1-3 модулях, и вычисляемый по формуле

$$N = 0.6K + 0.2D + 0.2W$$

не меньше 8, то преподаватель имеет право предложить студенту засчитать его в качестве оценки за итоговую контрольную работу и в качестве итоговой оценки по всему курсу.

4. Примеры оценочных средств

Блокирующие элементы не предусмотрены.

Примеры заданий по курсу доступны в конце учебного пособия Логвенков С.А. Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике. Учебное пособие для студентов

социально-управленческих специальностей. М. : МЦНМО, 2014 (в электр. форме – в системе LMS)

Тематика заданий текущего контроля.

Контрольная работа 1. Тематика заданий: линейная алгебра.

Контрольная работа 2. Тематика заданий: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной.

Домашнее задание 1. Тематика заданий: линейная алгебра.

Домашнее задание 2. Тематика заданий: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной.

Домашнее задание 3. Тематика заданий: математический анализ функций нескольких переменных.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины.

1. Векторы, линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.
2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Базис координаты размерность линейного пространства.
4. Разложение вектора по базису.
5. Матрицы и операции над ними.
6. Определитель, его свойства, вычисление.
7. Минор, алгебраическое дополнение.
8. Ранг матрицы.
9. Система линейных уравнений, основные понятия.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Методы решения систем линейных уравнений.
12. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
13. Обратная матрица.
14. Матричные уравнения.
15. Собственные значения и собственные векторы.
16. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
17. Предел функции.
18. Основные теоремы о пределах функции.
19. Бесконечно малые функции. Их свойства.
20. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
21. Бесконечно большие функции. Их свойства.
22. Непрерывность функции. Основные понятия.
23. Свойства функций, непрерывных в точке.
24. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
25. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
26. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Производные основных элементарных функций.
28. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
29. Правило Лопиталя.
30. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
31. Производные высших порядков функции одной переменной.
32. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
33. Методы интегрирования: замена переменной.

34. Методы интегрирования: интегрирование по частям.
35. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
36. Свойства определенного интеграла.
37. Формула Ньютона-Лейбница.
38. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
39. Производные функции нескольких переменных.
40. Производные сложной функции многих переменных.
41. Производные высших порядков функции многих переменных.
42. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
43. Локальный условный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
44. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области.
45. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл. Задача Коши.
46. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
47. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
48. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
49. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами
50. Исследование устойчивости решения.
51. Системы линейных дифференциальных уравнений.

5. Ресурсы

5.1. Основная литература

1. Логвенков С.А. Мышкис П.А., Самовол В.С. Сборник задач по высшей математике. Учебное пособие для студентов социально-управленческих специальностей. М.: МЦНМО, 2014.
2. Красс М. С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: Дело, 2003.
3. Красс М. С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

5.2 Дополнительная литература

1. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. Ч.1. М.: Финансы и статистика, 2000.
2. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1997.
3. Бугров Я.С. Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1988.
4. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
5. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. Ч.1. и 2. М.: Изд-во МГУ, 1985 и 1987.
6. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.

7. Матвеев Н.М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. СПб.: Специальная литература, 1996.

5.3. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

| № п/п | Наименование | Условия доступа |
|--------------|--|--|
| | <i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i> | |
| 1 | Электронно-библиотечная система Юрайт | URL: https://biblio-online.ru/ |
| | <i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i> | |
| 1 | Открытое образование | URL: https://openedu.ru/ |

5. 4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

мультимедийный проектор с дистанционным управлением.