



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Проверка теории выявленных предпочтений на обезьянах

обсуждение статьи А. Пастора-Бернье, Ч. Плотта, В. Шульца

"Monkeys choose as if maximizing utility compatible with basic principles of revealed preference theory"

DeCAn Lab



Теория выявленных предпочтений (Самуэльсон)

Теория выявленных предпочтений была предложена Полом Самуэльсоном в конце 30-х годов прошлого века как альтернатива теории полезности.

Samuelson, P. (1937) A note on measurement of utility. *Review of Economic Studies*, 4(2): 155–161.

Samuelson, P. (1938) A note on the pure theory of consumers' behaviour. *Economica*, 5: 61–71.

Однако позже была доказана эквивалентность обеих теорий.



Индивидуальный выбор

A – общее множество альтернатив.

X – предъявление: $X \subseteq A \wedge X \neq \emptyset$. Предъявление является переменной.

Выбор есть подмножество C предъявления X : $C \subseteq X$.

Предположение: из предъявления X всегда выбирается одно и то же C .

Поэтому выбор представим функцией выбора $C(X)$.

Предположение: $C(X)$ рационального субъекта удовлетворяет аксиомам:

- **Непустота:** $\forall X \subseteq A, C(X) \neq \emptyset$.
- **Независимость от посторонних альтернатив по**

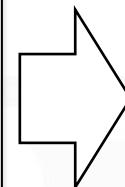
Нэшу (Nash 1950):

$$\forall X \subseteq A, \forall Y \subseteq X, C(X) \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow C(Y) = C(X) \cap Y$$

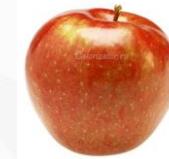
Независимость от посторонних альтернатив по Нэшу

$$\forall X \subseteq A, \forall Y \subseteq X, C(X) \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow C(Y) = C(X) \cap Y$$

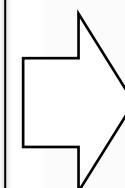
X



$C(X)$



Y_1



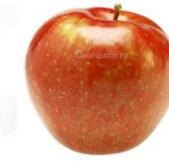
$C(Y_1)$



Y_2



$C(Y_2)$



Предпочтения и полезность

Предпочтения моделируются бинарным отношением $R \subseteq A \times A$, элементы которого определяются на основе парного выбора.

Бинарное отношение R , удовлетворяющее аксиомам

- **Полнота:** все альтернативы сравнимы, $\forall x, y \in A, xRy \vee yRx$;
- **Транзитивность:** $\forall x, y, z \in A, (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$,

называется *ранжированием* или слабым порядком.

Тогда и только тогда, когда R является (непрерывным) ранжированием, предпочтения представимы с помощью действительнозначной функции $u(x): A \rightarrow \mathbb{R}$, $u(y) \geq u(x) \Leftrightarrow yRx$.

Число $u_0 = u(x)$ называется *полезностью* альтернативы x для субъекта с предпочтениями R . Соответственно, $u(x)$ - его *функция полезности*.



Выбор и оптимизация

Теорема (Arrow 1959): Функция выбора $C(X)$ удовлетворяет аксиомам
Непустоты и *Независимости от посторонних альтернатив по Нэшу*
тогда и только тогда,

когда существует ранжирование R альтернатив из A такое, что
 $C(X)=\text{MAX}(R|_X) = \{a \in X \mid \forall b \in X, u(b) \leq u(a)\}$ для любого предъявления X .

$R|_X = R \cap X \times X$ – сужение R ($R \subseteq A \times A$) на подмножество X ($X \subseteq A$).

$\text{MAX}(R|_X) = \{a \in X \mid \forall b \in X, bRa \Rightarrow aRb\}$ – множество максимальных элементов $R|_X$.

Рациональный субъект – это субъект оптимизирующий,
то есть максимизирующий свои предпочтения / свою полезность.

Аксиомы выявленных предпочтений (Arrow 1959): сильная (SARP) и слабая (WARP)

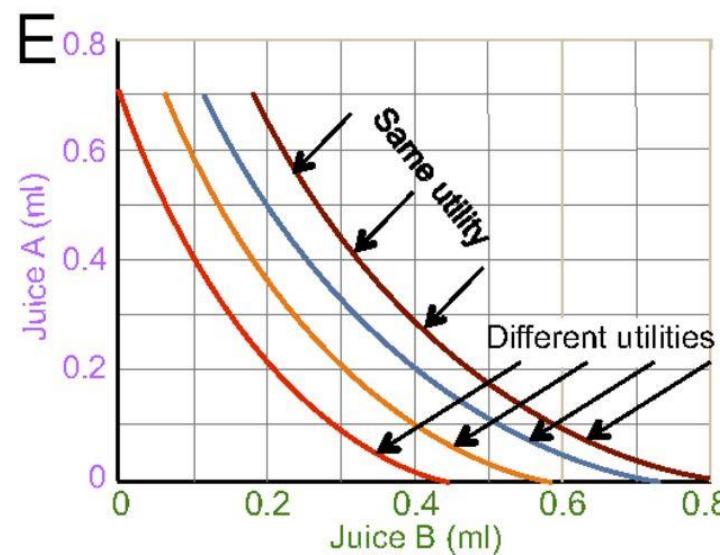
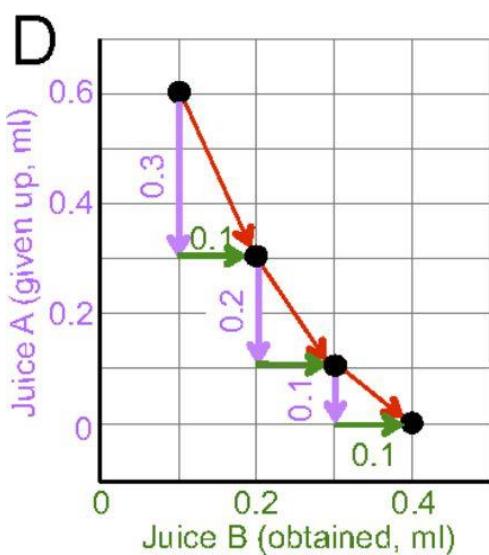
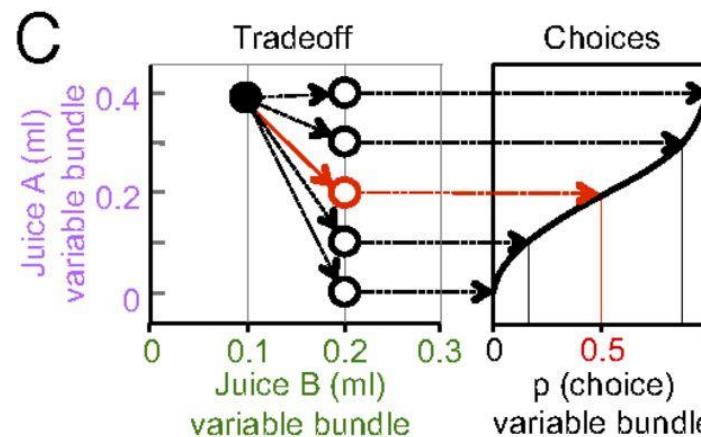
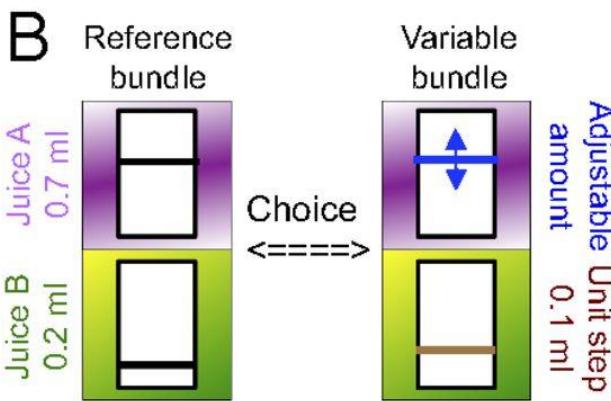
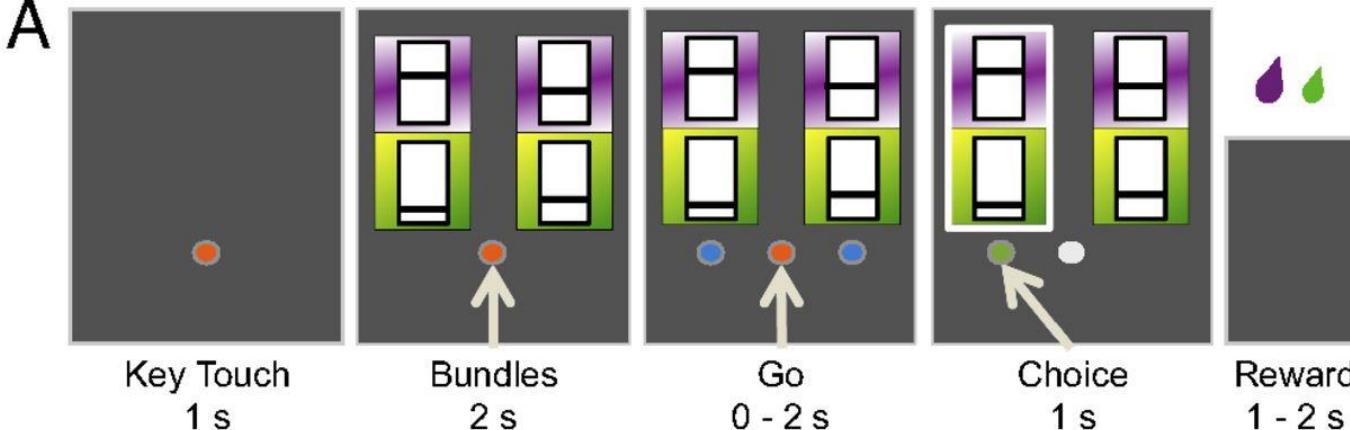
- **Сильная аксиома выявленных предпочтений:**

$$\forall X, Y \subseteq A, \forall x, y \in X, x \in C(X) \wedge y \notin C(X) \wedge x, y \in Y \Rightarrow y \notin C(Y)$$

- **Слабая аксиома выявленных предпочтений:**

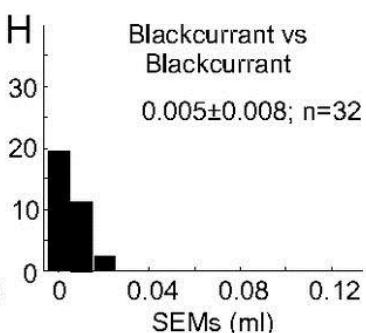
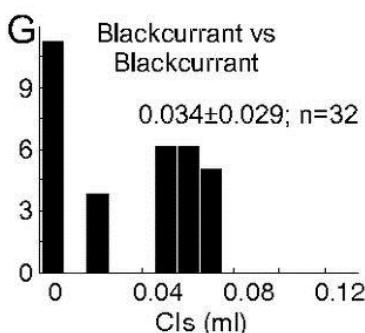
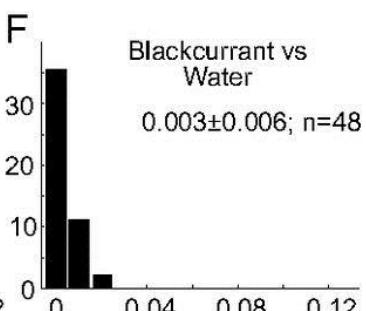
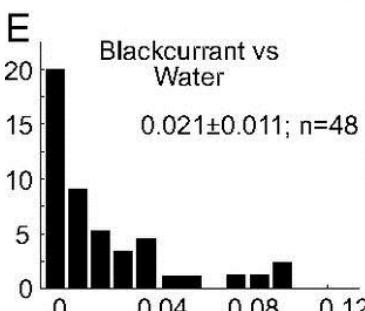
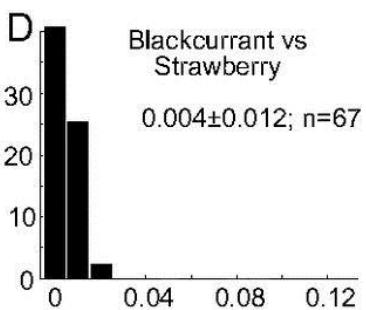
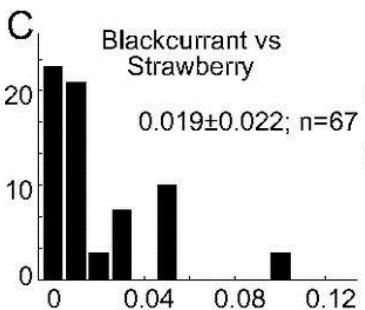
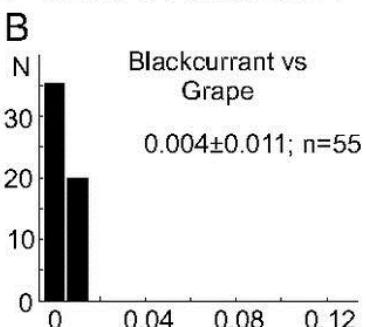
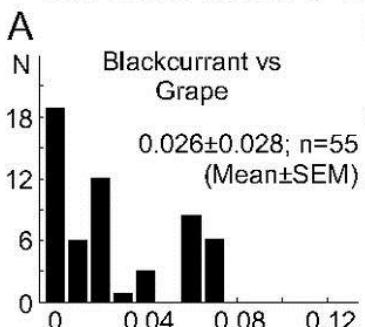
$$\forall X, Y \subseteq A, \forall x, y \in X, x \in C(X) \wedge x, y \in Y \Rightarrow (y \in C(Y) \Rightarrow x \in C(Y))$$

Теорема: Если выбор всегда непуст, то *Независимость от посторонних альтернатив по Нэшу* эквивалентна *Сильной аксиоме выявленных предпочтений*.



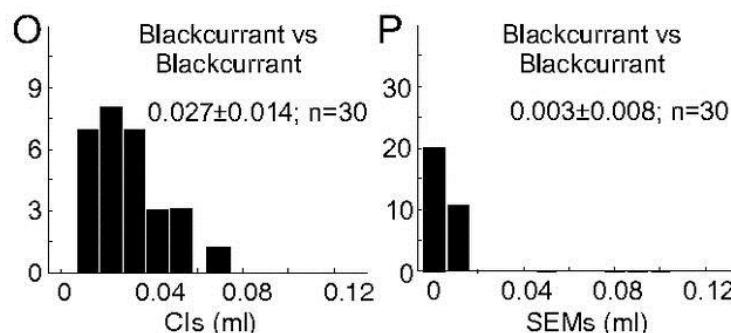
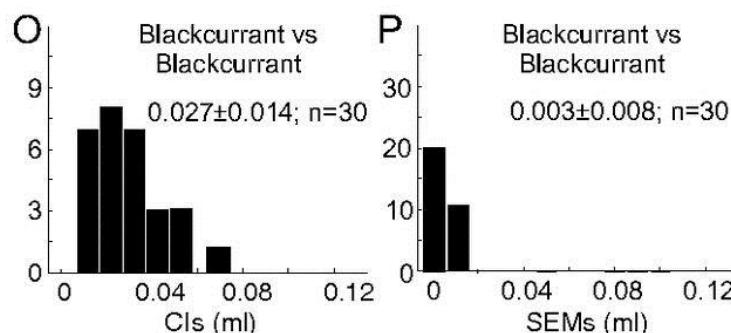
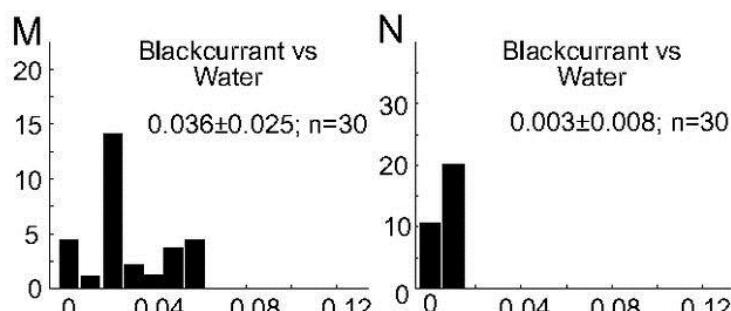
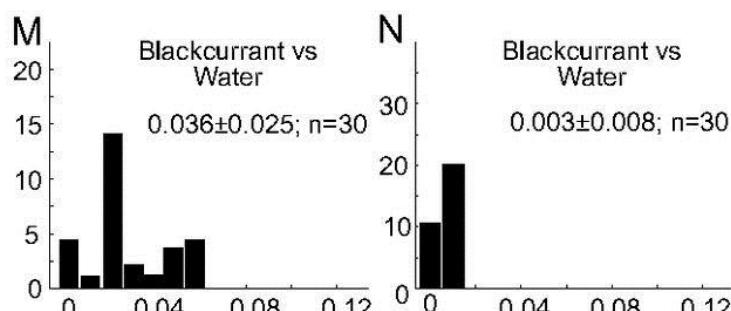
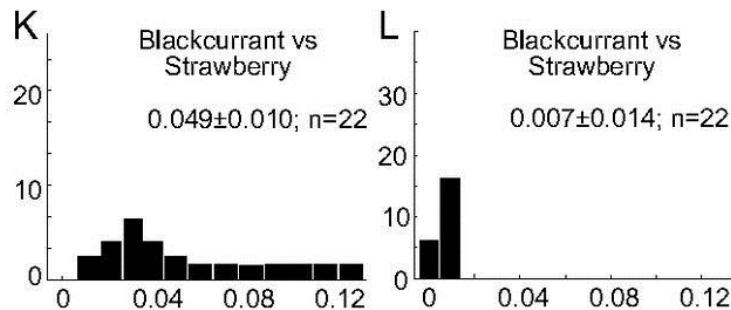
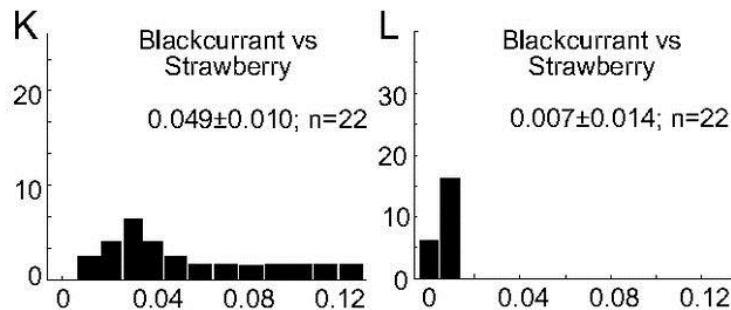
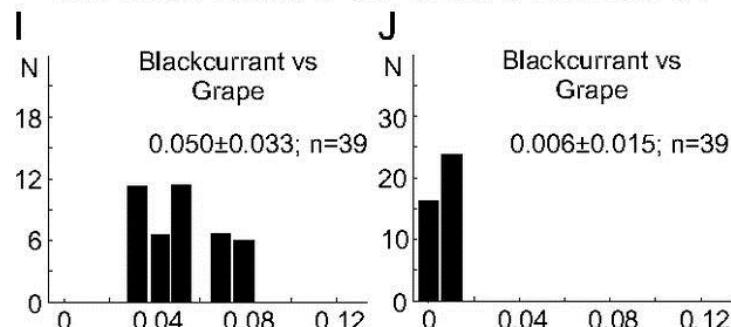
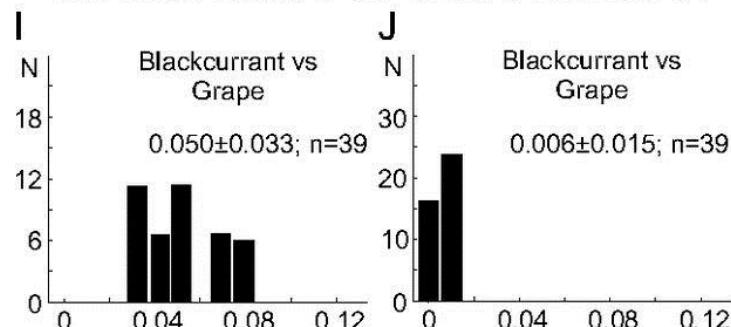
Monkey A

95% CIs for Weibull IP fits SEMs of Weibull-fit IPs



Monkey B

95% CIs for Weibull IP fits SEMs of Weibull-fit IPs

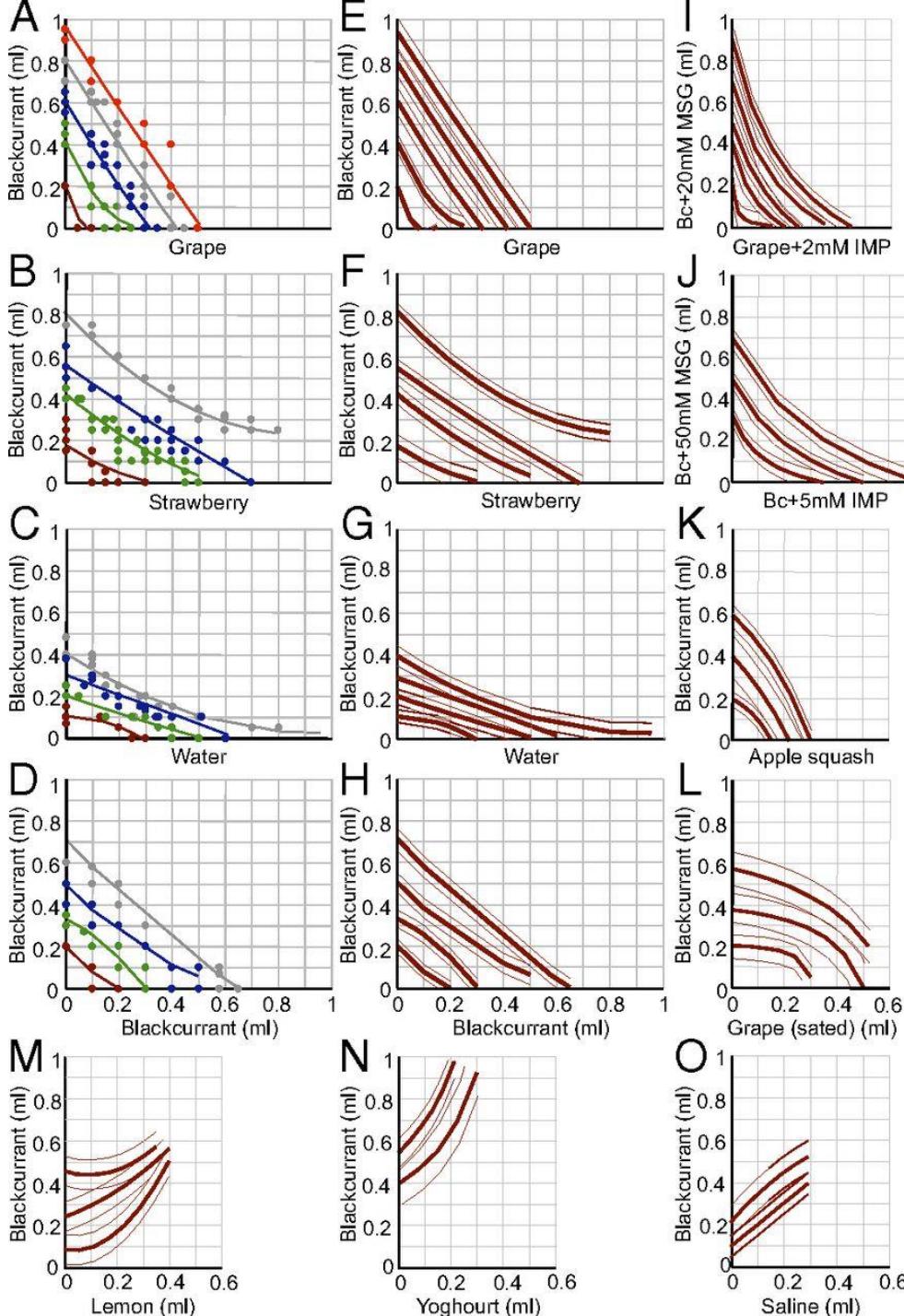


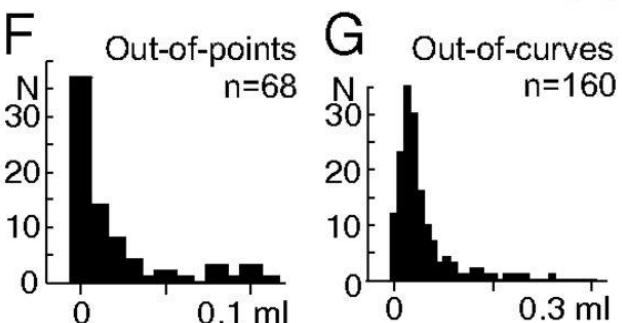
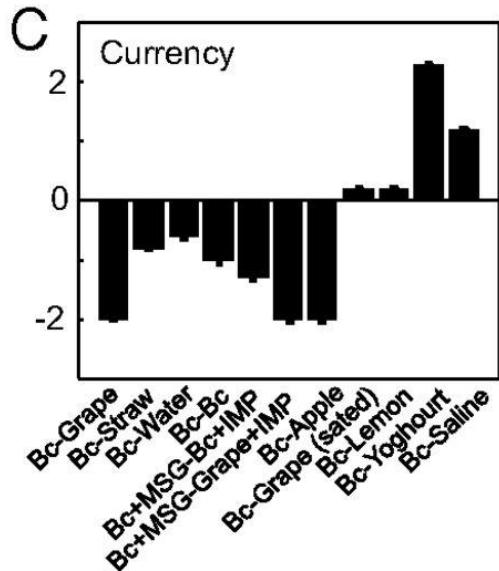
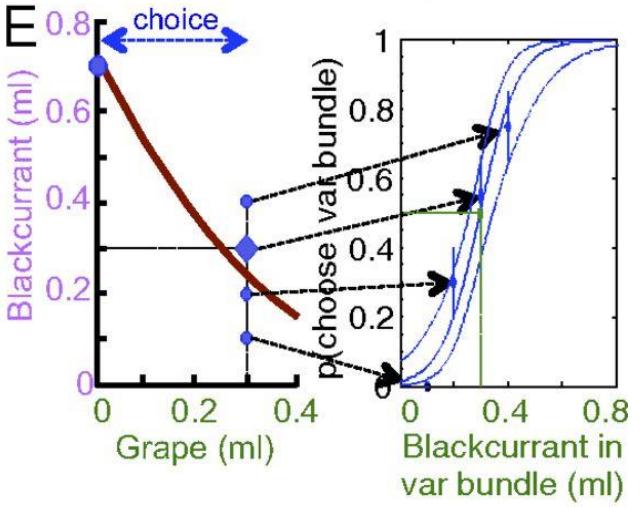
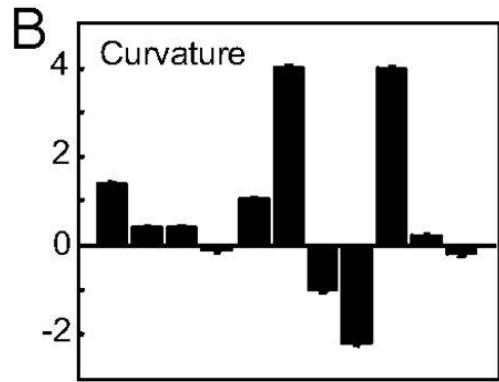
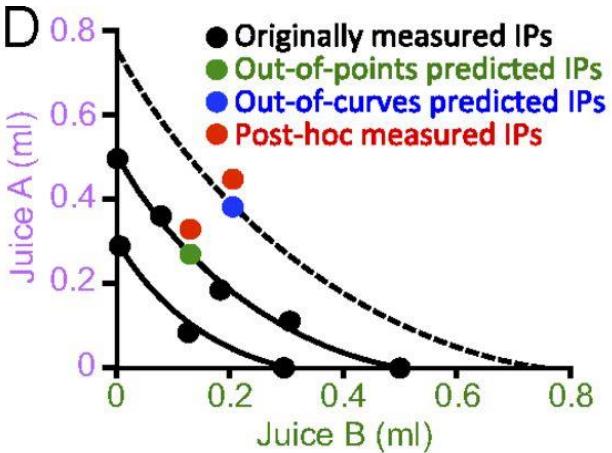
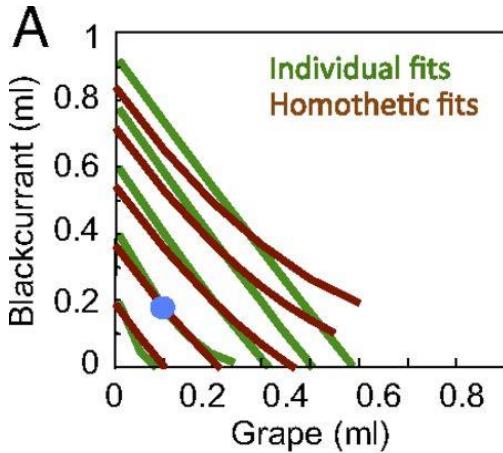
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$R^2 \sim 0,80-0,97$$

полуширина
95%-ного
интервала доверия
для кривых
безразличия (IC)

$$\Delta y \sim 0,03-0,06 \text{ мл}$$





$$u(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy$$

$$R^2 \sim 0,67-0,99$$

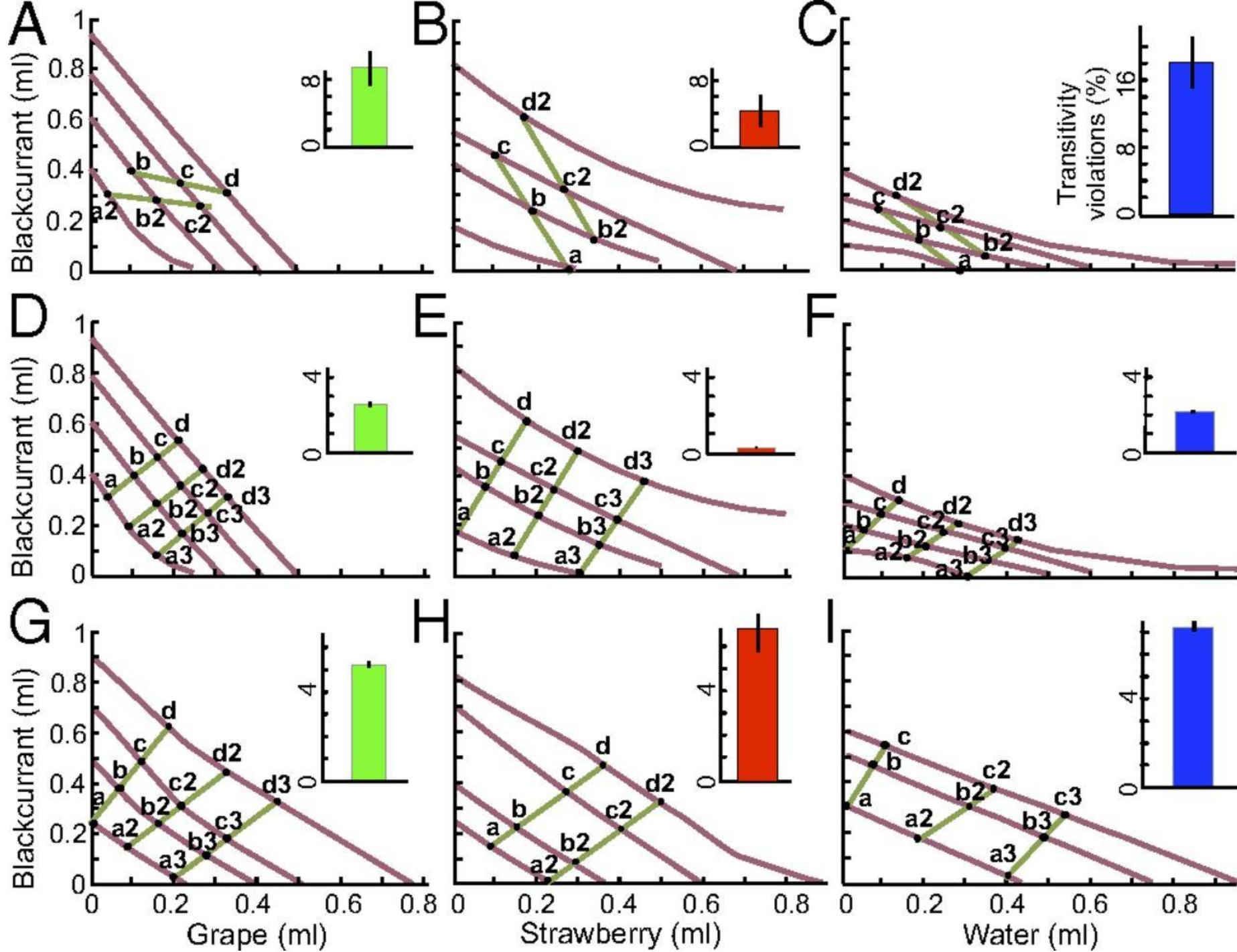
$$M(R^2) = 0,85$$

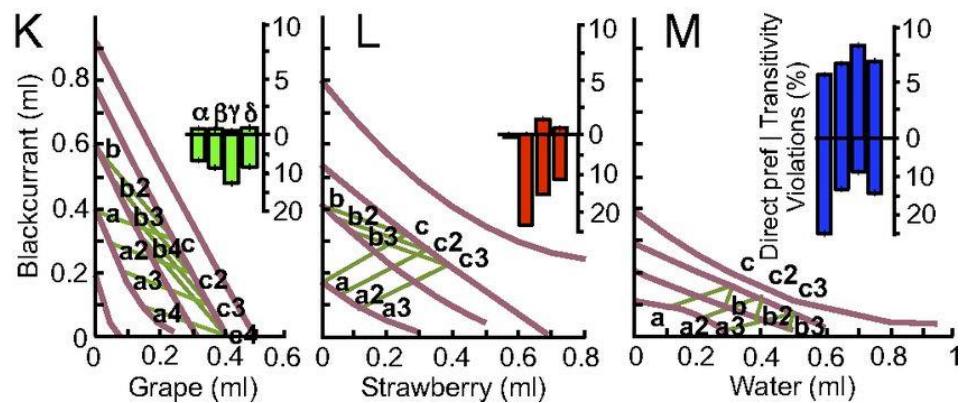
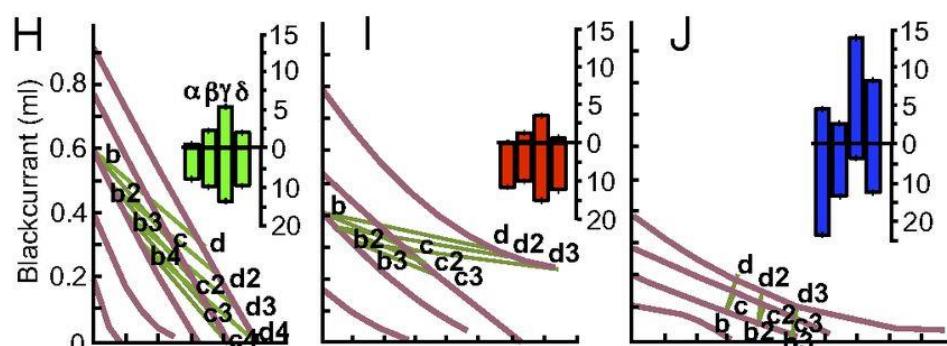
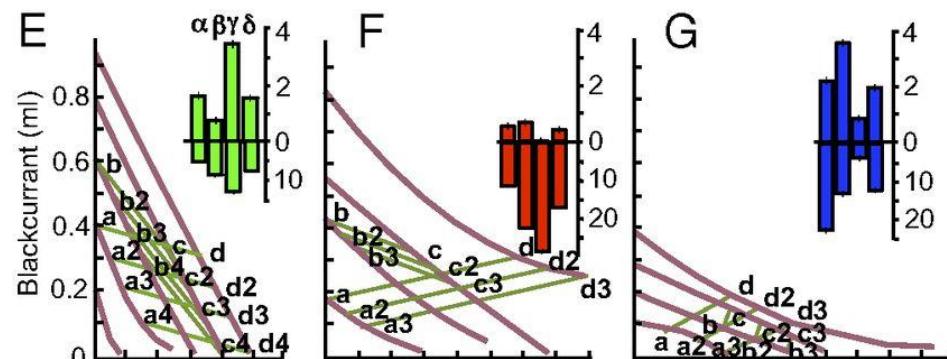
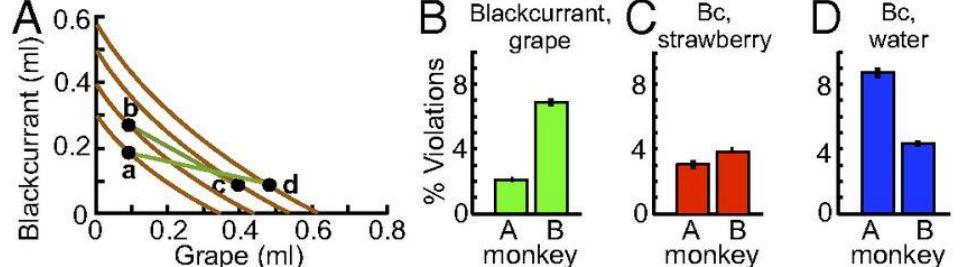
95% интервал для
НОВЫХ точек (IP)
 $\Delta y \sim 0,02-0,05$ мл

отклонение от
предсказанного
значения

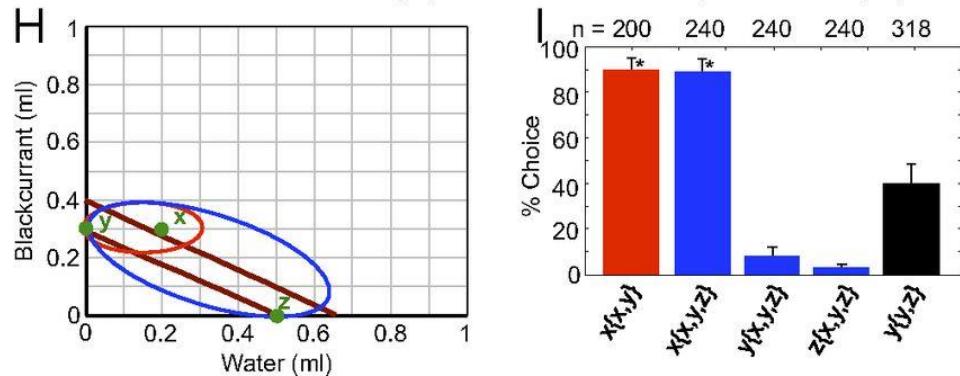
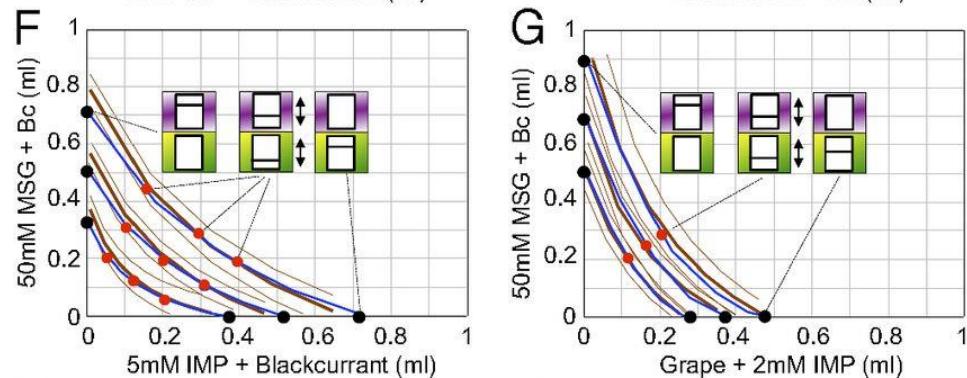
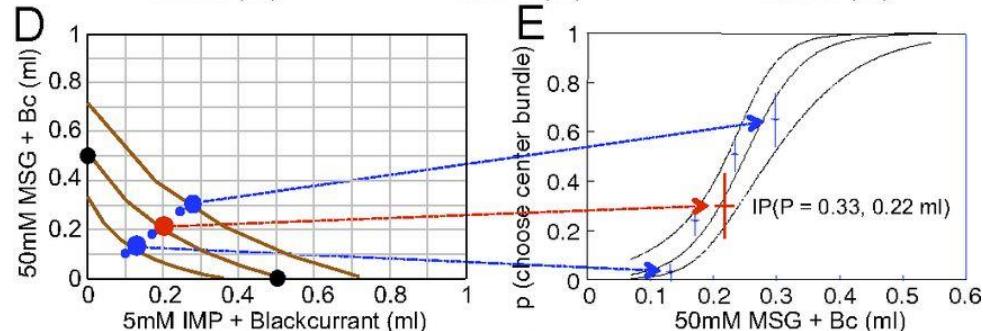
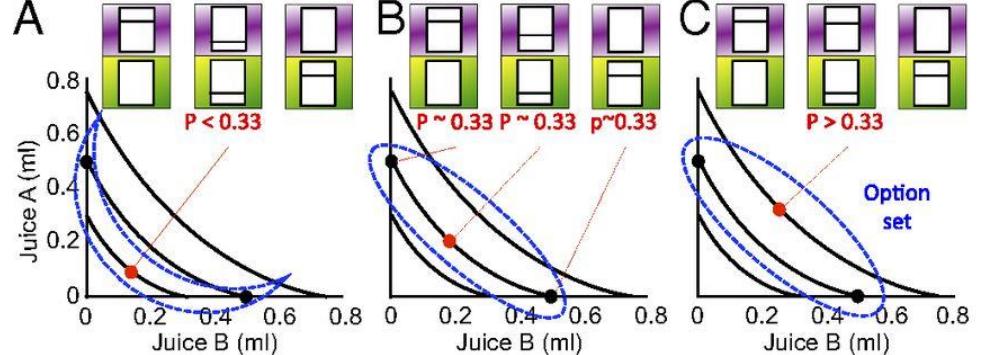
“out-of-points”
 $\Delta y = 0,02 \pm 0,01$ мл

“out-of-curves”
 $\Delta y = 0,04 \pm 0,01$ мл





Проверка WARP



Для четырёх пар
жидкостей найдены
33 новые точки.

Отклонение новых
точек от своих
кривых:

$$\Delta y = 0,04 \pm 0,02 \text{ мл}$$

Все новые точки
расположены внутри
95% интервала
своей кривой.



Публикация

Alexandre Pastor-Bernier, Charles R. Plott, Wolfram Schultz.

Testing revealed preference theory in monkeys.

Proceedings of the National Academy of Sciences.

Mar 2017, 114 (10) E1766-E1775; DOI:10.1073/pnas.1612010114



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо
за внимание!

ul. Myasnitskaya, 20
Moscow, Russia, 101000
Phone: (495) 621-7983, Fax: (495) 628-7931
www.hse.ru