

**Программа учебной дисциплины  
«Дополнительные главы теории вероятностей 2»**

Утверждена  
Академическим советом ОП  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ .20\_\_\_\_\_

Разработчик	Шабанов Дмитрий Александрович, Профессор, Департамент больших данных и информационного поиска
Число кредитов	4
Контактная работа (час.)	36
Самостоятельная работа (час.)	36
Курс, Образовательная программа	3 (Б) курс, Прикладная математика и информатика
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

**1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты**

Цели:

- Изучение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике

Планируемые результаты обучения (ПРО):

- Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике

Пререквизиты:

- Базовый курс теории вероятности и математической статистики ПМИ

**2. Содержание учебной дисциплины**

Тема (раздел дисциплины)	Объем в часах	Планируемые результаты обучения (ПРО), подлежащие контролю	Формы контроля
	лк		
	см		
	onl/cp		
Марковские цепи с дискретным временем	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		
Марковские цепи с непрерывным временем	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		
Энтропия	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		

Начала последовательного анализа	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		
Сходимость по распределению случайных процессов	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		
Критерий Колмогорова в математической статистике	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Освоение различных вероятностных моделей, относящихся к теории случайных процессов и математической статистике</li> </ul>	ДЗ, ЭКЗ.
	2		
	6		
<b>Часов по видам учебных занятий:</b>	24		
	12		
	36		
<b>Итого часов:</b>	72		

### Содержание разделов дисциплины:

#### 1. Марковские цепи с дискретным временем

Марковские цепи с дискретным временем, стационарные распределения и эргодическая теорема, классификация состояний марковской цепи, критерий возвратности состояния, задача о «разборчивой невесте» - марковский подход.

#### 2. Марковские цепи с непрерывным временем

Марковские цепи с непрерывным временем, свойства переходных вероятностей. Инфинитезимальная матрица марковской цепи. Дифференциальные уравнения Колмогорова, эргодическая теорема. Процессы размножения, проблема «ухода на бесконечность за конечное время».

#### 3. Энтропия

Энтропия случайной величины и вектора, условная энтропия, их основные свойства. Неравенство Ширера. Применение энтропии в комбинаторике: теорема Кана о числе независимых множеств в регулярном двудольном графе.

#### 4. Начала последовательного анализа

Постановка задачи последовательного анализа. Построение критерия для проверки двух простых гипотез. Среднее число измерений, необходимых для различения гипотез, сравнение с классическим вариантом.

#### 5. Сходимость по распределению случайных процессов

Слабая сходимость вероятностных мер в метрических пространствах, борелевская сигма-алгебра в метрическом пространстве. Теорема Александрова. Цилиндрическая и борелевская сигма-алгебры на  $C[0,1]$ . Сходимость по распределению случайных процессов с непрерывными траекториями на  $[0,1]$ , наследование сходимости при взятии непрерывной функции. Принцип инвариантности Донскера-Прохорова (б/д).

#### 6. Критерий Колмогорова в математической статистике

Критерии согласия в непрерывном случае. Теорема Колмогорова (формулировка) и распределение Колмогорова. Доказательство первой части теоремы Колмогорова: доказательство независимости распределения статистики от вида истинной функции распределения. Критерий Колмогорова и его свойства. Лемма о сходимости статистики в теореме Колмогорова по распределению к максимуму модуля броуновского моста на  $[0,1]$ . Броуновский мост, его распределение как предел условных распределений винеровского процесса. Нахождение распределения максимума модуля броуновского моста с помощью перехода к случайному блужданию.

### 3. Оценивание

- ДЗ, Не блокирующее, Домашнее задание  
Домашнее задание поделено на несколько блоков с одинаковыми весами
- ЭКЗ, Не блокирующее, Экзамен (устный)  
Устный экзамен

**Формула округления:** Стандартное арифметическое округление

**Шкала оценки:** Десятибалльная

**Вид формулы оценивания:** Линейная

**Формула оценивания:**

Окончательная оценка =  $(1/2 * \text{ДОМ} + 1/2 * \text{ЭКЗ})$

#### 4. Примеры оценочных средств

Примеры вопросов к экзамену:

1. Построение критерия для проверки двух простых гипотез.
2. Процессы размножения, проблема «ухода на бесконечность за конечное время».
3. Броуновский мост, его распределение как предел условных распределений винеровского процесса.

#### 5. Ресурсы

5.1. Рекомендуемая основная литература

п/п	Наименование
1	<i>А.Н. Ширяев</i> Вероятность, 4-е изд., перераб. и доп. - М.: 2007

5.2. Рекомендуемая дополнительная литература

*Не требуется*

5.3. Программное обеспечение

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
1	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 8.1 Professional RUS Microsoft Windows 10	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2	Microsoft Office Professional Plus 2010	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
	<b><i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i></b>	
1	Электронно-библиотечная система Юрайт	URL: <a href="https://biblio-online.ru/">https://biblio-online.ru/</a>
	<b><i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i></b>	
1	Открытое образование	URL: <a href="https://openedu.ru/">https://openedu.ru/</a>

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для семинарских и самостоятельных занятий по дисциплине оснащены ПЭВМ, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-

## **6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

6.1.1. *для лиц с нарушениями зрения:* в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.2. *для лиц с нарушениями слуха:* в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.3. *для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:* в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.