

Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится 19 августа 2021 года

Семинар пройдет в аудитории 306, Усачёва 6. Начало в 18:30.

Саша Петров (Гарвард) " Действие группы Галуа на проалгебраическом пополнении фундаментальной группы "

Abstract: Любому алгебраическому многообразию над, скажем, числовым полем F можно сопоставить векторные пространства его этальных когомологий, снабженные действием группы Галуа поля F . Представления Галуа, получающиеся таким образом называются 'приходящими из геометрии'. Можно пойти дальше и изготовить представление группы Галуа из фундаментальной группы многообразия: группа Галуа действует на этальной фундаментальной группе, а следовательно действует и на кольце регулярных функций на проалгебраическом пополнении фундаментальной группы (над полем \mathbb{Q}_p).

Это, вообще говоря, бесконечномерное представление Галуа и оказывается, что любое его конечномерное подпредставление удовлетворяет большинству известных ограничений, которым подчиняются представления приходящие из геометрии: оно почти везде неразветвлено и собственные числа элементов Фробениуса это числа Вейля, и любое такое представление является де Рамовским в p . Можно ожидать, что любое конечномерное представление группы Галуа поля F изготовленное так из фундаментальной группы приходит из геометрии (то есть появляется в когомологиях какого-то многообразия), но на данный момент это совершенно открытая задача.

С другой стороны, оказывается, что совершенно любое полупростое представление группы Галуа F , приходящее из геометрии, можно представить как подфактор алгебры функций на проалгебраическом пополнении фундаментальной группы проективной прямой без трех точек. Это вытекает из теоремы Белого и является обобщением того факта, что группа Галуа

действует без стабилизатора на фундаментальной группе P^1 с тремя проколами. Таким образом, гипотеза из предыдущего абзаца предсказывает, что функции на проалгебраическом пополнении $\rho_1(P^1 \setminus \{0, 1, \infty\})$ имеют в качестве полупростых конечномерных подфакторов все полупростые представления Галуа приходящие из геометрии, и только их.