



**Центр пространственной эконометрики в  
прикладных макроэкономических  
исследованиях ФЭН НИУ ВШЭ**

**Введение в пространственно-  
эконометрические исследования  
Специфика исследований для России**

**Обзорная лекция**

**Демидова О.А.  
demidova@hse.ru**

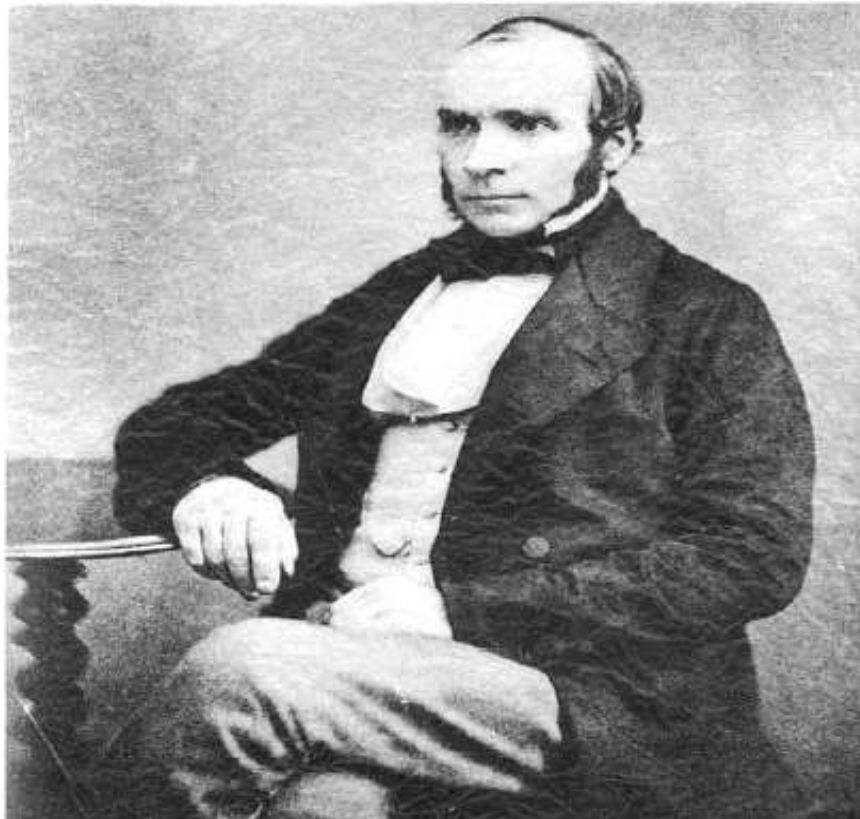
**17.09.2020**



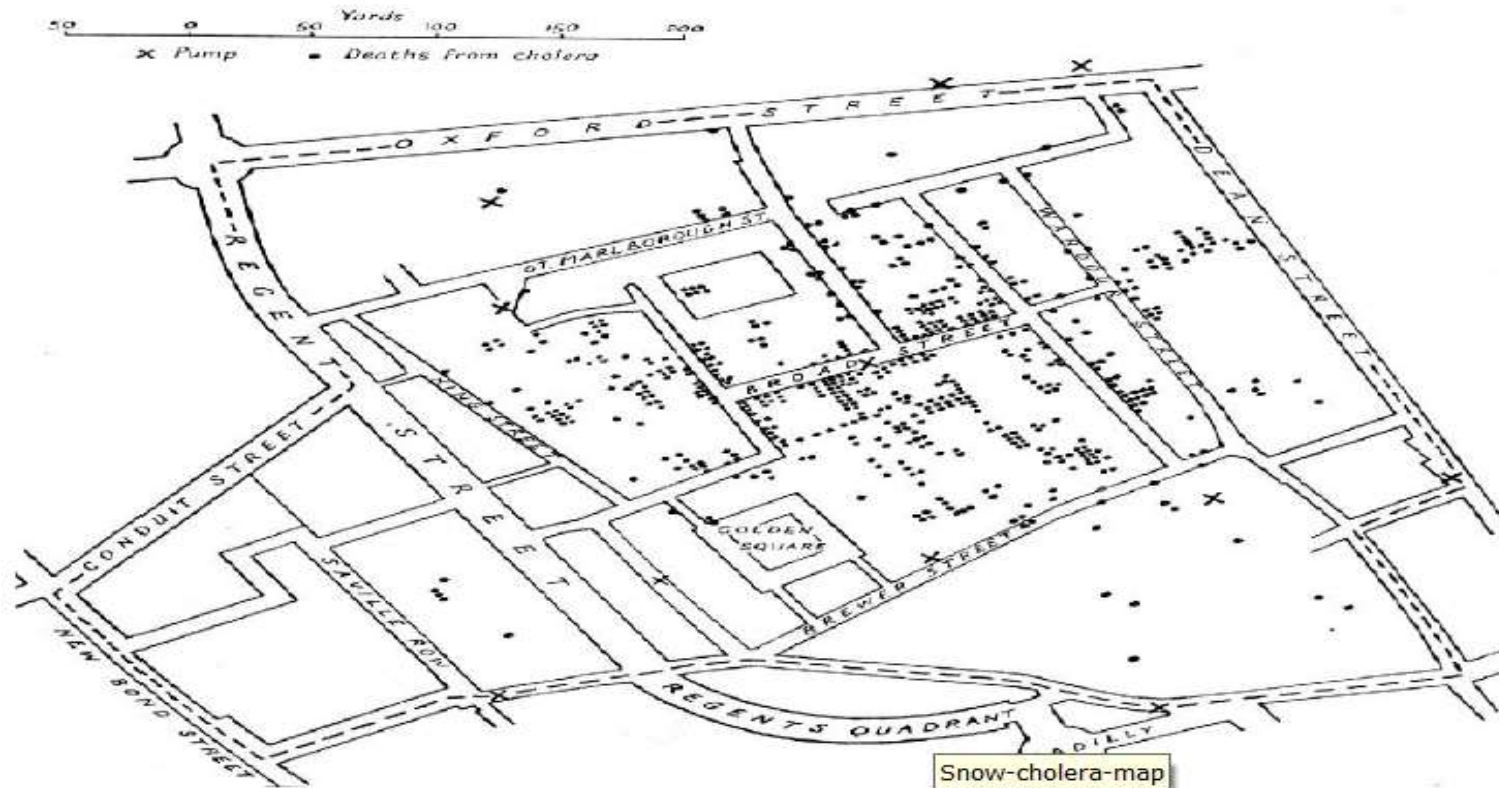
## План лекции

- **Начало пространственной эконометрики**
- **Отцы-основатели**
- **Пространственно-эконометрическая ассоциация**
- **Пространственные взаимосвязи**
- **Параллели между моделями временных рядов и пространственно-эконометрическими моделями**
- **Взвешивающие матрицы**
- **Предварительное тестирование пространственной зависимости**
- **Последствия неучета пространственной зависимости**
- **Подходы к выбору пространственно-эконометрических моделей**
- **Пространственно-эконометрические исследования с использованием российских данных**

## Dr. John Snow (1813-1858)



## E.W.Gilbert's (1958) version of John Snow's Map



## Самое начало пространственной эконометрики

**The Broad Street Pump**, *Safe & Sound*, Penguin, 1971 in  
English MP. *Victorian Values -- The Life and Times of Dr.  
Edwin Lancaster*, 1990.



## Snow's theory

- ❑ Transport agent of cholera is “contaminated water” (not ‘air’)
- ❑ Cholera is a waterborne disease
- ❑ No Chemistry/Medical research
- ❑ Simple use of Statistics
- ❑ He advised to remove the handle of the pump. And “immediately” the number of new cases diminished
- ❑ Robert Kotch (1884) “vibrio cholerae”
- ❑ Filippo Pacini (1854)
- ❑ This marked the beginning of the end of cholera in London and the birth of a new field
  - Epidemiology

# Начало пространственной эконометрики



Moran,  
*Biometrika*, 1950

Whittle, *Biometrika*, 1954



Krige, 1951

Matheron, 1962



## Moran – Geary - Whittle

- Moran, P.A.P (1948): Interpretation of Statistical Maps, *Biometrika*, 35, 255-260.
- Moran's I-test for Spatial dependence (Durbin-Watson test is a "special case" of this)
- Geary, R. C. (1954): The Contiguity Ratio and Statistical Mapping, *Incorporated Statistician*, 5, 115-145.
- Whittle, P (1954): On Stationary Processes in the Plane, *Biometrika*, 41, 434-449





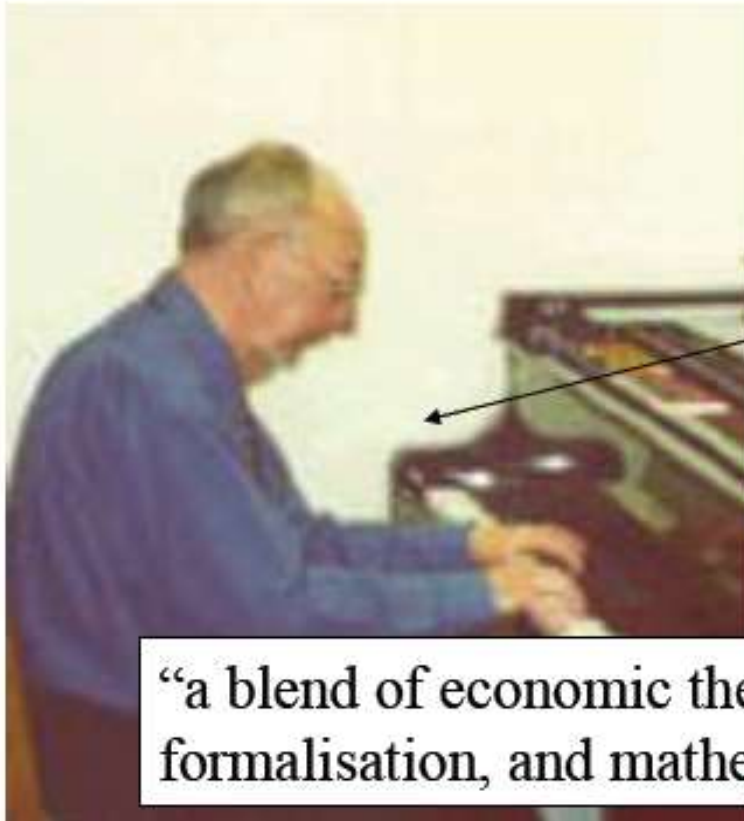
## Spatial econometrics

---

From Wikipedia, the free encyclopedia

**Spatial econometrics** is the field where [spatial analysis](#) and [econometrics](#) intersect. The term "spatial econometrics" was introduced for the first time by the Belgian economist Jean Paelinck (universally recognised as the father of the discipline) in the general address he delivered to the annual meeting of the Dutch Statistical Association in May 1974 (Paelinck and Klaassen, 1979). In general, econometrics differs from other branches of statistics in focusing on theoretical models, whose parameters are estimated using [regression analysis](#). Spatial econometrics is a refinement of this, where either the theoretical model involves interactions between different entities, or the data observations are not truly independent. Thus, models incorporating [spatial auto-correlation](#) or [neighborhood effects](#) can be estimated using spatial econometric methods. Such models are common in [regional science](#), [real estate economics](#), [education economics](#), [housing market](#) and many others. Adopting a more general view, in the by-law of the [Spatial Econometrics Association](#), the discipline is defined as the set of "models and theoretical instruments of [spatial statistics](#) and [spatial data analysis](#) to analyse various economic effects such as externalities, interactions, [spatial concentration](#) and many others" (Spatial Econometrics Association, 2006). Recent developments tend to include also methods and models from [social network econometrics](#).

## ***“Spatial Econometrics”***



Paelinck & Klaasen,  
*Spatial econometrics*,  
1979

“a blend of economic theory, mathematical formalisation, and mathematical statistics”

## 80-90's

Anselin, Spatial  
econometrics, 1988



Cressie, Statistics  
for spatial  
data 1993





[https://www.youtube.com/watch?v=g88ZYD429oo&feature=share&fbclid=IwAR34QSuUqGDDnUV\\_RtFBTLDq-l1yFGjWs69CgX-DTc7jl16eMEcHUTeg5sQ](https://www.youtube.com/watch?v=g88ZYD429oo&feature=share&fbclid=IwAR34QSuUqGDDnUV_RtFBTLDq-l1yFGjWs69CgX-DTc7jl16eMEcHUTeg5sQ)



**П.Кругман**

**1991 г. Journal of Political Economy, “Increasing returns and economic geography” (Krugman, 1991),**

**2008 г. – Нобелевская премия по экономике**



## Spatial Econometric Association (SEA)

26th may 2006: Birth of the Spatial Econometrics Association





## Spatial Econometric Association (SEA)

# 26th may 2006: Birth of the Spatial Econometrics Association





**Президент SEA  
Проф.Дж.Арбия  
В 2017 г.  
прочитал курс  
лекций по  
пространственной  
эконометрике в НИУ  
ВШЭ**





## Все взаимосвязано

### **Mantra №1: Tobler's Law**

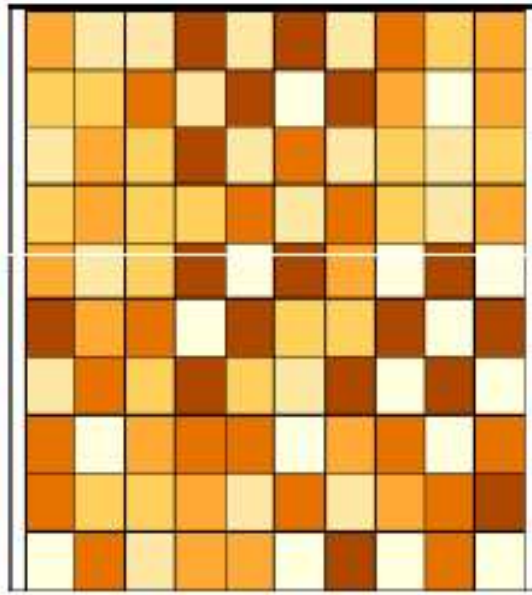
**“I invoke the 1st law of geography: everything is related to everything else, but near things are more related than distant things.” - Tobler (1970)**

### **Mantra #2: Tobler's Addendum**

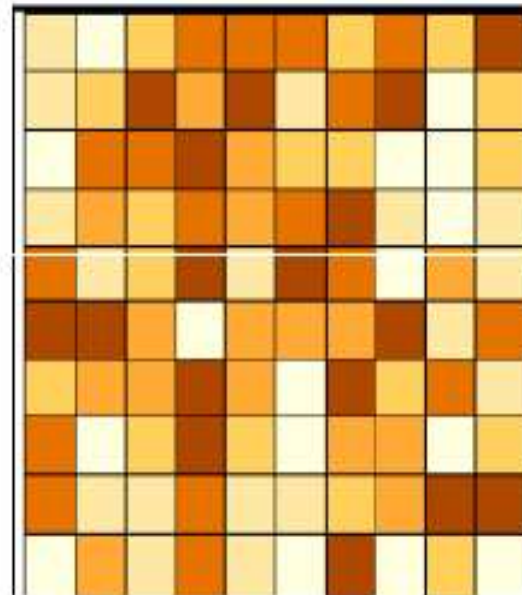
**“Near can take on many meanings in different situations”  
Tobler (2004)**

**“Space is more than geography” - Beck, et al (2006)**

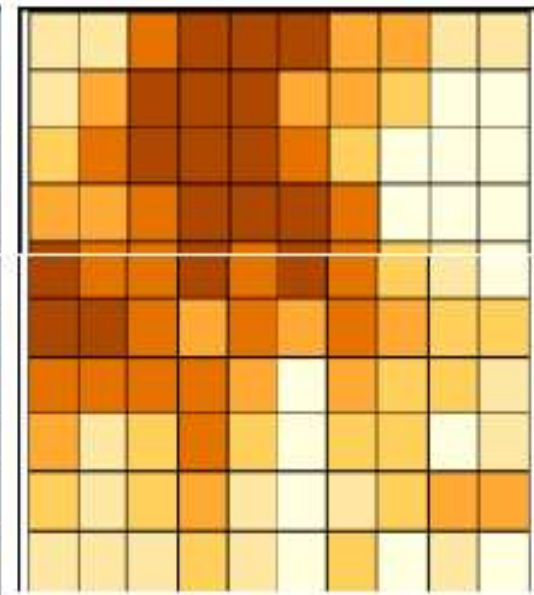
# Пространственная корреляция



Отрицательная

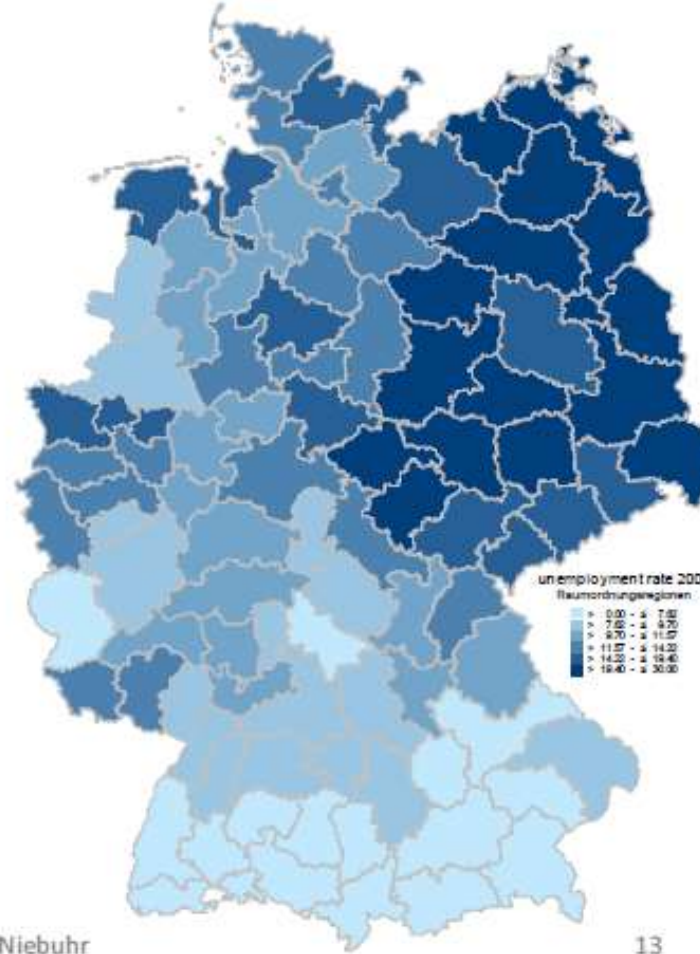
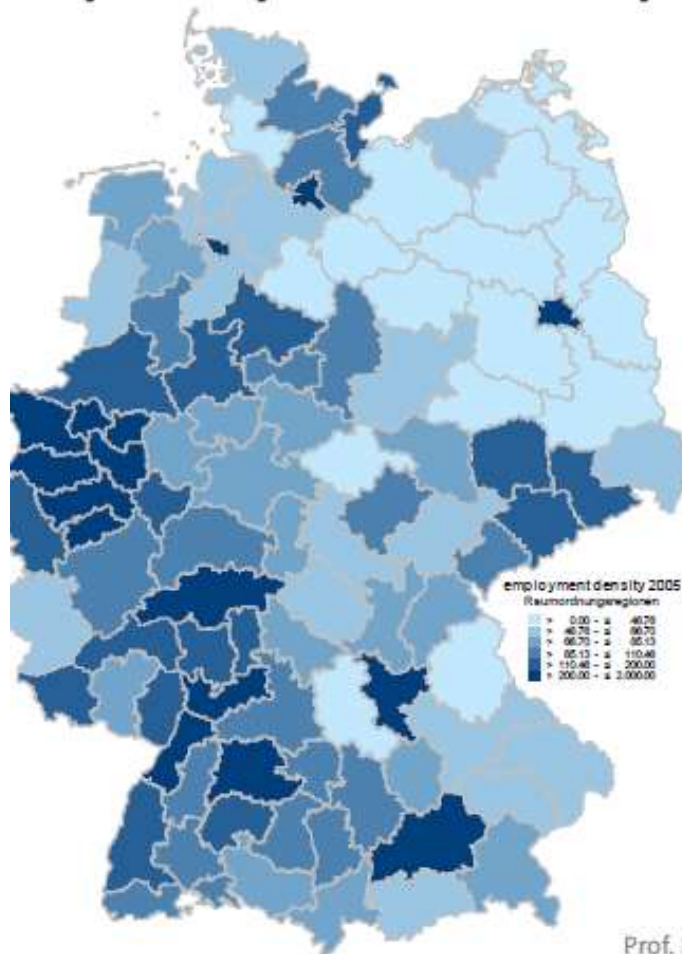


Случайная



Положительная

## Spatially Random or Spatially Clustered?



Prof. Dr. Annektrin Niebuhr

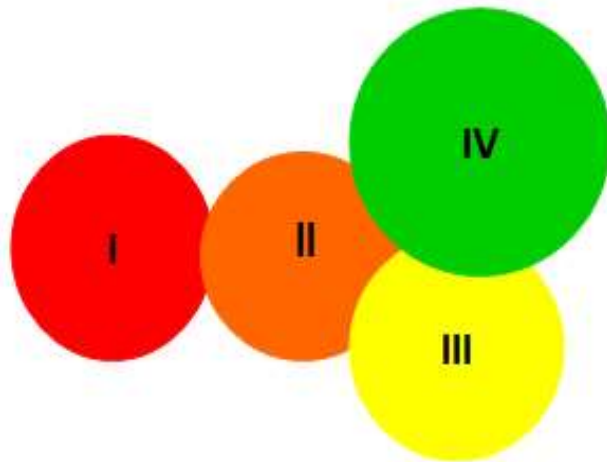
13

## Пространство vs время

Характеристики	Время	Пространство
Размерность	$\dim = 1$	$\dim = 2$
Объекты	Моменты времени	Страны, регионы и т.п.
Направление влияния	Одностороннее	Двустороннее
Соседи	$t-1, t, t+1$	Описываются с помощью взвешивающей матрицы $W$
Лаги	$Y_{t-1}$	$WY$
Коэффициент корреляции	$\rho$ – коэф. автокорреляции	$\rho$ – коэф. пространственной корреляции

	Время	Пространство
<b>Модели</b>	<p>1) <b>AR(1)</b></p> $Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$ <p>2) <b>Autocorrelation in errors</b></p> $Y_t = X\beta + \varepsilon_t,$ $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$ <p>3) <b>Distributed lags</b></p> $Y_t = \dots + \beta X_t + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t$	<p>1) <b>SAR</b></p> $Y = X\beta + \rho WY + \varepsilon$ <p>2) <b>SEM – spatial error model</b></p> $Y = X\beta + \varepsilon,$ $\varepsilon = \lambda W\varepsilon + u$ <p>3) <b>SLX</b></p> $Y = X\beta + \theta WX + \varepsilon$

## Пример взвешивающей матрицы



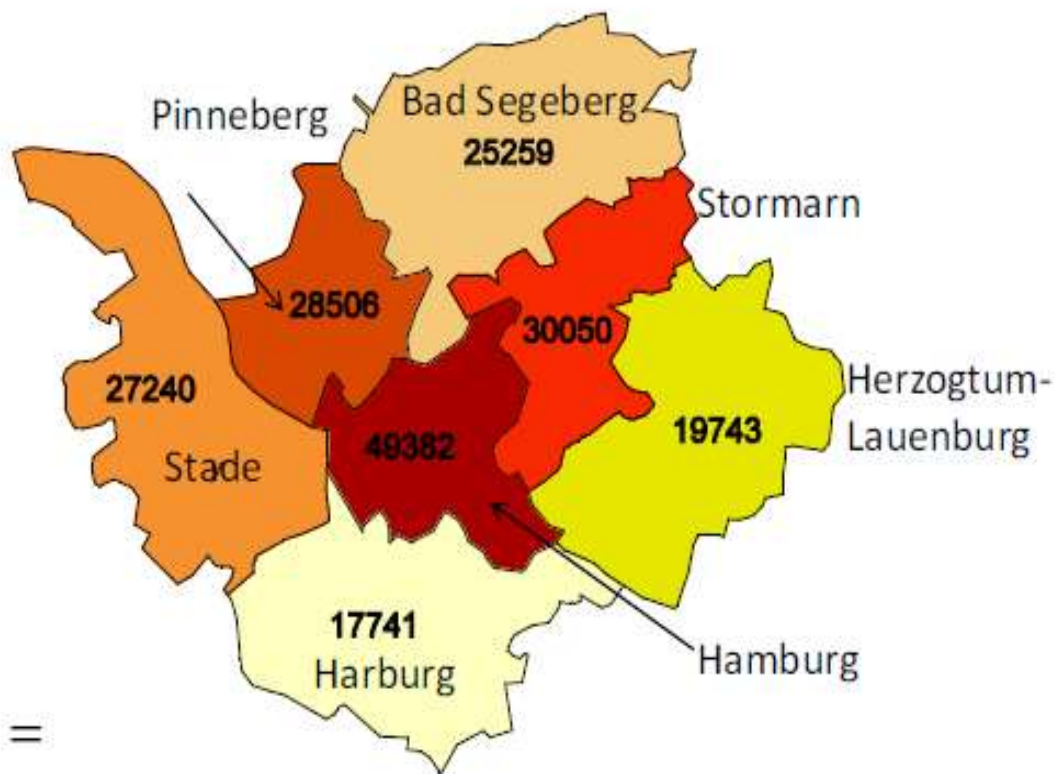
$$W_b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

## Пример пространственного лага

$$WY = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_2 \\ 1/3(Y_1 + Y_3 + Y_4) \\ 1/2(Y_2 + Y_4) \\ 1/2(Y_2 + Y_3) \end{pmatrix}$$

## Spatial lag

GDP per capita 2008,  
at current prices



$$[Wy]_{\text{HAMBURG}} = 24,756.5 =$$

$$\frac{1}{6} * 17,741 + \frac{1}{6} * 19,743 + \frac{1}{6} * 25,259 + \frac{1}{6} * 27,240 + \frac{1}{6} * 28,506 + \frac{1}{6} * 30,050$$



## Общий вид взвешивающей матрицы

$$W = \begin{pmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

- **Основанные на географической близости регионов**
- **Основанные на социо-культурной близости регионов**
  - **Общий язык**
  - **Общая религия**
- **Основанные на экономической близости регионов**
  - **Величина торговых потоков**
  - **Технологические расстояния**
- **Основанные на институциональной близости регионов**

**Часто взвешивающие матрицы нормируют по строке**

- **Географическая близость регионов**

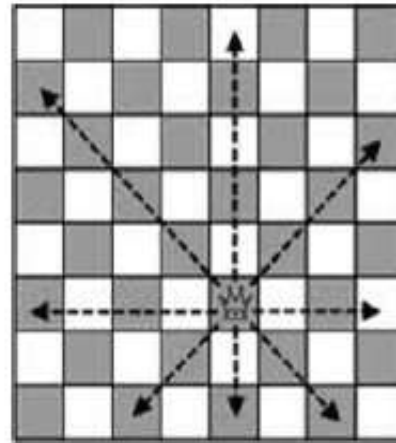
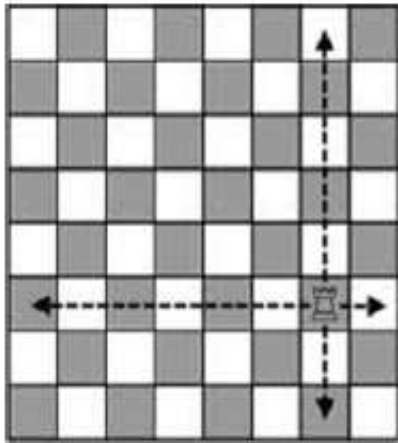
- **Наличие общей границы,  $w_{ij} = 1$**
- **Длина общей границы,  $w_{ij} \sim$  длине границы**
- **Расстояние между столицами регионов**

$$w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}^\gamma}$$

- **Время в пути между столицами регионов**
- **Расстояния между центрами полигонов**



- **Rook's** case: neighbours are those cells that share a common side
- **Queen's** case: neighbours are those cells that share a common edge or a common side



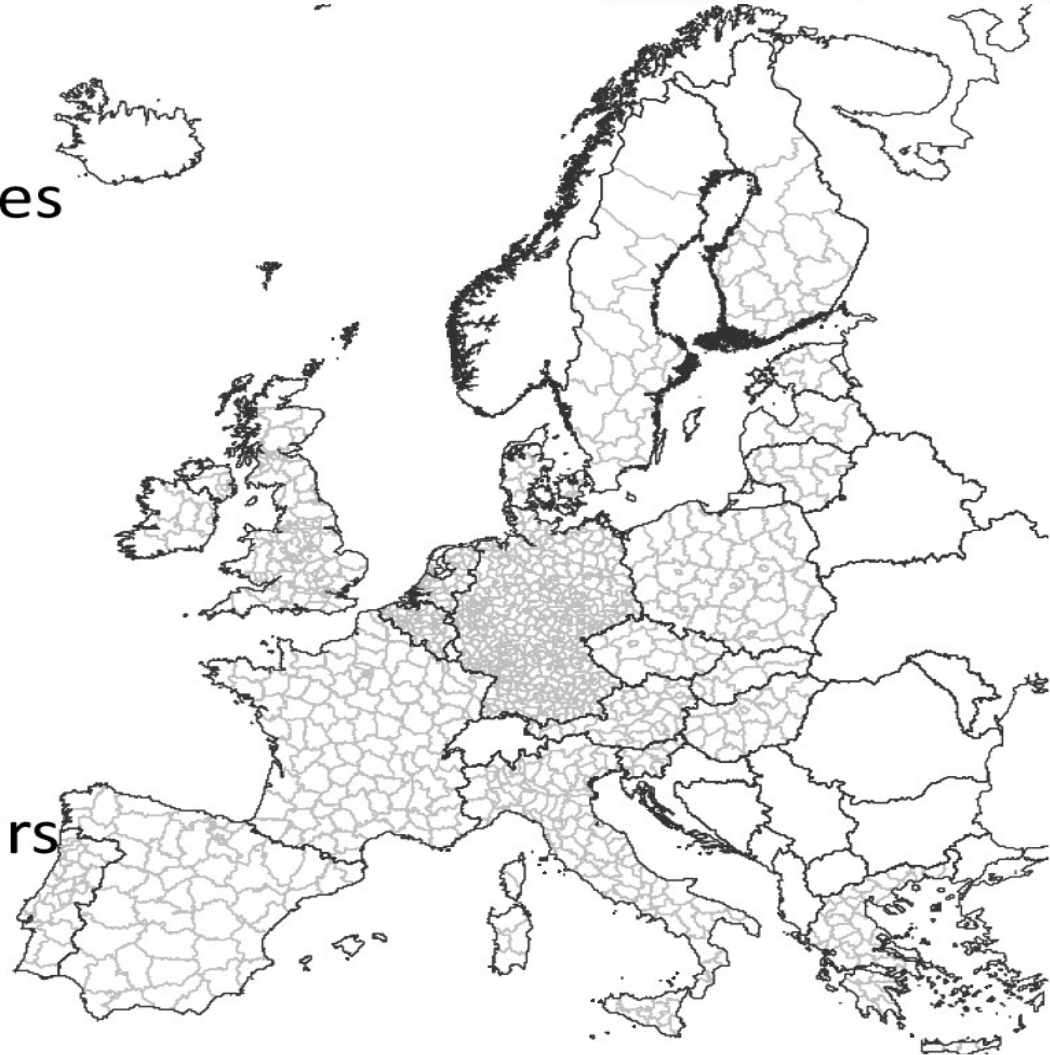


## Разные типы «соседей»

- Соседи первого порядка
- Соседи второго порядка (соседи соседей)
- Соседи  $k$ -го порядка
- $K$  ближайших соседей

## EU NUTS 3 level

- Distance between centres of regions
- High degree of heterogeneity in areas  $\Rightarrow$  no satisfactory critical distance
- small  $\delta$ : islands in Scandinavian countries
- large  $\delta$ : many neighbours in Germany



+ Удастся резко сократить количество оцениваемых параметров

### Spatial lag model – spatial autoregressive process

$$y_i = \rho_{i,j}y_j + \rho_{i,k}y_k + x_i\beta + \varepsilon_i$$

$$y_j = \rho_{j,i}y_i + \rho_{j,k}y_k + x_j\beta + \varepsilon_j$$

$$y_k = \rho_{k,i}y_i + \rho_{k,j}y_j + x_k\beta + \varepsilon_k$$

- relation-specific parameters: more parameters than observations (incidental parameter problem)  $\Rightarrow$  impose structure on spatial dependence relations:

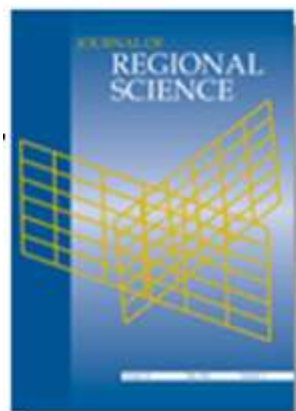
$$y_i = \rho \sum_{j=1}^N w_{ij}y_j + x_i\beta + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$



- Неопределенность с выбором матрицы  $W$
- Эти матрицы могут быть эндогенными

## Journal of Regional Science

©Wiley Periodicals Inc



May 2012

Volume 52, Issue 2  
Pages 167–396

### INTRODUCTION: WHITHER SPATIAL ECONOMETRICS? (pages 167–171)

Mark D. Partridge, Marlon Boarnet, Steven Brakman and Gianmarco Ottaviano

Article first published online: 19 APR 2012 | DOI: 10.1111/j.1467-9787.2012.00767.x

[Abstract](#) | [Full Article \(HTML\)](#) | [PDF\(452K\)](#) | [References](#) | [Request Permissions](#)

### MOSTLY POINTLESS SPATIAL ECONOMETRICS? (pages 172–191)

- Stephen Gibbons and Henry G. Overman

Article first published online: 16 APR 2012 | DOI: 10.1111/j.1467-9787.2012.00760.x

[Abstract](#) | [Full Article \(HTML\)](#) | [PDF\(556K\)](#) | [References](#) | [Request Permissions](#)

### PERSPECTIVES ON SPATIAL ECONOMETRICS: LINEAR SMOOTHING WITH STRUCTURED MODELS (pages 192–209)

Daniel P. McMillen

- Article first published online: 3 JAN 2012 | DOI: 10.1111/j.1467-9787.2011.00746.x

[Abstract](#) | [Full Article \(HTML\)](#) | [PDF\(1001K\)](#) | [References](#) | [Request Permissions](#)

### WHERE IS THE ECONOMICS IN SPATIAL ECONOMETRICS? (pages 210–239)

Luisa Corrado and Bernard Fingleton

Article first published online: 11 APR 2011 | DOI: 10.1111/j.1467-9787.2011.00726.x

- **Байесовский подход к выбору матриц (М.Фишер и Д.Лесаж)**
- **Выпуклые комбинации взвешивающих матриц (Д.Лесаж)**
- **Специальная техника оценивания моделей с эндогенными взвешивающими матрицами (Д.Пирас)**
- **Оценка взвешивающей матрицы**

- **Глобальные индикаторы пространственной зависимости (ИПЗ)**
  - Глобальный индекс Морана  $I$
  - Глобальный индекс Гири,  $C$
  - Глобальный индекс Гетиса-Орда,  $G$
- **Локальные ИПЗ (LISA – local indicators of spatial association, L.Anselin)**
  - Локальные индексы Морана,  $I_i$
  - Локальные индексы Гири,  $C_i$
  - Локальные статистики Гетиса-Орда,  $G_i$

## Moran's $I$

$$I = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, i \neq j,$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}$$



$$E(I) = -\frac{1}{N-1}$$

**H0: расположение регионов является случайным**

**H1: имеет место кластеризация регионов**

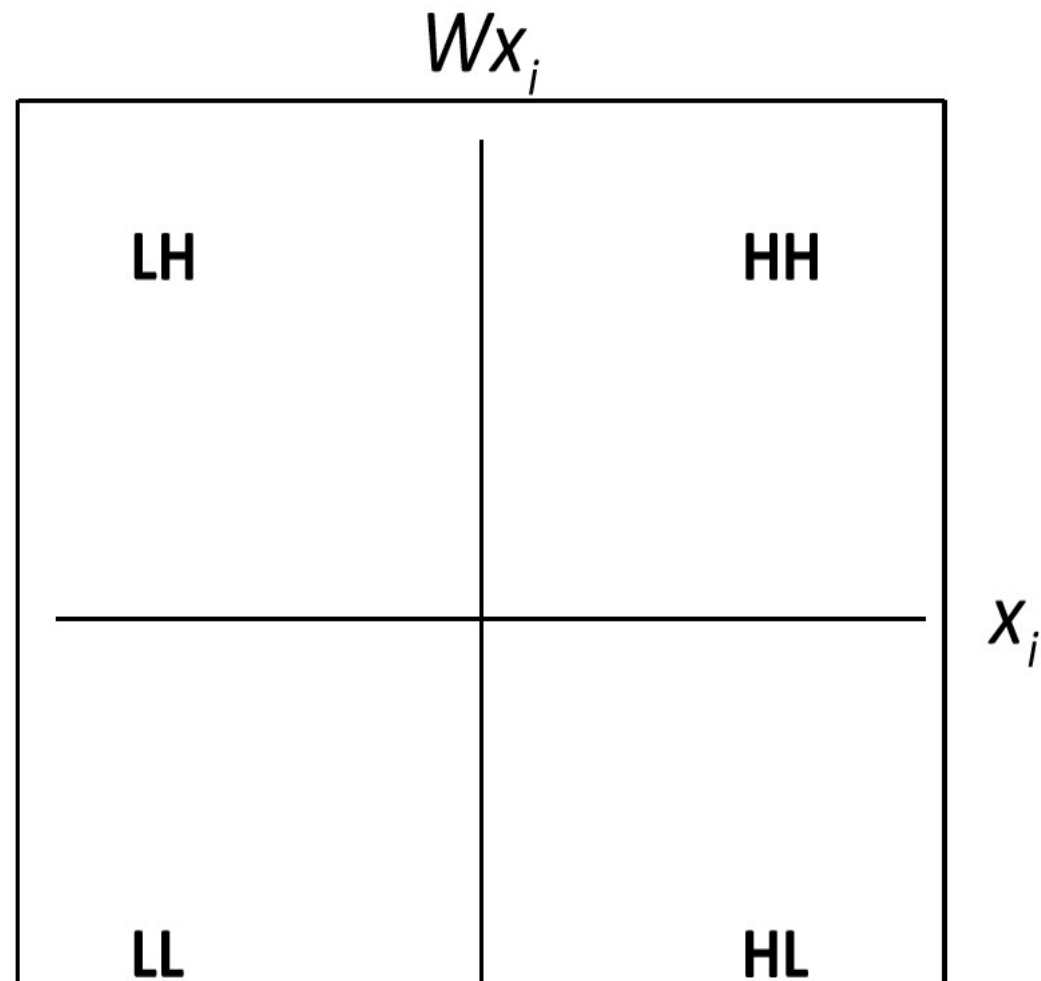
$$z = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \sim N(0,1)$$

**I значим и  $> 0 \Rightarrow$  положительная пространственная корреляция,**

**I значим и  $< 0 \Rightarrow$  отрицательная пространственная корреляция**

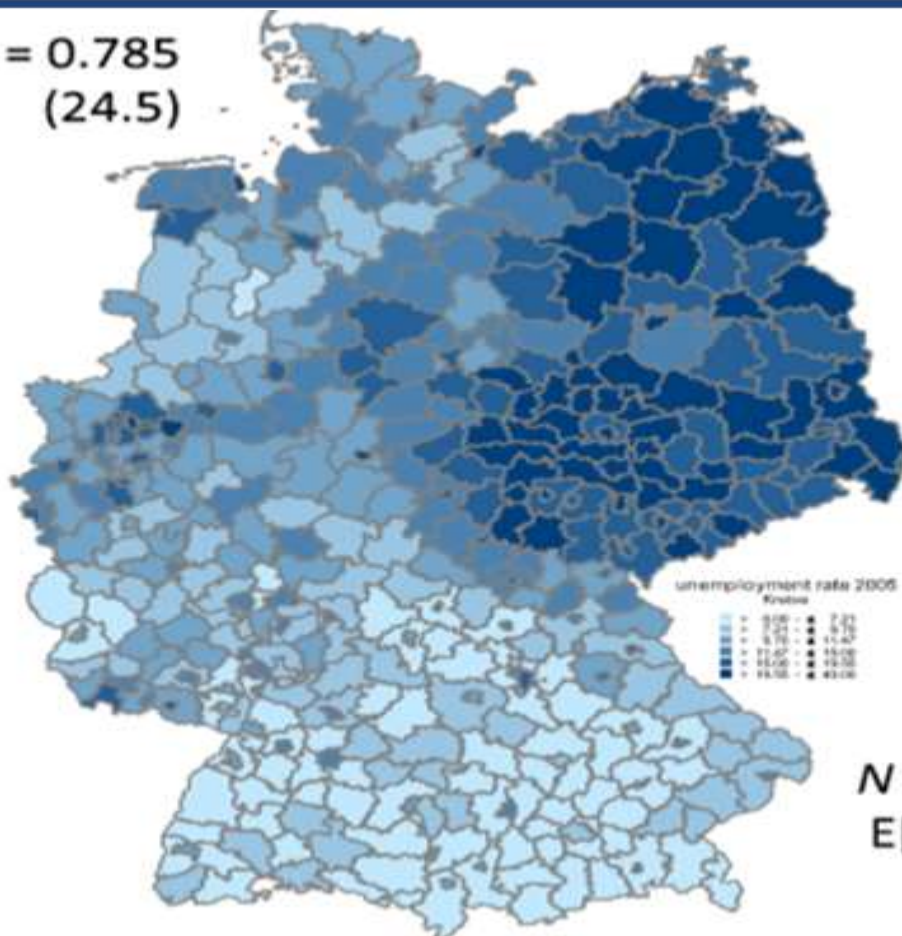
## Moran scatterplot

- Axes: cross at average values of  $x$  and  $Wx$
- Clustering: HH, LL
- Spatial outliers: LH, HL, two-sigma rule



# Пример. Уровень безработицы в Германии в 2006

$I = 0.785$   
(24.5)

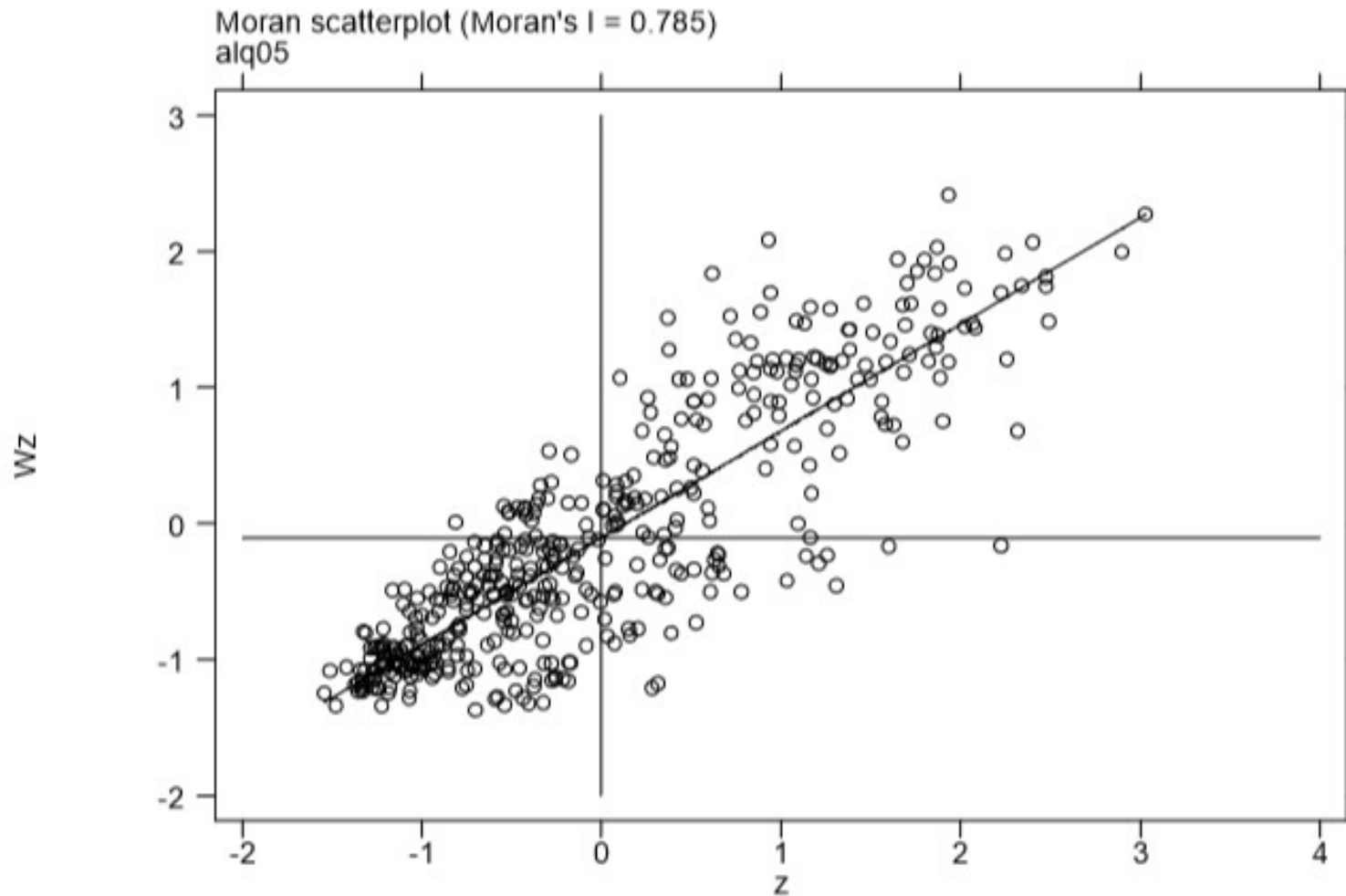


$N = 439$   
 $E[I] = -0.002$

Автор:  
Prof.Dr.  
Annekatriin  
Niebuhr



# Пример индекса и графика Морана





## Виды пространственных лагов

**WY – пространственный лаг зависимой переменной (глобальные эффекты),**

**WX – пространственные лаги независимых переменных (локальные эффекты),**

**Wε – пространственные шоки**

**WY – эндогенные переменные, поэтому модели, в которые они включены, нельзя оценивать с помощью МНК**

## Чем грозит неучет пространственной зависимости?

- Пропуск  $WY$ ,  $WX$

проблема пропущенных переменных (omitted variables bias)

**Приводит к смещенным оценкам параметров**  
**Bias of non-spatial model**

$$y = \rho W y + x \beta + \varepsilon \Rightarrow (I_N - \hat{\rho} W) y = x \beta + \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= (X' X)^{-1} X' (I_N - \hat{\rho} W) y = (X' X)^{-1} X' y - \hat{\rho} (X' X)^{-1} X' W y \\ &= \hat{\beta}_{OLS} - \hat{\rho} (X' X)^{-1} X' W y \end{aligned}$$

$$\hat{\beta}_{OLS} = \hat{\beta} + \hat{\rho} (X' X)^{-1} X' W y$$

## Чем грозит неучет пространственной зависимости?

- Пропуск  $W\varepsilon$

оценки коэффициентов будут несмещенными, но все, связанное с проверкой гипотез (в том числе о значимости коэффициентов), будет рассчитано неверно

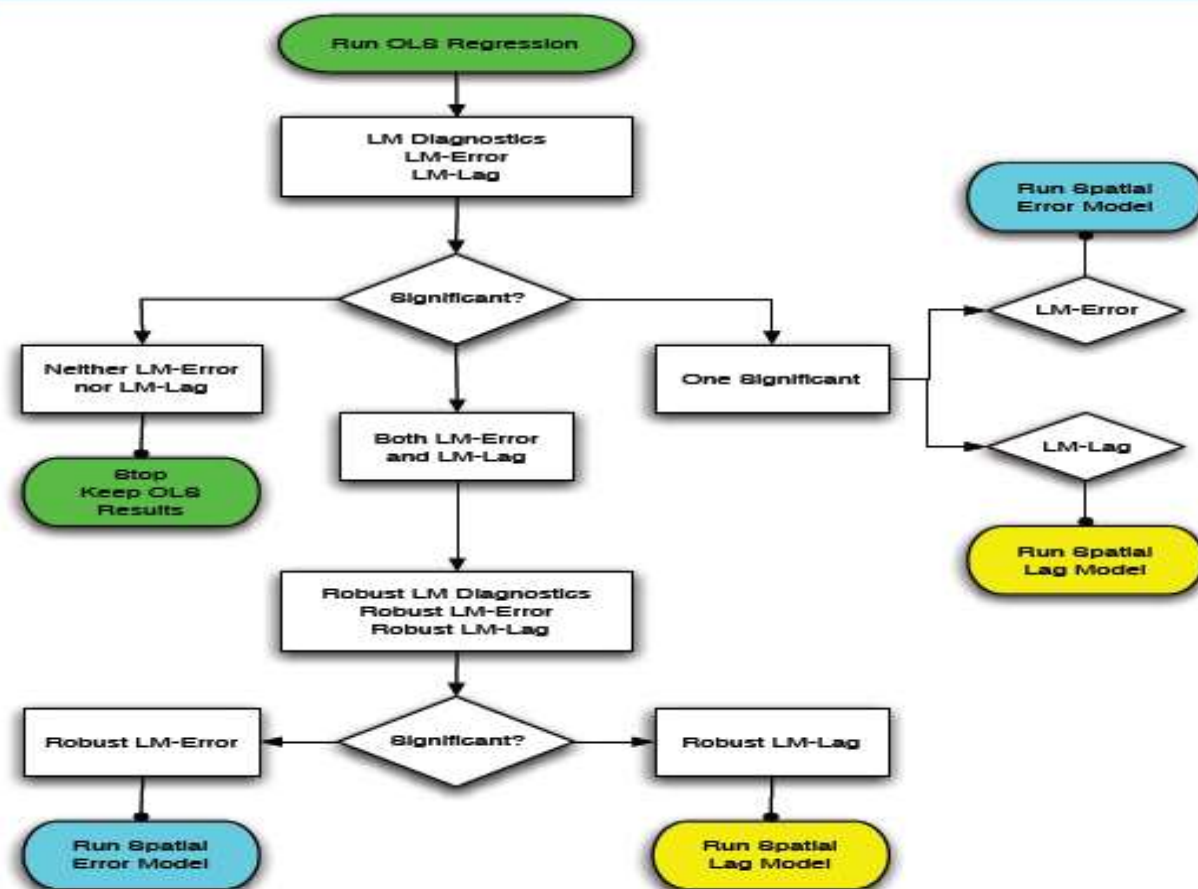
- $Wy$  is endogenous  $\Rightarrow$  assumption of linear regression model violated

$$y = (I_N - \rho W)^{-1} x\beta + (I_N - \rho W)^{-1} \varepsilon$$

$$Wy = W(I_N - \rho W)^{-1} x\beta + W(I_N - \rho W)^{-1} \varepsilon$$

$$E[(Wy)' \varepsilon] \neq 0$$

## THE CHOICE OF THE MODEL



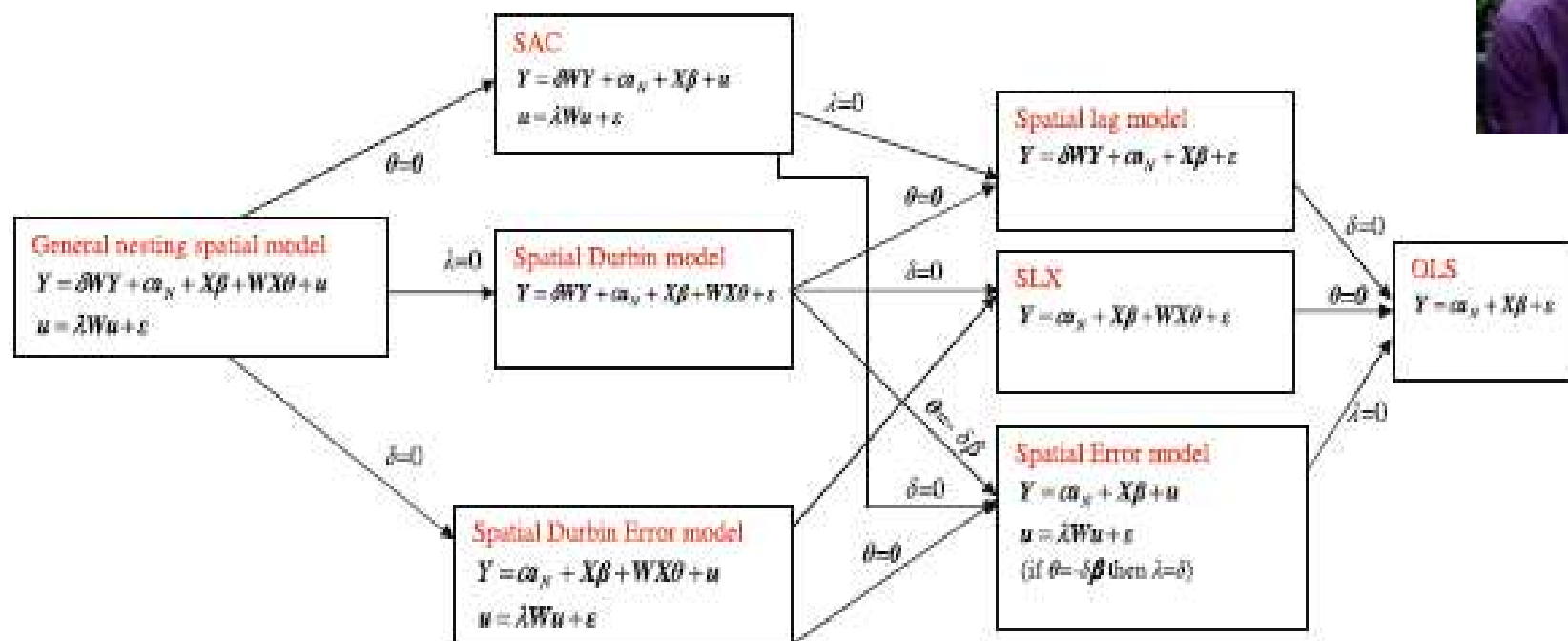


Fig. 2.1 The relationships between different spatial dependence models for cross-section data (source Halleck Vega and Elhorst 2012)

## THE CHOICE OF THE MODEL -SARAR



Kelejian and Prucha (1998) also point out that the possible choice of a single type of dependence (i.e. Spatial Error or Spatial Lag ) using the LM test, represents a real limitation, and an approach that contains both types of dependencies would be much richer. The model that includes both the spatially lagged dependent variable, both the residual autocorrelation is the SARAR.

## THE CHOICE OF THE MODEL -SDM



The use of SDM has been recommended by LeSage and Pace (2009).

This choice is based on the plausibility of two different circumstances that seem likely to arise in many applied analysis of regional data samples.

The first is represented by the presence of spatial dependence in the disturbances of an OLS regression.

The second is the likely existence of a spatially dependent omitted variable that is correlated with a variable included in the model.

LeSage and Pace (2009) demonstrates that the joint existence of these two circumstances leads to a SDM.

$$Y = \alpha i_N + \delta WY + X\beta + WX\theta + \varepsilon$$





**Михайлова Татьяна Николаевна,  
РАНХиГС**

**A.Markevich, T.Mikhailova, Economic  
Geography of Russia// [The Oxford  
Handbook of the Russian Economy](#), 2012**

**«Spatial structure of the economy is slow to change, especially in Russia, where, as we know from the evidence of the last 20 years, mobility of population is still rather limited. This means that in order to understand Russian spatial economy, we have to understand its evolution in historical perspective».**



**Луговой Олег Валерьевич, Институт  
Экономики Переходного Периода**

**Луговой О.В. и др. (2007). Экономико-  
географические и институциональные  
аспекты экономического роста в  
регионах, М., ИЭПП**



## Исследования с использованием региональных российских данных. О.В.Луговой

“При статистическом анализе на региональных данных возникает ряд проблем, которые изучаются пространственной эконометрикой. В рамках обычной модели (безусловной или условной) конвергенции игнорируется возможность пространственного взаимодействия, поскольку неявно предполагается, что регионы в рассматриваемой экономической системе представляют собой независимые географические единицы. Такие факторы как мобильность капитала и трудовых ресурсов, распространение (диффузия) знаний и технологий, транспортные затраты – существенно влияют на межрегиональное взаимодействие, а значит и на основные показатели регионов и темпы их роста. Разумно предполагать, что регионы, ближе расположенные друг к другу, как правило, более интегрированы между собой, чем расположенные на значительном расстоянии. Основная предпосылка пространственной эконометрики состоит в том, что исследуемые показатели могут быть автокоррелированы в пространстве, т.е. наблюдения изучаемых показателей в пространстве и их динамика не случайны, а определяются региональной принадлежностью”.

«Отличительной особенностью данной работы является эмпирическая проверка гипотезы условной конвергенции между регионами России с позиций новой экономической географии с применением методов пространственной эконометрики».

**Модель условной бета-конвергенции. Пространственная модель Дарбина (матрица времени в пути), метод максимального правдоподобия**

Логарифм средних темпов роста ВРП на душу за 1998–2004 гг.	Coef.	Std. Err.	z	P> z
1	2	3	4	5
Логарифм ВРП (скорректир. на ППС) на душу населения в 1998 г.	-0.0273	0.0053	-5.17	0.000
Финансовая помощь регионам на душу населения в 1998 г.	-0.0220	0.0042	-5.29	0.000
Доля топливной промышленности в промышленном выпуске	0.0003	0.0001	2.43	0.015
Дамми переменная на депрессивные регионы	-0.0163	0.0055	-2.97	0.003
<b>Пространственный лаг:</b> логарифм ВРП (скорректир. на ППС) на душу населения в 1998 г.	0.0303	0.0161	1.88	0.060
<b>Пространственный лаг:</b> финансовая помощь регионам на душу населения в 1998 г.	0.0228	0.0126	1.81	0.071
<b>Пространственный лаг:</b> доля топливной промышленности в промышленном выпуске	-0.0007	0.0004	-1.62	0.105
<b>Пространственный лаг:</b> Дамми переменная на депрессивные регионы	-0.0093	0.0229	-0.41	0.685
Константа	0.0114	0.1547	0.07	0.941

# Исследования с использованием региональных российских данных. Холодили́н К., Ощепков А., Селиверстов Б.



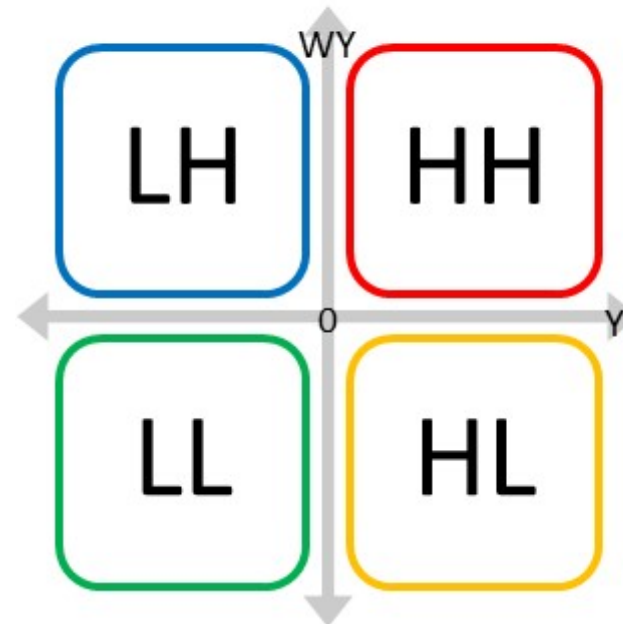
Константин Холодили́н, Алексей  
Ощепков (НИУ ВШЭ), Борис  
Селиверстов



Kholodilin K., Oshchepkov A. Y.,  
Siliverstovs B. [The Russian regional  
convergence process: Where is it  
leading?](#) // *Eastern European Economics*.  
2012. Vol. 50. No. 3. P. 5-26



## График Морана





## Исследования с использованием региональных российских данных. Холодилин К., Ощепков А., Селиверстов Б.

«This paper investigates income convergence among Russian regions between 1998 and 2006. It makes two major contributions to the literature on regional convergence in Russia. First, it identifies spatial regimes using the exploratory spatial data analysis. Second, it examines the impact of spatial effects on the convergence process. Our results show that the overall speed of regional convergence in Russia, being slow by international standards, becomes even slower after controlling for spatial effects. However, when accounting for spatial regimes, we find a strong regional convergence among high-income regions located near other high-income regions. Our results indicate that estimating the speed of convergence using aggregate data may result in misleading conclusions regarding the nature of the convergence process among Russia's regions».



**Коломак Евгения Анатольевна**  
**ИЭОПП СО РАН, Новосибирский**  
**У н и в е р с и т е т**

**Пространственные экстерналии**  
**как ресурс экономического роста//**  
**Регион: Экономика и Социология,**  
**2 0 1 0 , № 4**





## Исследования с использованием региональных российских данных. Е.А. Коломак

«Проведенный анализ показал, что в России, несмотря на большие расстояния, относительно низкую плотность деловой активности и сравнительно высокие издержки межрегионального взаимодействия, работают импульсы и мультипликаторы экономического роста, которые не локализируются в границах региона, а распространяются на другие территории. Однако если в европейской части страны преобладают положительные экстерналии экономического роста, то в восточной части доминируют отрицательные внешние эффекты. Такие различия являются достаточно естественными и объясняются большими пространствами и дефицитом инфраструктуры транспорта и связи в регионах С и б и р и и Д а л ь н е г о Востока».



**Вакуленко Елена Сергеевна**  
Департамент прикладной экономики НИУ  
ВШЭ

**Анализ связи между региональными рынками труда в России с использованием закона Оукена //Прикладная эконометрия, 2015, 40, с.28-48**

**Оценивается широкий набор спецификаций пространственно-эконометрических моделей. В результате делается вывод, что оценки, построенные без учета пространственного взаимодействия, дают заниженные значения коэффициента Оукена.**



**Иванова Вера Ивановна, Лаборатория  
ТРПЭ, НИУ ВШЭ, Санкт-Петербург**

**Ivanova V. I. Spatial Convergence of  
Real Wages in Russian Cities // The  
Annals of Regional Science. 2017**

**Иванова В. И. Региональная  
конвергенция доходов населения:  
пространственный анализ //**  
**Пространственная экономика. 2014.  
№ 4. С. 100-119.**



## Исследования с использованием региональных российских данных. В.И.Иванова

«В статье проводится эмпирический анализ региональных среднедушевых доходов населения с 1996 по 2012 г. Исследуется динамика пространственной автокорреляции индикатора регионального развития. Показано, что имеет место проблема измерения интенсивности пространственных взаимодействий: значение коэффициента Морана сильно варьируется в зависимости от выбора пространственной матрицы. Кроме того, с помощью аппарата пространственной эконометрики проверяются следующие гипотезы: 1) наблюдается сходимость регионов за указанный период; 2) процесс бета-конвергенции объясняется пространственным расположением регионов; 3) влияние размера рынка региона на региональный рост положительно. Получено эмпирическое подтверждение всех трех гипотез».



**Балаш Владимир Алексеевич, Саратовский Государственный Университет, профессор В.А.Балаш, О.С.Балаш, А.В.Харламов, Эконометрический анализ геокодированных данных о ценах на жилую недвижимость// Прикладная Эконометрика 22, 2011**

Геокодированные данные существенно расширяют возможности экономического исследования пространственно распределенных явлений и процессов. Для моделирования цен на вторичном рынке жилья Саратова в работе был использован подход географически взвешенной регрессии. Переменные коэффициенты модели, плавно изменяющиеся по территории, позволяют в агрегированной форме отразить закономерности и локальные особенности ценообразования на вторичном рынке жилья, которые трудно воспроизвести стандартными методами.



Демидова Ольга Анатольевна, Департамент  
прикладной экономики НИУ ВШЭ

1. Пространственно – авторегрессионная модель для двух групп взаимосвязанных регионов (на примере восточной и западной части России) // Прикладная эконометрика, 2014. Т. 34. № 2. С. 19—35
2. (С Ивановым Д.С.) Модели экономического роста с неоднородными пространственными эффектами (на примере российских регионов) // Экономический журнал Высшей школы экономики, 2016. Т. 20. № 1. С. 52—75

# Пространственно – авторегрессионная модель для двух групп взаимосвязанных регионов

Предложенные модели являются обобщением пространственно-авторегрессионных моделей вида:

$$Y = X\beta + \rho WY + \varepsilon, \quad (2)$$

где  $X$  — матрица объясняющих переменных,  $\beta$  — вектор оцениваемых коэффициентов при факторах,  $W$  — матрица весов,  $\varepsilon$  — вектор возмущений,  $\rho$  — пространственный коэффициент корреляции (его знак и значимость характеризуют существование или отсутствие предельных эффектов).

Все переменные в моделях разбиты на две части, соответствующие наблюдениям для западных и восточных регионов, матрицы весов разделены на четыре части (пояснения приведены ниже), и предлагаются следующие динамические модели:

$$\begin{pmatrix} Y_{i,t}^w \\ Y_{i,t}^e \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} Y_{i,t-1}^w \\ Y_{i,t-1}^e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_i^{ww} W_i^{ww} & \rho_i^{we} W_i^{we} \\ \rho_i^{ew} W_i^{ew} & \rho_i^{ee} W_i^{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{i,t}^w \\ Y_{i,t}^e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X^w \beta^w \\ X^e \beta^e \end{pmatrix} + \sum_{k=1}^{10} \gamma_k d_{200k} + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad (3)$$

где  $Y^w$  и  $Y^e$  — соответственно, западная или восточная части соответствующей зависимой переменной (уровень безработицы, или относительная заработная плата или рост ВВП);  $i_w = 1, \dots, 52$ ,  $i_e = 53, \dots, 75$ ,  $i = 1, \dots, 75$ ,  $t = 2000, \dots, 2010$ ;  $l = b$  (граничная) и  $l = id$  (обратных расстояний);  $d_{2001}, \dots, d_{2010}$  — фиктивные переменные для соответствующего года; матрицы  $X^w$  и  $X^e$  состоят из одних и тех же переменных, но с «западным» или «восточным» набором наблюдений;  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, 75$  — индивидуальные региональные эффекты;  $\varepsilon_{it} \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$  — возмущения.

Матрицы весов (нормированные по строкам) разделяются на четыре части:

$$\underbrace{W_i}_{(75 \times 75)} = \begin{pmatrix} \underbrace{W_i^{ww}}_{(52 \times 52)} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & W_i^{we} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ W_i^{ew} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \underbrace{W_i^{ee}}_{(23 \times 23)} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

## Пространственно – авторегрессионная модель для двух групп взаимосвязанных регионов

- разработан специальный класс пространственно-авторегрессионных моделей, оцениваемых по панельным данным, применимый для регионов, разбитых на две группы;
- предложенные модели оценены по данным за 2000–2010 гг. для российских регионов, разделенных на восточные и западные;
- по результатам оценки выявлена статистически значимая разница в детерминантах безработицы, относительной зарплаты и роста ВРП для западных и восточных российских регионов;
- для западных регионов выявлены положительные пространственные эффекты для уровня безработицы, относительной зарплаты, роста ВРП;
- для восточных регионов выявлены положительные пространственные эффекты для уровня безработицы и отрицательные пространственные эффекты для уровня относительной зарплаты;
- имеет место асимметричное влияние восточных и западных регионов друг на друга (импульсы с запада широко распространяются на восток, но не наоборот).



## Модели экономического роста с неоднородными пространственными эффектами (на примере российских регионов)

Для эмпирической проверки основной гипотезы мы принимаем за основу динамическую модель пространственной автокорреляции:

$$(1) \quad \ln y_{it} = \alpha_i + \theta \ln y_{it-1} + \gamma \ln Y_{it-1} + \rho W \ln y_{it} + X_{it-1} \beta + \lambda_t c_t + \varepsilon_{it},$$

где  $i$  – номер региона;  $t$  – год наблюдения;  $y_{it}$  – темпы экономического роста в регионе в расчете на душу населения, в процентах;  $Y_{it-1}$  – валовой региональный продукт на душу населения, в ценах базового года;  $\gamma$  – коэффициент конвергенции;  $X_{it-1}$  – матрица объясняющих переменных;  $\beta$  – вектор параметров при объясняющих переменных;  $W$  – взвешивающая матрица, в данном исследовании нормированная по строкам, граничная (диагональные элементы граничной матрицы равны нулю, а внедиагональные элементы равны единице, если соответствующая пара регионов имеет общую границу и ноль в противном случае);  $\rho$  – коэффициент пространственной корреляции;  $\varepsilon_{it}$  – возмущения;  $\alpha_i$  – фиксированные эффекты;  $c_t$  – временные эффекты.

Наша модификация классической модели состоит в следующем: постоянный коэффициент пространственной автокорреляции заменен на линейные функции от переменных  $Z_j, j = 1, \dots, 3$ , характеризующих чувствительность региона к внешнему влиянию:

$$(2) \quad \rho_j = \delta_j + \eta_j Z_j, j = 1, \dots, 3.$$

# Модели экономического роста с неоднородными пространственными эффектами (на примере российских регионов)

## Результаты оценивания

Переменные	Метод оценивания							
	ОММ в раз- ностях	ОММ в сис- темах	ОММ в раз- ностях	ОММ в сис- темах	ОММ в раз- ностях	ОММ в сис- темах	ОММ в раз- ностях	ОММ в сис- темах
	модель 1	модель 2	модель 3	модель 4	модель 5	модель 6	модель 7	модель 8
Y = Рост ВРП на душу населения за год								
Временной лаг зависимой переменной (L1Y)	-0,054*	-0,110***	-0,088***	-0,079***	-0,084**	-0,070***	0,010	-0,007
Пространственный лаг зависимой переменной (WY)	0,559***	0,657***	0,605***	0,574***	-0,046	-0,319		
Произведение переменных, характеризующих чувствительность региона и пространственного лага								
sens_area·WY	0	0						
sens_density_c·WY			0	0,000***				
sens_density_nc·WY			0,004***	0,005***				
sens_urbanshare·WY					0,012***	0,015***		



NATIONAL RESEARCH  
UNIVERSITY

**В** ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
**ВЫСШАЯ  
ШКОЛА  
ЭКОНОМИКИ**



**Спасибо  
за  
внимание!**

[demidova@hse.ru](mailto:demidova@hse.ru)

[http://www.hse.ru/org/persons/demidova\\_olga](http://www.hse.ru/org/persons/demidova_olga)