



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# Проверка теории выявленных предпочтений на обезьянах

обсуждение статьи А. Пастора-Бернье, Ч. Плотта, В. Шульца

"Monkeys choose as if maximizing utility compatible with basic principles of revealed preference theory"

DeCAn Lab

Теория выявленных предпочтений была предложена Полом Самуэльсоном в конце 30-х годов прошлого века как альтернатива теории полезности.

Samuelson, P. (1937) A note on measurement of utility. *Review of Economic Studies*, 4(2): 155–161.

Samuelson, P. (1938) A note on the pure theory of consumers' behaviour. *Economica*, 5: 61–71.

Однако позже была доказана эквивалентность обеих теорий.

$A$  – общее множество альтернатив.

$X$  – *предъявление*:  $X \subseteq A \wedge X \neq \emptyset$ . Предъявление является переменной.

*Выбор* есть подмножество  $C$  предъявления  $X$ :  $C \subseteq X$ .

**Предположение**: из предъявления  $X$  всегда выбирается одно и то же  $C$ .

Поэтому выбор представим *функцией выбора*  $C(X)$ .

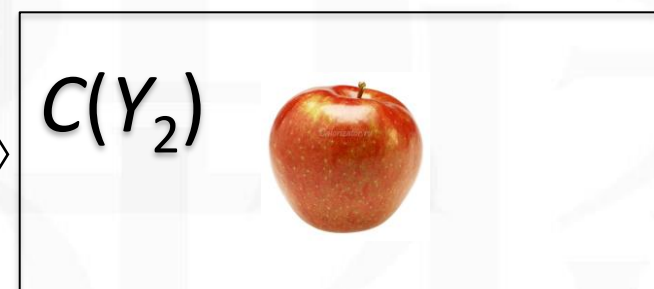
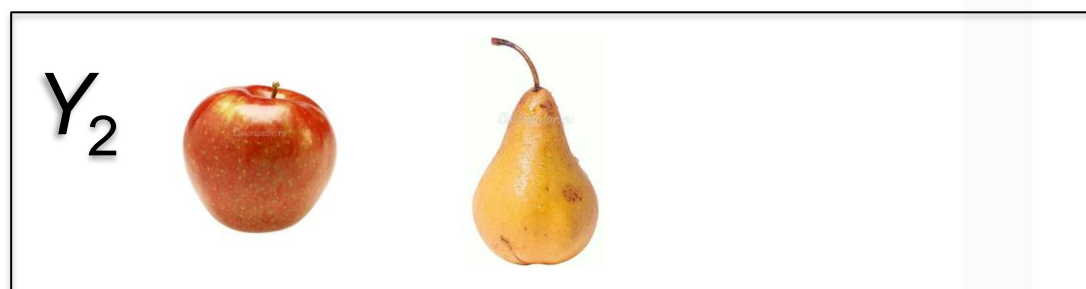
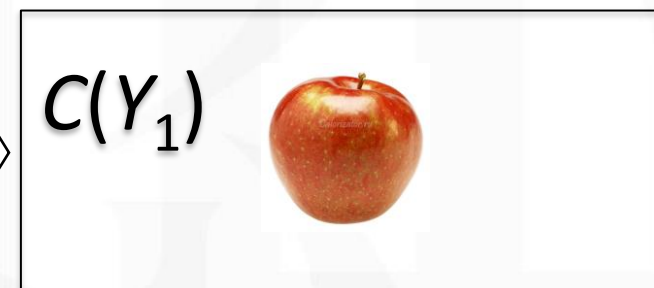
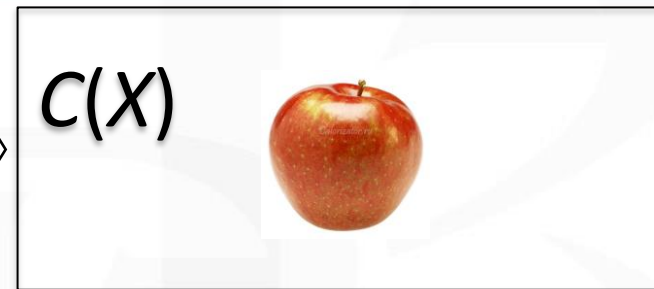
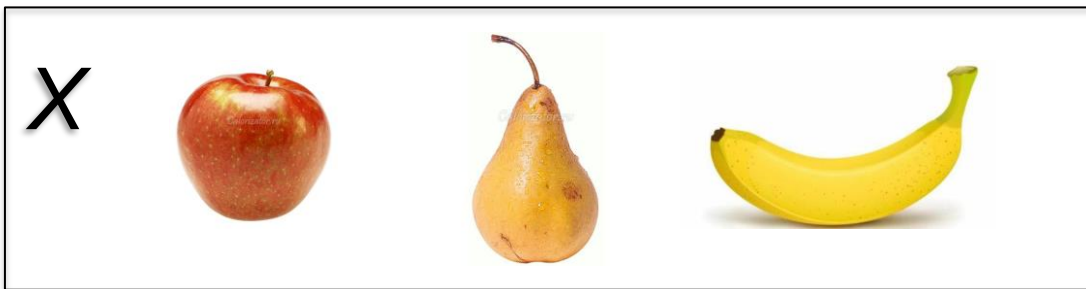
**Предположение**:  $C(X)$  рационального субъекта удовлетворяет аксиомам:

- **Непустота**:  $\forall X \subseteq A, C(X) \neq \emptyset$ .
- **Независимость от посторонних альтернатив по**

**Нэшу** (Nash 1950):

$$\forall X \subseteq A, \forall Y \subseteq X, C(X) \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow C(Y) = C(X) \cap Y$$

# Независимость от посторонних альтернатив по Нэшу

$$\forall X \subseteq A, \forall Y \subseteq X, C(X) \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow C(Y) = C(X) \cap Y$$


Предпочтения моделируются бинарным отношением  $R \subseteq A \times A$ , элементы которого определяются на основе парного выбора.

Бинарное отношение  $R$ , удовлетворяющее аксиомам

- **Полнота**: все альтернативы сравнимы,  $\forall x, y \in A, xRy \vee yRx$ ;
- **Транзитивность**:  $\forall x, y, z \in A, (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$ ,

называется *ранжированием* или *слабым порядком*.

Тогда и только тогда, когда  $R$  является (непрерывным) ранжированием, предпочтения представимы с помощью действительнзначной функции  $u(x): A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $u(y) \geq u(x) \Leftrightarrow yRx$ .

Число  $u_0 = u(x)$  называется *полезностью* альтернативы  $x$  для субъекта с предпочтениями  $R$ . Соответственно,  $u(x)$  - его *функция полезности*.

**Теорема (Arrow 1959):** Функция выбора  $C(X)$  удовлетворяет аксиомам *Непустоты* и *Независимости от посторонних альтернатив по Нэшу*

тогда и только тогда,

когда существует ранжирование  $R$  альтернатив из  $A$  такое, что

$C(X) = \text{MAX}(R|_X) = \{a \in X \mid \forall b \in X, u(b) \leq u(a)\}$  для любого предъявления  $X$ .

$R|_X = R \cap X \times X$  – сужение  $R$  ( $R \subseteq A \times A$ ) на подмножество  $X$  ( $X \subseteq A$ ).

$\text{MAX}(R|_X) = \{a \in X \mid \forall b \in X, bRa \Rightarrow aRb\}$  – множество *максимальных элементов*  $R|_X$ .

Рациональный субъект – это субъект оптимизирующий,  
то есть максимизирующий свои предпочтения / свою полезность.

# Аксиомы выявленных предпочтений (Arrow 1959): сильная (SARP) и слабая (WARP)

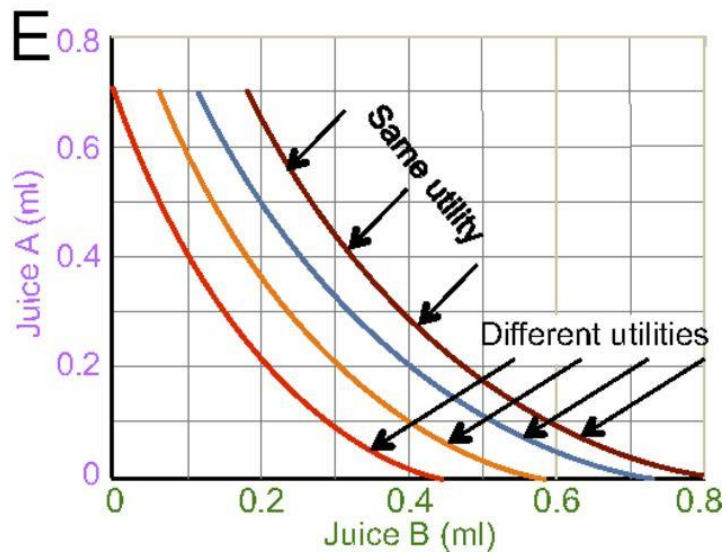
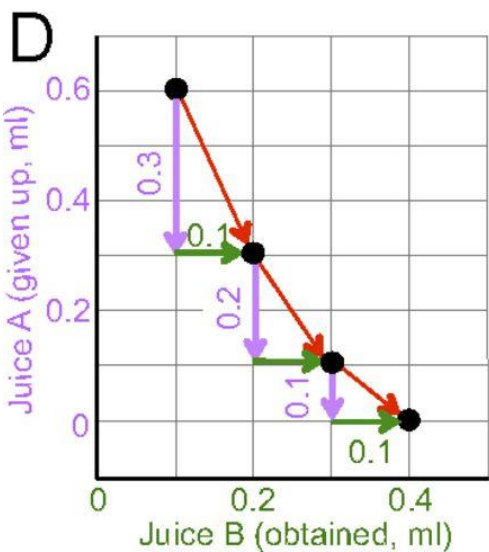
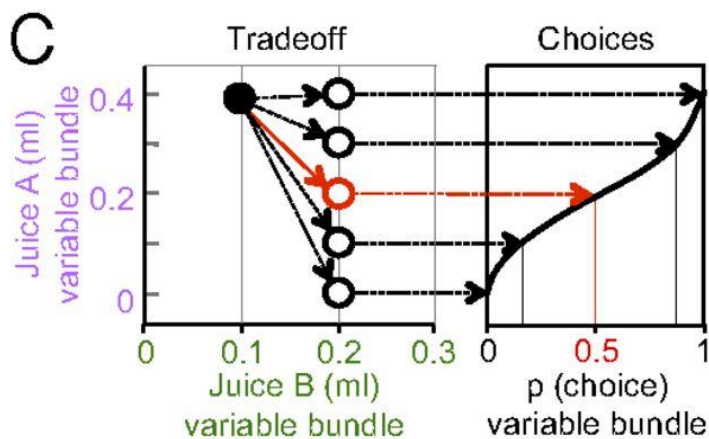
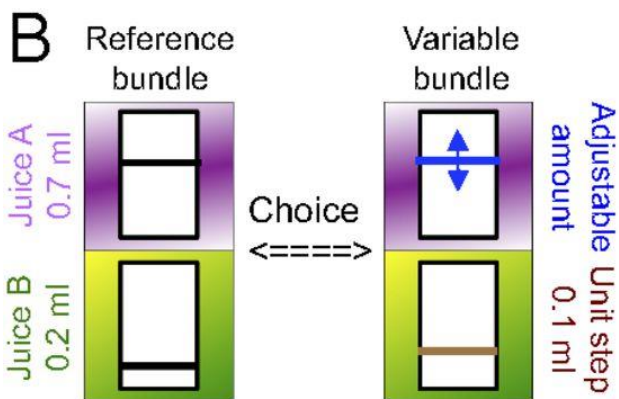
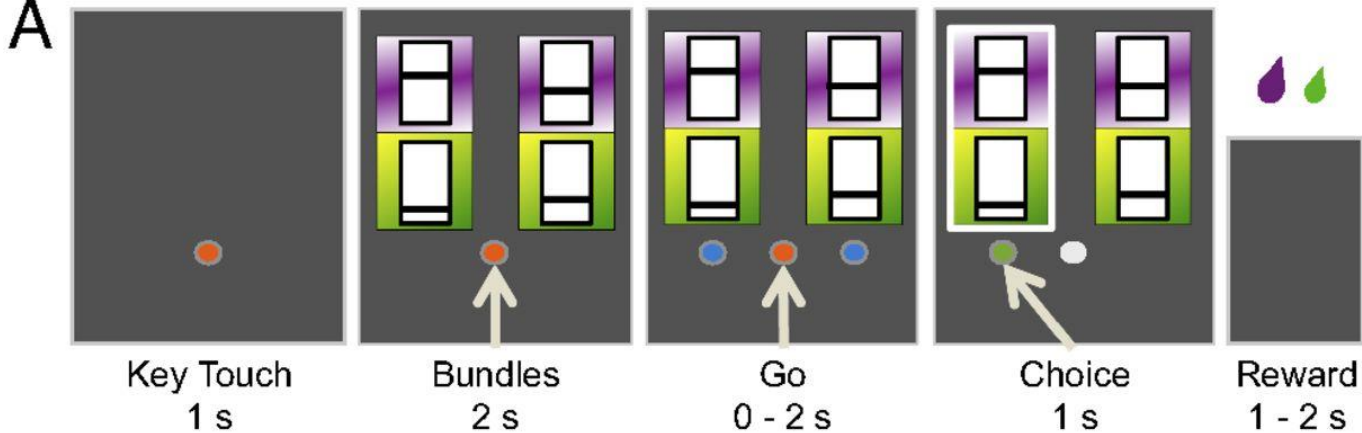
- **Сильная аксиома выявленных предпочтений:**

$$\forall X, Y \subseteq A, \forall x, y \in X, x \in C(X) \wedge y \notin C(X) \wedge x, y \in Y \Rightarrow y \notin C(Y)$$

- **Слабая аксиома выявленных предпочтений:**

$$\forall X, Y \subseteq A, \forall x, y \in X, x \in C(X) \wedge x, y \in Y \Rightarrow (y \in C(Y) \Rightarrow x \in C(Y))$$

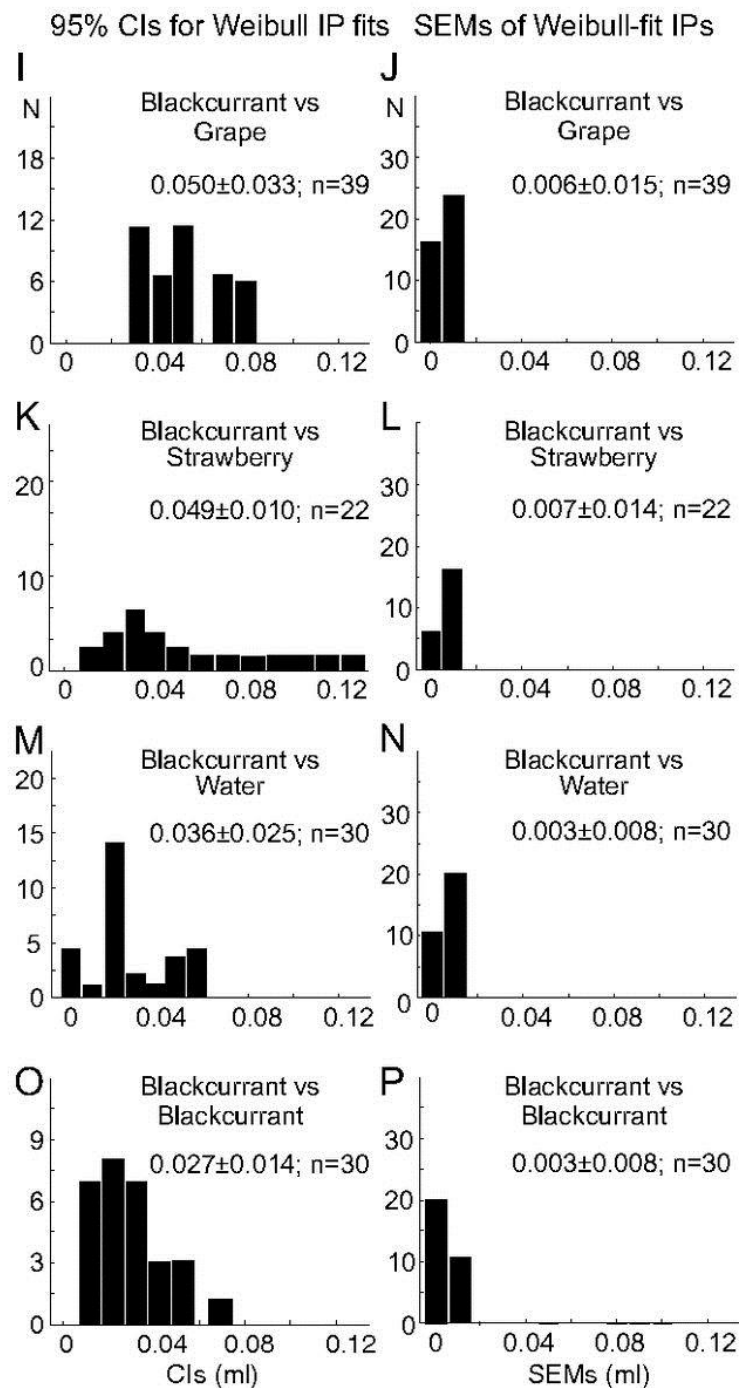
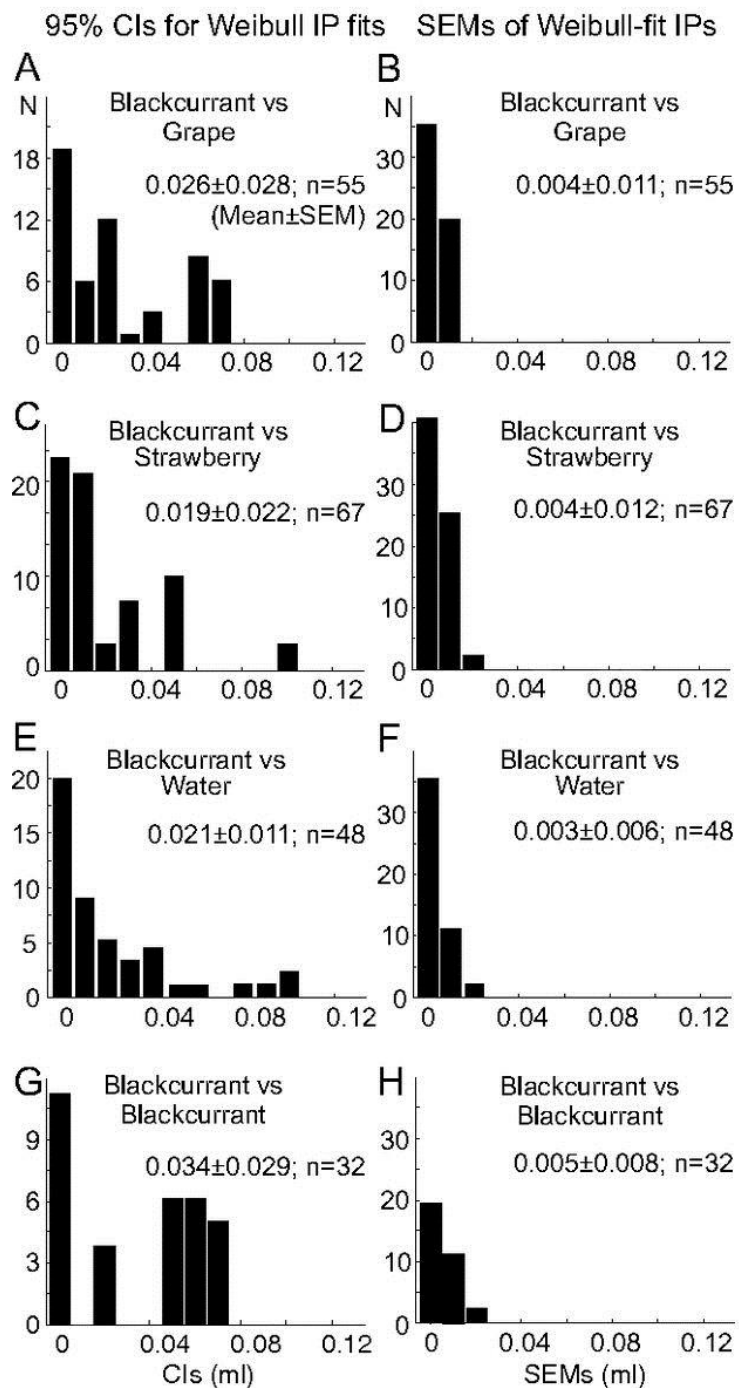
**Теорема:** Если выбор всегда непуст, то *Независимость от посторонних альтернатив по Нэшу* эквивалентна *Сильной аксиоме выявленных предпочтений*.

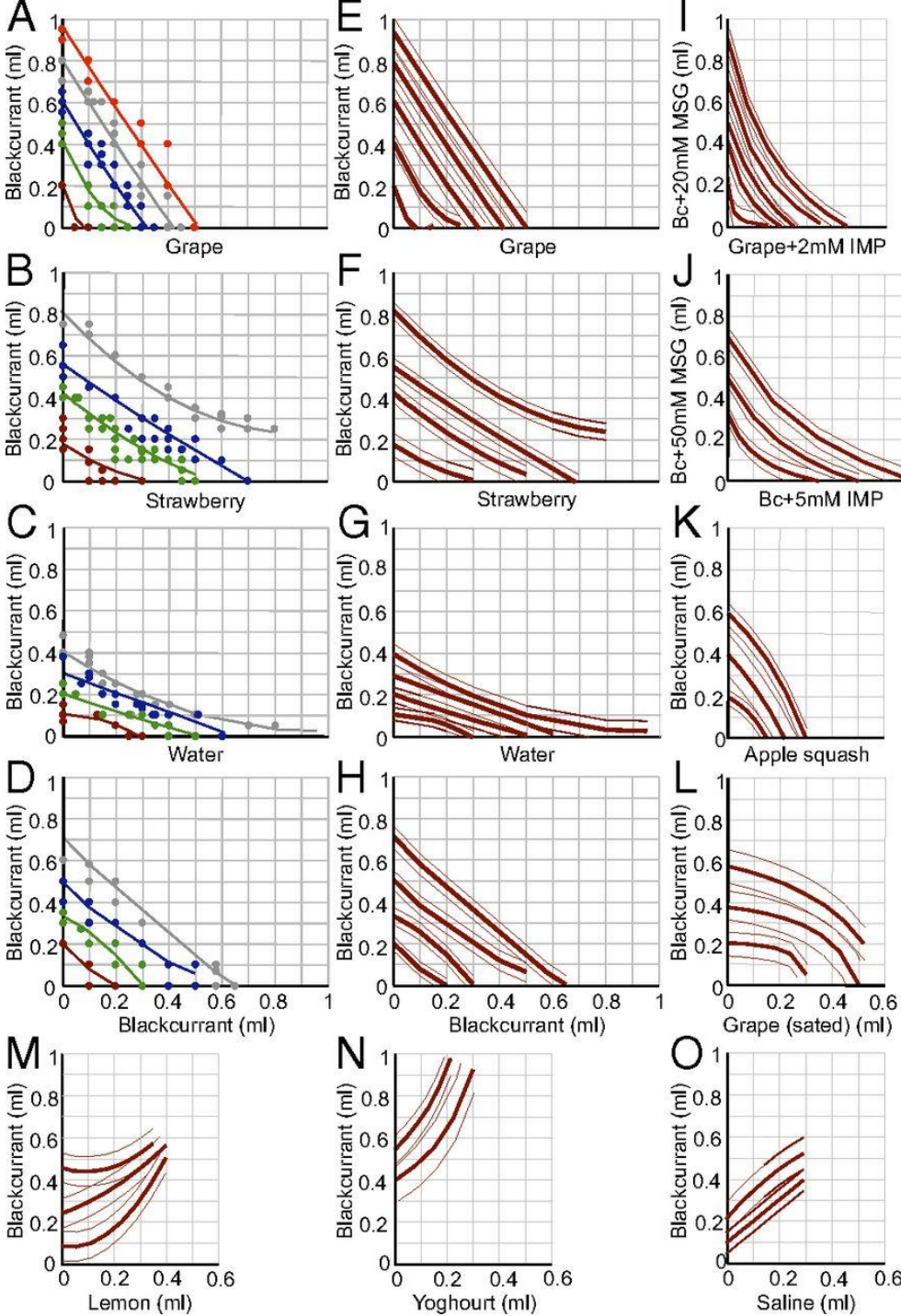




# Monkey A

# Monkey B



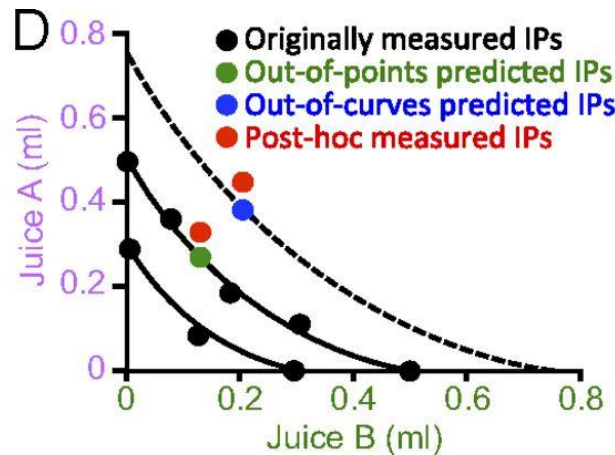
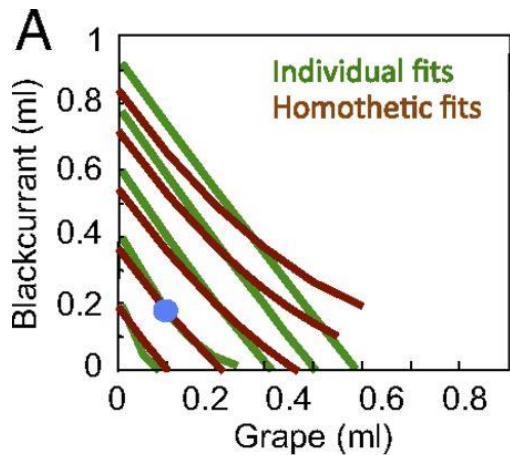


$$y = ax^2 + bx + c$$

$$R^2 \sim 0,80-0,97$$

полуширина  
95%-ного  
интервала доверия  
для кривых  
безразличия (IC)

$$\Delta y \sim 0,03-0,06 \text{ мл}$$

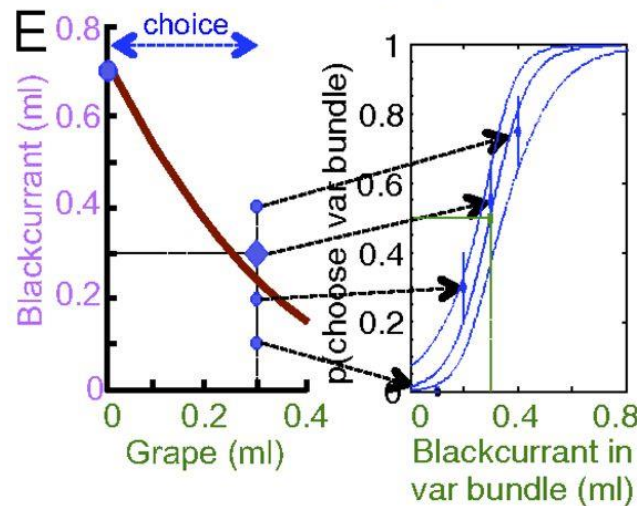
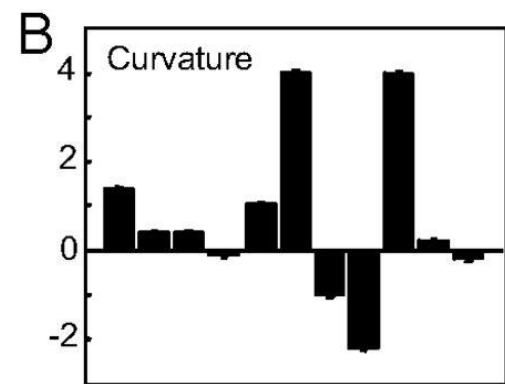


$$u(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy$$

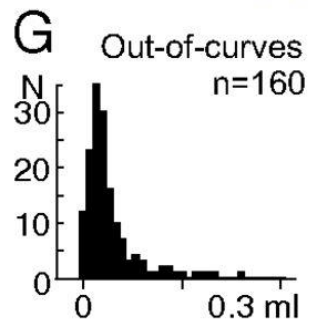
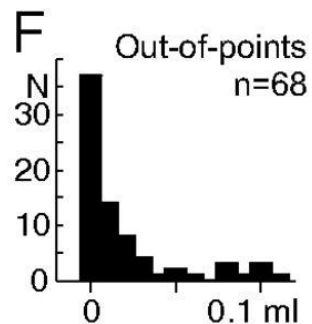
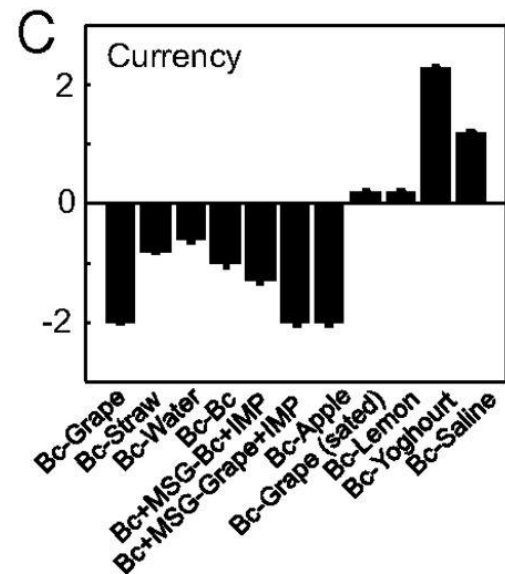
$$R^2 \sim 0,67-0,99$$

$$M(R^2) = 0,85$$

95% интервал для  
новых точек (IP)  
 $\Delta y \sim 0,02-0,05$  мл



отклонение от  
предсказанного  
значения

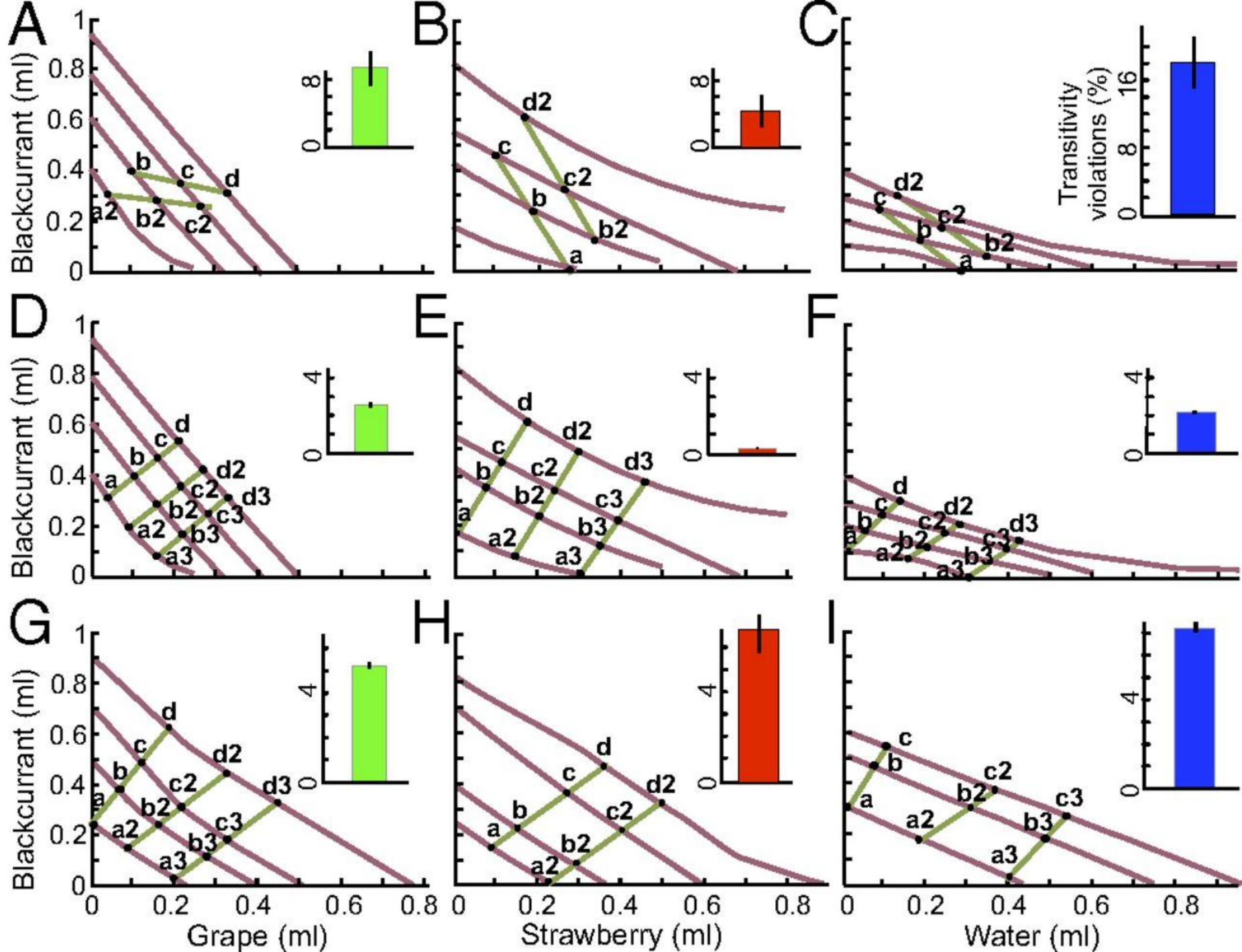


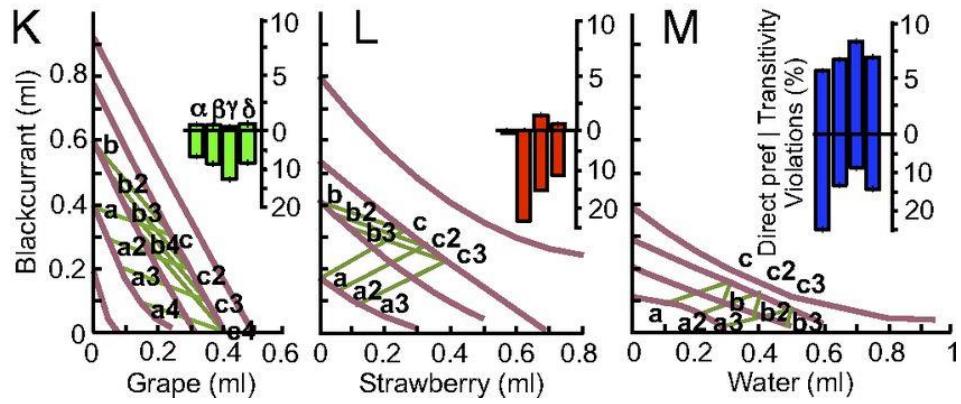
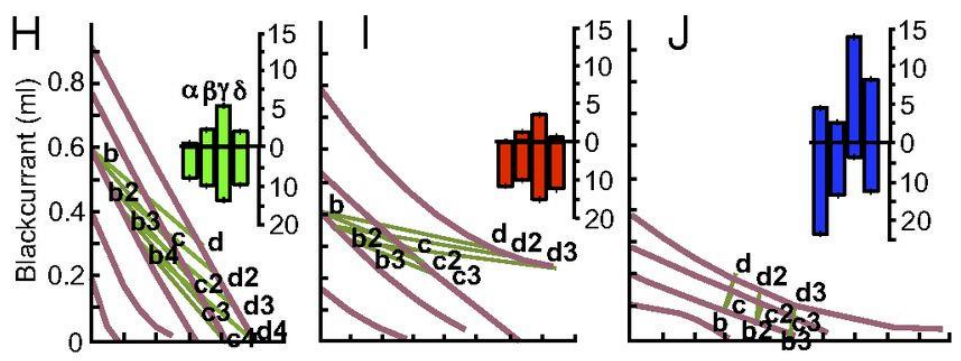
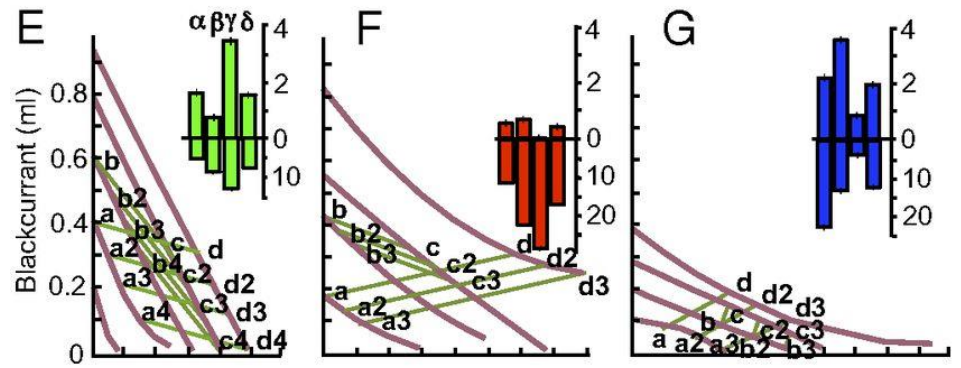
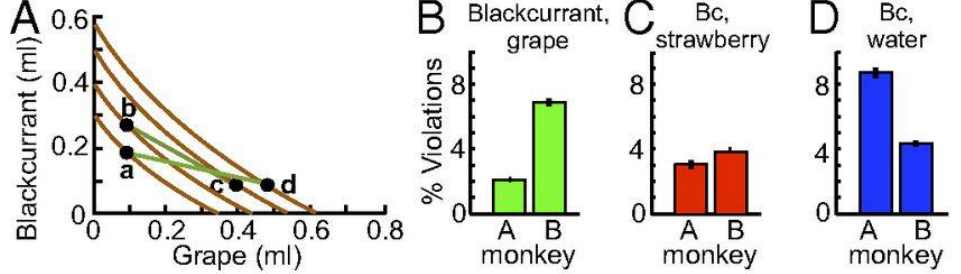
“out-of-points”

$$\Delta y = 0,02 \pm 0,01 \text{ мл}$$

“out-of-curves”

$$\Delta y = 0,04 \pm 0,01 \text{ мл}$$





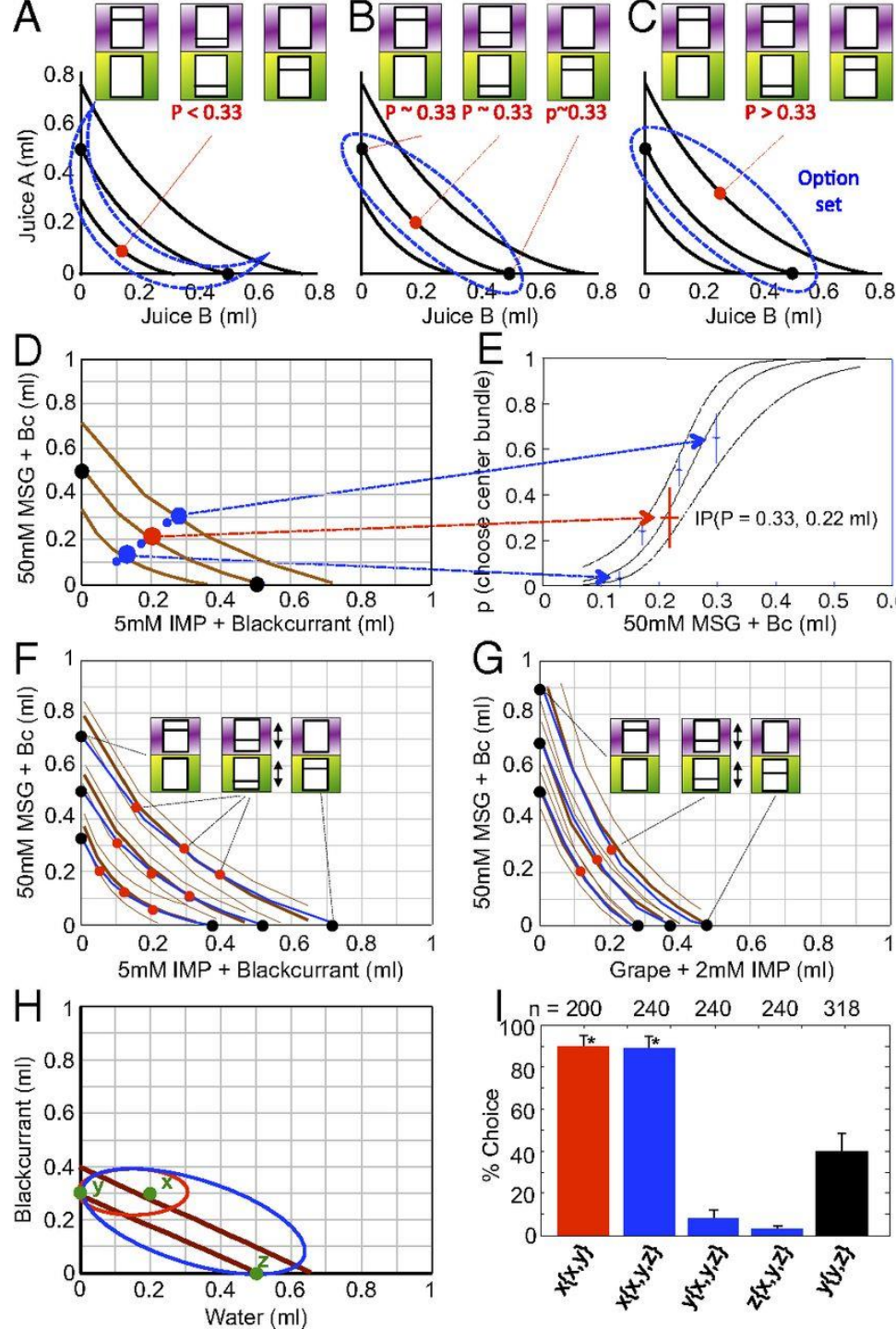
# Проверка WARP

Для четырёх пар жидкостей найдены 33 новые точки.

Отклонение новых точек от своих кривых:

$$\Delta y = 0,04 \pm 0,02 \text{ мл}$$

Все новые точки расположены внутри 95% интервала своей кривой.



Alexandre Pastor-Bernier, Charles R. Plott, Wolfram Schultz.

Testing revealed preference theory in monkeys.

*Proceedings of the National Academy of Sciences.*

Mar 2017, 114 (10) E1766-E1775; DOI:10.1073/pnas.1612010114



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# Спасибо за внимание!

ul. Myasnitskaya, 20

Moscow, Russia, 101000

Phone: (495) 621-7983, Fax: (495) 628-7931

[www.hse.ru](http://www.hse.ru)