

Программа учебной дисциплины «Математика и статистика»

Утверждена

Академическим советом ОП¹

Протокол № от __.__.20__

Разработчик	Панкратова Я. Б. к.ф.-м.н., доцент департамента прикладной математики и бизнес-информатики, yasyap@gmail.com Иванов Б.Ф., к.ф.-м.н., доцент департамента прикладной математики и бизнес-информатики, ivanov-bf@yandex.ru
Число кредитов	7
Контактная работа (час.)	92
Самостоятельная работа (час.)	174
Курс, Образовательная программа	1 курс, Политология и мировая политика
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

1. Цель, результаты освоения дисциплины и пререквизиты

Целями освоения дисциплины «Математика и статистика» являются:

- Овладение теорией элементарных функций, методами дифференцирования и интегрирования, исследования функциональных рядов и методов решения дифференциальных уравнений, теорией решения матричных уравнений, элементами векторного анализа и аналитической геометрии, теорией вероятностей, математической статистики;
- Умение применить аппарат математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей, математической статистики и теории игр в задачах формирования моделей и решении прикладных задач, в задачах прогнозирования социально-экономических показателей и использовать методы решений дифференциальных уравнений в задачах демографии и теории массового обслуживания;
- Формирование практических навыков в решении систем линейных уравнений, построении диагональных квадратичных форм, применения

¹ Для ПУД из общеуниверситетского пула – Руководитель Департамента.

дифференциального и интегрального исчисления, решения дифференциальных и разностных уравнений, статистической обработки данных, проверки статистических гипотез, в решении задач.

- изучение разделов математической логики, теории множеств, топологии, математического анализа, высшей алгебры, теории вероятностей и математической статистики, позволяющее студенту ориентироваться в прикладных вопросах, требующих использования математического аппарата. Материалы курса могут быть использованы для разработки и применения методов решения задач из многих областей знания, для построения и исследования математических моделей таких задач. Дисциплина является модельным прикладным аппаратом для изучения студентами отделения прикладной политологии и математической и статистической компонент своего профессионального образования.

В результате освоения дисциплины студенты осваивают следующие компетенции:

УК-1: Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области

УК-6: Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества

ПК-2: Способен выбирать адекватные задачам исследования методы исследования и применять их

ПК-8: Способен проводить прикладной анализ явлений и процессов в сфере политики с использованием методов политической науки для поддержки процесса принятия практических решений

ПК-9: Способен оформлять результаты поиска и анализа информации, проведенных научных и прикладных исследований в различных жанрах (включая обзоры, аналитические записки, отчеты, публикации по социально-политической тематике и т.д.), в зависимости от целевой аудитории.

Настоящая дисциплина относится к базовой части профессионального цикла дисциплин, обеспечивающих бакалаврскую подготовку.

2. Содержание учебной дисциплины

Тема (раздел дисциплины)	Объем в часах ¹	Планируемые результаты обучения (ПРО), подлежащие контролю	Формы контроля
	лк		
	см		
	ср		
Тема 1. Элементы линейной алгебры. Матрицы. Действия с матрицами. Квадратные матрицы. Определитель. Миноры. Теорема Лапласа. Ранг матрицы. Невырожденность. Нахождение обратной матрицы. Характеристический полином. Собственные числа. Решение систем линейных уравнений. Метод исключений Гаусса. Теорема Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений	8	Решает уравнения с одним неизвестным	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля) Индивидуальное домашнее задание
	8		
	19		
Тема 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии. Векторное пространство. Геометрическая интерпретация вектора. Линейные операции над векторами и их свойства. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Единичные орты. Скалярное произведение векторов и его свойства. Евклидово пространство. Длина (норма) вектора. Угол между векторами. Линейная комбинация системы векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Векторное произведение и его свойства. Смешанное произведение векторов. Уравнение линии. Общее уравнение прямой. Виды уравнения прямой Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми, условие параллельности и перпендикулярности. Уравнение окружности. Плоскость в пространстве, Виды уравнения плоскости. Прямая в пространстве, Канонические и параметрические уравнения прямой. Взаимное расположение прямой и плоскости	6	Совершает операции над векторами в координатной форме; решает задачи по аналитической геометрии на плоскости и в пространстве....	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля) Например: эссе 3-4 тыс. слов
	6		
	19		
Тема 3. Предел и непрерывность.	4	Вычисляет пределы числовых	Экзамен. Контрольная
	4		

¹ Не заполняется для ПУД, которые не вошли в УП ОП и не запланированы в расписании учебных занятий

Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Связь между функцией, её пределом и бесконечно малой функцией. Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность сложной функции.	19	последовательностей и функций.	работа (в конце модуля)
Тема 4. Основы дифференциального исчисления. Приложения. Определение производной, её физический и геометрический смысл. Связь непрерывности и дифференцируемости. Производная суммы, произведения и частного. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталья.. Формула Тейлора. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба, асимптоты. Исследование функции и построение её графика. Числовые ряды, сходимость. Степенные ряды Область сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена	6	Вычисляет производные сложных функций, вычисляет пределы по правилу Лопиталья проводит исследование функций и построение графиков.	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля)
	6		
	19		
Тема 5. Основы интегрального исчисления. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования. Определение определённого интеграла и его геометрический смысл. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	4	Вычисляет неопределенные и определенные интегралы.	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля)
	6		
	19		
Тема 6. Функции нескольких переменных. Определение функции двух переменных, область определения, график. Предел. Непрерывность. Частные и полное приращения. Частные производные Частные производные функций нескольких переменных	2	Вычисляет частные производные	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля)
	2		
	19		
	6	Решает задачи по нахождению	Экзамен. Контрольная
	4		

<p>Тема 7. Вероятностные пространства.</p> <p>Вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Последовательность независимых испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. Локальная предельная теорема (Муавра-Лапласа). Интегральная предельная теорема. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона.</p>	20	вероятностей случайных событий.	работа (в конце модуля)
<p>Тема 8. Случайные величины. Виды распределений.</p> <p>Определение случайной величины. Распределение случайной величины. Функция распределения. Дискретные, сингулярные и абсолютно непрерывные распределения. Плотность распределения случайной величины. Многомерные распределения. Независимость случайных величин. Моментные характеристики случайных величин. Неравенство Чебышёва. Неравенство Маркова. Свойства коэффициента корреляции.</p>	4 4 20	Решает задачи на случайные величины.	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля)
<p>Тема 9. Проверка статистических гипотез.</p> <p>Проверка гипотез. Ошибки первого и второго рода. Лемма Фишера. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии. Проверка параметрических гипотез. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и о равенстве математических ожиданий. Проверка гипотез о виде распределения. Теорема Неймана-Пирсона. χ^2. Мощность критерия. Построение наиболее мощного критерия.</p>	4 4 20	Проводит проверку статистически гипотез.	Экзамен. Контрольная работа (в конце модуля)
<p>Часов по видам учебных занятий:</p>	46 46 174		
<p>Итого часов:</p>	266		

Формы учебных занятий:

лк – лекции в аудитории;

см - семинары/ практические занятия/ лабораторные работы в аудитории;

ср – самостоятельная работа студента.

3. Оценивание

3.1 Формула результирующей оценки

Итоговая оценка знаний студентов формируется по следующей системе:

$$O_{\text{результ. итог}} = 0,4 \cdot O_{\text{экзамен}} + 0,12 \cdot O_{\text{к/р1}} + 0,08 \cdot O_{\text{аудиторная работа1}} + 0,12 \cdot O_{\text{дз}} + 0,08 \cdot O_{\text{аудиторная работа2}} + 0,12 \cdot O_{\text{к/р2}} + 0,08 \cdot O_{\text{аудиторная работа3}}$$

$O_{\text{к/р1}}$ – оценка за контрольную работу в 1 модуле;

$O_{\text{к/р2}}$ – оценка за контрольную работу в 3 модуле;

$O_{\text{аудиторная работа1,2,3}}$ – оценка за аудиторную работу в 1,2 и 3 модуле, соответственно;

$O_{\text{дз}}$ – оценка за домашнюю работу;

$O_{\text{экзамен}}$ – оценка за экзамен.

Вычисления производятся с округлением по математическим правилам округления.

3.2 Критерии оценивания

Критерии оценки аудиторной работы: выполнение задаваемых аналитических заданий – точность и полнота ответа, приведение иллюстраций и установление соответствия между общей моделью и конкретным примером; при работе в группах оценивается также вклад студента в групповой результат по таким критериям как его участие в выступлении, участие в дискуссии, помощь выступающему при ответе на дополнительные вопросы. Оценка по 10-ти балльной шкале за работу на семинарских и практических занятиях определяется в каждом модуле – $O_{\text{аудиторная1,2,3}}$.

Критерии оценки контрольной работы: верные ответы на тестовые задания в объеме не менее 40% от общего количества заданий являются необходимым уровнем знаний для получения положительной оценки. Оценка за контрольную устанавливается, исходя из 10 балльной шкалы – $O_{\text{к/р}}$.

Критерии оценки домашней работы: верные ответы на задания в объеме не менее 40% от общего количества заданий являются необходимым уровнем знаний для получения положительной оценки. Оценка за самостоятельную работу устанавливается, исходя из 10 балльной шкалы – $O_{\text{дз}}$.

Критерии оценки экзамена: верные ответы на тестовые задания в объеме не менее 40% от общего количества заданий являются необходимым уровнем знаний для получения положительной оценки. Оценка за экзамен устанавливается исходя из 10 бальной шкалы – $O_{\text{экзамен}}$

4. Примеры оценочных средств

Домашняя работа № 1.

1 Вычислить определитель, применив теорему Лапласа ко второй и четвёртой строкам:

$$1.1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2 Найти x_1, x_2, x_3 матричным методом:

$$1.2. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

3 Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 13x_3 + 22x_4 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 4 \end{cases} \text{ ИЛИ } \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

4 Найти ранг матрицы А. Найти матрицу A^{-1} . Проверить, что $A^{-1} \times A = E$

1.3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа № 1

1 Найти значение матричного многочлена), где $f(x) = x^2 - 5x - 3$ и $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ /

2 Даны векторы: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix}$. Покажите, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найдите координаты вектора \vec{d} в этом базисе. Определители и вычислять зараватывая нули, а остальные - по правилу треугольников.

3 Даны два вектора $\vec{a} = (1, 2, -1)$ и $\vec{b} = (-2, 1, -3)$. Найти: $\frac{-3\vec{b} \cdot (5\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a} - 2\vec{b}|}$

4 Даны четыре вершины пирамиды: A(2,0,1), B(3,1,0), C(0,1,3) и D(-1,-2,-3). Найти: угол между ребрами АВ и АС, площадь грани АВС.

- 5 В трапеции ABCD известны вершины A(-1,-2), B(0,2), D(5,1). Найти уравнение основания BC и высоты BH, опущенной на основание AD.
- 6 Даны четыре вершины пирамиды: A(2,0,1), B(3,1,0), C(0,1,3) и D(-1,-2,-3). Найти уравнения ребра AB
- 7 Дано: $A \neq 0$ квадратная матрица второго порядка, $A^2 = 0$. Найти A .

Домашнее задание № 2. (2 модуль)

- 1 Дана функция $f(x) = x^3 - 5x^2 - 25x + 1$
 1.4. Найти:
 1.5. а) интервалы возрастания, убывания;
 1.6. б) экстремумы по знаку первой производной, а также по знаку второй;
 1.7. в) интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба;
 1.8. г) схематично построить график функции.
- 2 Дана функция: $f(x) = \frac{4x^2 + 3}{x^2}$. Найти асимптоты её графика.

Самостоятельная работа № 1. (2 модуль)

- 1 Найти пределы: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$
- 2 Вычислить производные
 1.9. а) $y = n^2 x$ б) $y = \sin x$
 1.10. в) $y = \frac{1}{x}$ г) $y = \frac{\cos x}{x}$

Контрольная работа № 2.

- 1 Табличное интегрирование
 1.11. а) $\int \frac{x^2 dx}{x^4 + 1}$ б) $\int \frac{dx}{x^2 + 7}$ в) $\int \sin(x^4) dx$
- 2 Интегрирование по частям
 1.12. $\int x \sin 7x dx$
- 3 Интегрирование методом замены переменных
 1.13. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{9 - x}$
- 4 Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: x^5 , x , 0 .
- 5 Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $x^4 y^7 + 5x^2 + 7y^5 - 11$

Самостоятельная работа № 2. (3 модуль)

- 1 Для участия в конкурсе от группы надо выставить команду из 6 студентов. В группе 5 девушек и 7 юношей. Какова вероятность, что среди наудачу отобранных 6 человек будет 3 юношей и 3 девушек?
- 2 Дано: $P(A) = a$, $P(B) = b$, $P(\bar{B}) = c$. Найти: $P(A)$, $P(AB)$.
- 3 В ящике 20 деталей, изготовленных на комбинате №1, 30 деталей – на комбинате №2 и 50 деталей – на комбинате №3. Вероятность того, что деталь, бракованная для комбината №1 равна 0,2 для второго и третьего 0,1 и 0,3 соответственно. Наудачу выбранная деталь оказалась бракованной. Какова вероятность, что она изготовлена на комбинате №2?
- 4 Какова вероятность при 4 вынимания (с возвращением) карты из колоды в 36 листов получить не более двух шестерок?

Контрольная работа № 3. (3 модуль)

1	Случайная величина задана таблицей			
x_k	-2	0	1	3
p_k	0,1	0,8	0,05	0,05

- 1.14. а) проверить, что задан ряд распределения;
 1.15. б) найти $M(X)$.
- 2 Вероятность того, что электрическая лампочка без брака – 0,9. Куплено 3 лампочки. Пусть случайная величина X – число исправных лампочек.
 1.16. а) определить закон распределения и составить ряд распределения X ;
 1.17. б) найти $M(X)$ и $D(X)$ по формулам для этого закона.
- 3 Дана плотность распределения непрерывной случайной величины X :
$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in [0, 3] \\ 0, & x \notin [0, 3] \end{cases}$$

 1.18. Найти:
 а) Величину параметра a . Постройте график функции $f(x)$.
 б) $\int_0^3 f(x) dx$
 в) $\{x \mid f(x) < 1\}$
- 4 Дана функция распределения непрерывной случайной величины $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax^2 + b, & 0 < x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$
 1.19. Найти:
 а) величины a и b ;
 б) $f(x)$;

Экзаменационные билеты:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

- Математическое ожидание дискретной случайной величины
- Свойства определителей.
- Произведение событий. Вероятность произведения.
- Числовая последовательность. Предел.
- Первый замечательный предел (с доказательством). Второй замечательный предел.
- Производная суммы двух дифференцируемых функций (вывод формулы).
- Формула интегрирования по частям в неопределённом интеграле. Найти интеграл $\int x dx$.
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 4x - 1}{\arcsin 2x}$.
- Найти аналитическое выражение данной функции и построить график этой функции:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \int_{-1}^x 9^{x+1} dx, & -1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$
- Найти значения неизвестного параметра «а» так, чтобы площадь «подграфика» данной функции были равны 1 (постройте график)

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-a(x-2)}, & x > 2 \\ 0, & x \leq 2 \end{cases}$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

- Сумма событий. Вероятность суммы
- Базис линейного пространства.
- Дисперсия дискретной случайной величины
- Определение производной
- Определения функции непрерывной в точке (три определения). Классификация точек разрыва и типы разрывов.
- Производная произведения двух дифференцируемых функций (вывод формулы).

7. Метод подведения под знак дифференциала. Вычислить интегралы: $\int x dx$, $\int \frac{v dx}{\pm a^2}$.
8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos 5x}{e^{2x} - 1}$.
9. Найти аналитическое выражение данной функции и построить график этой функции:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \int_{-3}^x 9 - x^2 dx, & -3 \leq x < 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

10. Найти значения неизвестного параметра «а» так, чтобы площадь «подграфика» данной функции была равна 1 (постройте график)

$$f(x) = \begin{cases} ax^3, & x \in [0,1] \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

5. Ресурсы

5.1. Рекомендуемая основная литература

Наименование	
1	Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс: учебник для академического бакалавриата [Электронный ресурс] / В. С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2015. — 607 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс).— Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-polnyy-kurs-382062 — (ЭБС Юрайт)
2	Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата [Электронный ресурс] / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 421 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: https://biblio-online.ru/book/lineynaya-algebra-406450 — (ЭБС Юрайт).

5.2. Рекомендуемая дополнительная литература

Наименование	
1	Кремер, Н. Ш. Математический анализ в 2 т: учебник и практикум для академического бакалавриата [Электронный ресурс] / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под ред. Н. Ш. Кремера. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 634 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-6238-3. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/794D1551-0DD3-46DD-9584-F592A36BAA01 .
2	Шершнева, В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / В.Г. Шершнева. - М.:

3	<p>НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 168 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/318084 (ЭБС Znanium.com).</p> <p>Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособие для академического бакалавриата [Электронный ресурс] / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 258 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). – Режим доступа: https://biblio-online.ru/book/lineynaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-426767 – (ЭБС Юрайт).</p>
---	--

5.3 Программное обеспечение не требуется.

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания

5.4 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы) не требуется.

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания

5.5 Материально-техническое обеспечение дисциплины не требуется.

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

6.1.1. для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.2. для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

6.1.3. для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.