Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Факультет компьютерных наук
Департамент программной инженерии
Утверждаю
Академический руководитель
образовательной программы
по направлению 09.03.04
«Программная инженерия»
В.В. Шилов

____
«___» ______________ 2019 г.

Программа дисциплины «Введение в математический анализ»

для направления 09.03.04 «Программная инженерия»
подготовки бакалавра

Автор программы: **Ронжина М.И.**

Одобрена на заседании Департамента больших данных и информационного поиска
«___» ______ 2019 г.

Руководитель департамента ________________ Подольский В. В.

Рекомендована Академическим советом образовательной программы
«Программная инженерия» «___»________ 2019 г.

Москва, 2019

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения департамента-разработчика программы.

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 09.03.04 **«Программная инженерия»** подготовки бакалавра, изучающих дисциплину **«Введение в математический анализ»**.

Программа разработана в соответствии с:
• Образовательным стандартом ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»;
• Образовательной программой 09.03.04, направление «Программная инженерия» подготовки бакалавра;
• Рабочим учебным планом по направлению 09.03.04 «Программная инженерия» подготовки бакалавра, утвержденным в 2018 г.

2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины **«Введение в математический анализ»** являются:
• Развитие математического кругозора студентов.
• Обучение студентов важнейшим теоретическим положениям математического анализа, аналитическим методам.
• Выработка у студентов навыков решения конкретных задач, требующих исследования функций и вычисления связанных с ними величин.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

• **З**нать
- точные формулировки основных понятий;
- основные теоремы о пределах и непрерывности функций одной и нескольких переменных;
- основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных;
- основные понятия интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, важнейшие теоремы.

• **Уметь**
- интерпретировать основные понятия на простых модельных примерах;
- вычислять пределы, доказывать существование предела или его отсутствие;
- вычислять производные, частные производные и дифференциалы функций,

• **Владеть**
- методами математического анализа;

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является факультативной.
Изучение данной дисциплины базируется на школьном курсе алгебры и начал анализа.
Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:
• знание элементарной алгебры и начал математического анализа;
• знание простейших понятий теории множеств.
Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

• Алгебра;
• Дифференциальные уравнения;
• Теория вероятностей и математическая статистика;
• Вероятностные модели;
• Анализ данных;
• Исследование операций;
• Экономика.

4. Тематический план учебной дисциплины

№	Название темы	Лекции	Семинары	Самостоятельная работа	Всего часов
1 модуль					
1.	Числовые функции. Последовательности. Предел последовательности.	2	2	2	6
2.	Предел функции.	2	2	2	6
3.	Непрерывность функции.	2	2	2	6
4.	Асимптоты и графики функции.	2	2	2	6
5.	Равномерная непрерывность функции.	2	2	2	6
2 модуль					6
6.	Производная. Формулы и правила вычисления производных. Дифференциал функции.	2	2	2	6
7.	Геометрический и физический смысл производной.	2	2	2	6
8.	Производные и дифференциалы высших порядков.	2	2	2	6
9.	Теоремы о среднем для дифференцируемых функций.	2	2	2	6
10.	Правило Лопиталя.	2	2	2	6
11.	Формула Тейлора.	2	2	4	8
12.	Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.	2	2	4	8
Итого		**24**	**24**	**28**	**76**

5. Порядок формирования оценок по дисциплине

Предусмотрена экзаменационная работа.
Оценки выводятся по следующим формулам.
Накопленная оценка за 1 – 2 модули:
«НО» = - оценка от 0 до 10 баллов, учитывающая посещение семинаров, активность на семинарах, в том числе решение задач у доски, в 1 - 2 модулях.
Результирующая оценка (1-2 модули): «О» = 0,2 «НО» + 0,8 «Оэкз.раб.».

В экзаменационную ведомость выставляется также оценка по данной дисциплине **по пятибалльной шкале**, получаемая из оценки по десятибалльной шкале согласно таблице соответствия **(согласно Положению об организации контроля знаний, утвержденному УС НИУ ВШЭ от 21. 12.2012,протокол №42, приказ "О введении в действие новой редакции Положения об организации контроля знаний" № 6.18.1-01/1601-03 от 16.01.2013 г.)]**

6. Содержание программы дисциплины

(В квадратных скобках указаны ссылки на номера литературы из списка п.10)

1. **Теория пределов и непрерывных функций одной переменной.**

(Литература по теме: [1], т.1, гл. 1, §§ 3 - 8, [3], гл. 1, §§ 5 – 9, с.68-149).

Числовые последовательности. Примеры. Понятие предела последовательности.
Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
Ограниченные и неограниченные последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
Теорема о переходе к пределу в неравенствах.
Теорема о вынужденном пределе.
Теорема о сходимости монотонных ограниченных последовательностей.
Определение числа e.
Бесконечно малые последовательности. Связь со сходящимися последовательностями.
Арифметические свойства бесконечно малых и сходящихся последовательностей.
Бесконечно большие последовательности, их связь с бесконечно малыми.
Арифметические свойства для последовательностей, имеющих конечные и бесконечные пределы. Неопределенности.
Определение предела функции в точке в терминах окрестностей, неравенств (Коши) и последовательностей (Гейне). Теорема об эквивалентности этих определений.
Односторонние пределы, их связь с двусторонними.
Пределы функции в бесконечности.
Арифметические свойства функций, имеющих пределы (конечные или бесконечные) в точке или в бесконечности. Неопределенности.
Теоремы о переходе к пределу в неравенствах, о вынужденном пределе.
Теорема о пределе сложной функции.
Первый и второй замечательные пределы. Сравнение функций, o-символика.
Определения непрерывности функции в точке, их эквивалентность. Точки разрыва, их классификация. Непрерывность основных элементарных функций.
Арифметические свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
Теоремы о локальной ограниченности и локальном сохранении знака для функций, непрерывных в точке.
Свойства функций, непрерывных на отрезке (первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Коши).
Критерий непрерывности монотонной функции на промежутке.
Критерий существования и непрерывности обратной функции на промежутке.

2**. Дифференциальное исчисление для функций одной переменной.**

(Литература по теме: [1], т.1, гл. 1, §§ 9 – 14 , [3], гл. 1, §§ 10 – 15, с. 150-200).

Понятие производной функции в точке. Геометрический смысл производной.
Уравнение касательной к графику функции в точке.
Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
Правила дифференцирования. Теорема о дифференцируемости и производной сложной функции. Теорема о дифференцируемости и производной обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций.
Производные функций, графики которых заданы параметрически.
Понятие гладкой кривой, касательный вектор к гладкой кривой в точке.
Понятие дифференциала (первого) функции в точке. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной в точке.
Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум.
Необходимое условие для внутреннего локального экстремума (теорема Ферма).
Основные теоремы о дифференцируемых функций на отрезке (теоремы Ролля,

Лагранжа и Коши). Правило Лопиталя.
Многочлен Тейлора и формула Тейлора для функций одной переменной с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формулы Тейлора-Маклорена для основных элементарных функций. Применения для приближенных вычислений.

7. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента
Образцы задач контрольной работы и экзаменационных работ по математическому Анализу.

Типовые задачи для подготовки к экзаменационной работе за 1 и 2 модуль

1. Доказать по определению, что $\lim_{n\to\infty}\frac{(n^5+3n)}{n^5+4}=1.$ В ответ записать явную формулу для подходящего номера $N(\varepsilon)$.
2. Определить, существует ли $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ и, в случае существования, найти предел: $a_1=1,\ a_2=0,$ $a_{n+2}=\frac{3n+a_{n+1}}{4}$.
3. С помощью Критерия Коши исследовать на сходимость последовательность:
$$a_n=\frac{\operatorname{arctg}\left(1+\frac{1}{1}\right)}{\sqrt[4]{1}}+\frac{\operatorname{arctg}\left(2+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt[4]{2}}+\dots+\frac{\operatorname{arctg}\left(\mathrm{n}+\frac{1}{\mathrm{n}}\right)}{\sqrt[4]{n}}$$
4. Найти функцию вида Ax^n, эквивалентную функции $\frac{4x^4-1}{x^4+1}+\left(\sin^2 x+\sqrt[3]{\operatorname{ch} x}\right)^{\sqrt[3]{\cos x}-\operatorname{ch} x}$ при $x\to 0.$
5. Вычислить производную функции: a) $y=\frac{3-\sin x}{2}\sqrt{\cos^2 x-2\sin x}+2\arcsin\frac{1+\sin x}{\sqrt{2}}$,
b) $y=\left(3-\operatorname{arctg}\left(5x^3-\sqrt{3x}\right)\right)^{\sin(x^2+4x^6)}$, c) $x=\operatorname{ctg} 2t,\ \ y=\frac{2\cos 2t-1}{2\cos t},\ \ 0<t<\frac{\pi}{2}$,
d) $4xy^3+\ln\sqrt[3]{x/(x+y)}=0$
6. Провести полное исследование функции $y=(x-4)e^{\frac{1}{x+2}}$ и построить график.
7. Исследовать функцию $y=\frac{x^6-1}{\sqrt{1-x^4}}$ на равномерную непрерывность на множестве $X=(-1;1)$.
8. Разложить функцию $\sqrt{1+e^{x^2}}$ по формуле Тейлора до $o(x^4)$ при $x\to 0$.
9. Вычислить предел: a) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg}(x-x^3)}{\operatorname{arctg}(x-2x^3)}\right)^{-\frac{1}{x^2}}$, b) $\lim_{x\to\infty} x\left(\pi-2\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right)$,
c) $\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x+3\cos x-3\sqrt[3]{1+x}}{1+\ln(1+x)-e^x}$

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Базовый учебник

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа в трех томах. Учебник для бакалавров. М.: Юрайт, 2012 - 2013.

8.2. Основная литература

2. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М: Физматлит, 2005.

8.3. Дополнительная литература

4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006.
5. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2003.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: «Наука», 1997.