



# ЭЛЕКТРО

МИНПРОМТОРГ  
РОССИИ

29-я международная выставка  
«Электрооборудование. Светотехника.  
Автоматизация зданий и сооружений»



## 8-11.06.2020

Россия, Москва | ЦВК «ЭКСПОЦЕНТР»,  
Краснопресненская наб., 14 | Павильон №2  
(залы 1, 2)

[www.elektro-expo.ru](http://www.elektro-expo.ru)



ISSN 0869-4931. Автоматизация. Современные технологии, 2020. Том 74. № 4. 145-192. Индекс по каталогу «Пресса России» - 27838

12+



Реклама



**ЭЛЕКТРО  
МАРКЕТ**  
ВАЖНЫЕ СВЯЗИ  
ДЛЯ ВАЖНЫХ ДЕЛ



**ЭЛЕКТРО  
TALK**  
РАЗГОВОРЫ  
С ТОЛКОМ



**ЭЛЕКТРО  
SKILLS**  
ПРОКАЧАЙ НАВЫКИ  
И КОМПЕТЕНЦИИ

ISSN 0869-4931

# Автоматизация. Современные Технологии



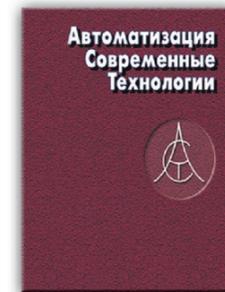
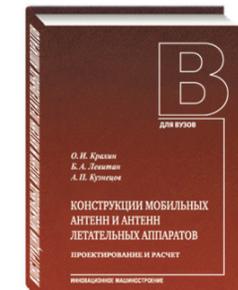
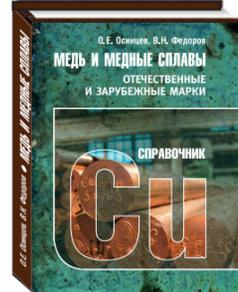
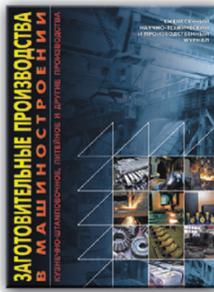
## Том 74

## 4

## 2020



# ИЗДАТЕЛЬСТВО ИННОВАЦИОННОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ



## ИЗДАТЕЛЬСТВО ИННОВАЦИОННОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

107076, Россия, Москва,  
Колодезный пер., 2а  
Тел.: (495) 785-60-69  
e-mail: realiz@mashin.ru  
WWW.MASHIN.RU

25–29 | 05 | 2020

Россия, Москва, ЦВК «ЭКСПОЦЕНТР»  
[www.metobr-expo.ru](http://www.metobr-expo.ru)



# 2020

21-я международная  
специализированная  
выставка

# МЕТАЛЛООБРАБОТКА

Реклама 12+

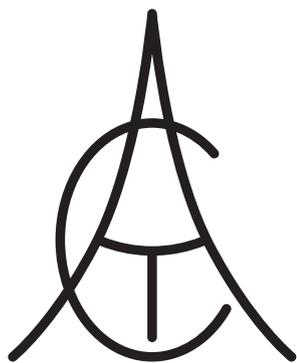


«Оборудование,  
приборы и инструменты  
для металлообработывающей  
промышленности»

При поддержке:  
• Совета Федерации Федерального Собрания РФ  
• Министерства промышленности и торговли РФ  
• Союза машиностроителей России  
Под патронатом ТПП РФ

Организаторы:





# Автоматизация. Современные Технологии

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ МЕЖОТРАСЛЕВОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

## Главный редактор

**Микрин Е.А.** — д.т.н., проф., академик РАН,  
ОАО РКК «Энергия» им. С.П. Королёва

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

**Афанасьев В.Н.** — д.т.н., проф., МИЭМ НИУ ВШЭ  
**Басараб М.А.** — д.ф.-м.н., проф., МГТУ им. Н.Э. Баумана  
**Большаков А.А.** — д.т.н., проф., СПбГТИ (ТУ)  
**Буддакова Т.И.** — д.т.н., проф., МГТУ им. Н.Э. Баумана  
**Ван Мэйлин** — д.т.н., проф., Пекинский  
политехн. ун-т (КНР)

**Зинченко Л.А.** — д.т.н., проф., МГТУ им. Н.Э. Баумана  
**Кларк Р.** — д.т.н., проф., КИУ (г. Ворвик,  
Великобритания)

**Криони Н.К.** — д.т.н., проф., УГАТУ (г. Уфа)  
**Кузнецов А.Е.** — д.т.н., проф., РГРТУ (г. Рязань)  
**Мальцева С.В.** — д.т.н., проф., НИУ ВШЭ  
**Микаева С.А.** — д.т.н., проф., МГУПИ  
**Неусыпин К.А.** — д.т.н., проф., МГТУ им. Н.Э. Баумана  
**Нефёдов Е.И.** — д.ф.-м.н., ИРЭ РАН  
**Никифоров В.М.** — д.т.н., проф., ФГУП «НПЦАП  
им. Н.А. Пилюгина»

**Пролетарский А.В.** — д.т.н., проф., МГТУ им. Н.Э. Баумана  
**Проталинский О.М.** — д.т.н., проф., НИУ МЭИ  
**Путилов В.Н.** — ООО «Изд-во "Инновационное  
машиностроение"» (заместитель  
главного редактора)

**Румянцева О.Н.** — генеральный директор ООО «Изд-во  
"Инновационное машиностроение"»

**Ся Юаньцин** — д.т.н., проф., Пекинский  
политехн. ун-т (КНР)  
**Фу Ли** — д.т.н., проф., Ин-т Бейхан (КНР)  
**Фёдоров И.Б.** — д.т.н., проф., академик РАН,  
президент МГТУ им. Н.Э. Баумана

**Хэ Юн** — д.т.н., проф., Нанкинский ун-т  
науки и технологии (КНР)

**Чистякова Т.Б.** — д.т.н., проф., СПбГТИ (ТУ)  
**Шахнов В.А.** — д.т.н., проф., член-кор. РАН,  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

**Шибанов Г.П.** — д.т.н., проф., Гос. лётно-испытат.  
центр им. В.П. Чкалова

Редакторы — **Мырина И.Н., Селихова Е.А.**  
Компьютерная вёрстка — **Конова Е.В.**

## Адрес редакции:

107076, Москва, Колодезный пер., д. 2а, стр. 2.  
Тел.: 8 (499) 268-41-77.  
E-mail: [ast@mashin.ru](mailto:ast@mashin.ru); [astmashin@yandex.ru](mailto:astmashin@yandex.ru);  
<http://www.mashin.ru>

## Учредитель:

ООО «НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
"ИННОВАЦИОННОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ"»

Журнал зарегистрирован в Роскомнадзоре 29 мая 2014 г.  
(ПИ № ФС77-58102), входит в перечень утверждённых ВАК  
при Минобрнауки России изданий для публикации трудов  
соискателей учёных степеней, а также в систему Россий-  
ского индекса научного цитирования (РИНЦ)

Издаётся с 1947 г.

Том 74

4  
2020

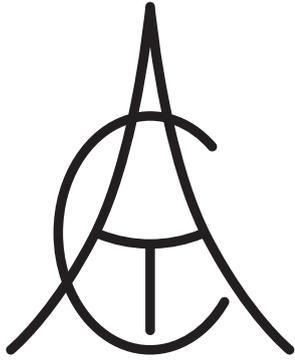
## СОДЕРЖАНИЕ

### АВТОМАТИЗАЦИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

- Гринюк О.Н., Алексахина О.В., Вячеславова О.Ф.** Повышение эффективности выполнения технологических операций при производстве изделий из металлопроката . . . . . 147
- Дьяков И.Ф., Моисеев Ю.В.** Методы оценки технологичности транспортного средства . . . . . 152
- Несиоловский О.Г., Адакин Р.Д., Соцкая И.М., Карпов Д.С.** Автоматизация системы охлаждения двигателя внутреннего сгорания посредством программирования контроллера и применения системы управления его тепловым состоянием . . . . . 160

### СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

- Микрин Е.А., Зубов Н.Е., Иваненко С.В., Ещенко С.В., Демин С.С., Далецкий С.В.** Влияние непреднамеренных радиопомех на качество функционирования аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем . . . . . 165
- Афанасьев В.Н., Семион А.А.** Управление объектом в условиях запаздывания и последствий с интервальной длительностью . . . . . 170
- Шахтарин Б.И., Неусыпин К.А., Селезнева М.С., Лифэй Ч.** Алгоритм оценивания навигационного комплекса летательного аппарата авианосного базирования . . . . . 176
- Кудрявцев А.В., Куликов С.Н.** Моделирование автоматической системы обеспечения устойчивости перспективного транспортного самолёта в канале крена . . . . . 181
- Чижикина Л.А.** Методы проектирования БПЛА с солнечной силовой установкой, предназначенного для продолжительного мониторинга наземных объектов . . . . . 184
- Пузанов А.В.** Анализ устойчивости корпусных элементов гидропривода робототехнического комплекса к повреждению поражающими элементами . . . . . 190



# Automation. Modern Technologies

MONTHLY INTERBRANCH SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

## Chief in Editor

**Mikrin E.A.** – dr.en.s., prof., academician of the RAS,  
RSC «Energy» behalf of S.P. Korolev

## EDITORIAL COUNCIL:

**Afanasyev V.N.** – dr.en.s., prof., MIEM NRU HSE

**Basarab M.A.** – dr.ph.-m.s., prof., MSTU behalf  
of N.E. Bauman

**Bolshakov A.A.** – dr.en.s., prof., SPbSIT (TU)

**Buldakova T.I.** – dr.en.s., prof., MSTU behalf  
of N.E. Bauman

**Wang Meiling** – Ph.D., prof., Beijing Ins. of Technology,  
P.R. China

**Zinchenko L.A.** – dr.en.s., prof., MSTU behalf  
of N.E. Bauman

**Clark R.** – Ph.D., prof., EMB of Warwick Un., UK

**Krioni N.K.** – dr.en.s., prof., USATU, Ufa

**Kuznetsov A.E.** – dr.en.s., prof., RSREU, Ryazan

**Maltseva S.V.** – dr.en.s., prof., NRU HSE

**Mikaeva S.A.** – dr.en.s., prof., MSUPI

**Neusypin K.A.** – dr.en.s., prof., MSTU behalf  
of N.E. Bauman

**Nefedov E.I.** – dr.ph.-m.s., IRE RAS

**Nikiforov V.M.** – dr.en.s., prof., FSUE «NPCAP  
behalf of N.A. Pilyugin»

**Proletarskiy A.V.** – dr.en.s., prof., MSTU behalf  
of N.E. Bauman

**Protalinsky O.M.** – dr.en.s., prof., NRU MPEI

**Putilov V.N.** – LLC «Innovative Mashinostroenie»  
Publishers» (deputy chief editor)

**Rumyantseva O.N.** – General Director of LLC «Innovative  
Mashinostroenie» Publishers»

**Xia Yuantsin** – Ph.D., prof., Beijing Ins. of Technology,  
P.R. China

**Fu Li** – Ph.D., prof., Beikhan Un., P.R. China

**Fedorov I.B.** – dr.en.s., prof., academician RAS, President  
of MSTU behalf of N.E. Bauman

**He Yung** – Ph.D., prof., Nanjing Un. of Science  
and Technology, P.R. China

**Chistyakova T.B.** – dr.en.s., prof., SPbSIT (TU)

**Shakhnov V.A.** – dr.en.s., prof., corr. member of RAS,  
MSTU behalf of N.E. Bauman

**Shibanov G.P.** – dr.en.s., prof., State Flight Test Center  
behalf of V.P. Chkalov

Editors — **Mymrina I.N., Selikhova E.A.**

Computer layout — **Konova E.V.**

## Editorial address:

107076, Moscow, Kolodezny lane – 2a, build. 2

Tel.: +7 (499) 268-41-77.

E-mail: ast@mashin.ru; astmashin@yandex.ru;

http://www.mashin.ru

## Founder:

LLC «INNOVATIVE MASHINOSTROENIE» PUBLISHERS»

The journal was registered in the Roskomnadzor on May 29, 2014 (PI No. FS77-58102), it is included in the list of publications approved by the Higher Attestation Commission (VAK) of the Russian Ministry of education and science for publication of the works of applicants for academic degrees and the system of the Russian index scientific citation (RINC)

It is published since 1947

Volume 74  $\frac{4}{2020}$

## CONTENTS

### AUTOMATION OF SCIENTIFIC-RESEARCH AND PRODUCTION PROCESSES

**Grinyuk O.N., Aleksashina O.V., Vuacheslavova O.F.** Improving  
the technological operations efficiency in the manufacture of pro-  
ducts from metal-roll . . . . . 147

**Dyakov I.F., Moiseev Yu.V.** Methods for evaluation the manufac-  
turability of a vehicle . . . . . 152

**Nesiolovskiy O.G., Adakin R.D., Sotskaya I.M., Karpov D.S.**  
Automation of the cooling system for an internal combustion en-  
gine by programming a controller and using a thermal state control  
system . . . . . 160

### MODERN TECHNOLOGIES

**Mikrin E.A., Zubov N.E., Ivanenko S.V., Eshchenko S.V., De-  
min S.S., Daletskiy S.V.** The influence of unintentional radio  
interference on the equipment operation quality of satellite radio  
navigation systems consumers . . . . . 165

**Afanasyev V.N., Semion A.A.** Object control in terms of delay and  
aftereffect with interval duration . . . . . 170

**Shakhtarin B.I., Neusypin K.A., Selezneva M.S., Lifey Ch.**  
Algorithm for evaluation the navigation complex of a carrier-based  
aircraft . . . . . 176

**Kudryavtsev A.V., Kulikov S.N.** Modeling of an automatic stabi-  
lity system for a promising transport aircraft in a list channel . . . 181

**Chizhikova L.A.** Design methods for a UAV with a solar power  
plant assigned for continuous monitoring of ground objects . . . . 184

**Puzanov A.V.** Analysis body elements stability of a hydraulic drive  
of a robotechnical complex to harm with damaging elements . . . 190

системы // Известия вузов. Авиационная техника. 2018. № 3. С. 49—56.

2. **Розенберг И.Н., Соколов С.В., Баяндурова А.А.** Повышение точности позиционирования летательного аппарата при его движении по заданной линии траектории // Известия вузов. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 64—70.

3. **Анцев Г.В., Лысенко Л.Н., Петров В.А.** Повышение точности определения параметров орбит на основе применения операторов совмещения витковых оценок по результатам малоинтервальной обработки данных ГЛОНАСС // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2016. № 5. С. 99—110.

4. **Микрин Е.А., Михайлов М.В.** Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 357 с.

5. **Микрин Е.А., Михайлов М.В.** Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 346 с.

6. **Перов А.И., Харисов В.Н.** ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

7. **ГЛОНАСС.** Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Петрова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2005. 196 с.

8. **Соловьев Ю.А.** Системы спутниковой навигации. М.: Радио и связь; ИТЦ «Эко-Трендз», 2000. 87 с.

9. **Кинкулькин И.Е.** Современная аппаратура потребителей спутниковых радионавигационных систем // Радиотехника. 1996. № 2. С. 3—6.

10. **Краснюк Н.П. и др.** Влияние тропосферы и подстилающей поверхности на работу РЛС. М.: Радио и связь, 1983. 176 с.

11. **Энергетическая характеристика космических радиолоний** / под ред. О.А. Зенковича. М.: Сов. радио, 1972. 232 с.

12. **Болдин В.А.** Современные глобальные навигационные системы. Итоги науки и техники. Т. 36. М.: Сов. радио, 1986. 95 с.

13. **Khali M.A.** GPS multipath error aerospace symposium. Atlantic City, 25—27 Oct. 23 p.

14. **Beckman P., Spizzicino A.** The scattering of electromagnetic waves from rough surface. N.J.: Pergamon Press, 1963. 323 p.

15. **Жуковский А.П., Оноприенко Е.И., Чижов В.И.** Теоретические основы радиовысотометрии. М.: Сов. радио, 1979. 345 с.

16. **Зубкович С.Г.** Статистические характеристики сигналов, отраженных от земной поверхности. М.: Советское радио, 1968. 156 с.

#### Ссылка для цитирования

**Микрин Е.А., Зубов Н.Е., Иваненко С.В., Ещенко С.В., Демин С.С., Далецкий С.В.** Влияние непреднамеренных радиопомех на качество функционирования аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2020. Т. 74. № 4. С. 165—170. DOI: 10.36652/0869-4931-2020-74-4-165-170.

УДК 517.977.5

DOI: 10.36652/0869-4931-2020-74-4-170-175

**В.Н. Афанасьев**, д-р техн. наук, проф., **А.А. Семион**

(Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва)

vafanasiev@hse.ru; asemion@gmail.com

## УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОМ В УСЛОВИЯХ ЗАПАЗДЫВАНИЯ И ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

*Рассмотрена задача оптимального управления динамическим объектом, функционирующим в условиях запаздывания и последействия. Описан метод получения наихудших величин длительности запаздывания и последействия. Приведён алгоритм синтеза робастного регулятора, учитывающего наихудший случай задержки.*

**Ключевые слова:** теория автоматического управления; нелинейные системы; системы с запаздыванием; последействие; гарантирующее управление; уравнение Риккати.

*The optimal control problem of a dynamic object functioning under conditions of delay and aftereffect is considered. A method for obtaining the worst values of the delay duration and aftereffect is described. An algorithm for the synthesis of a robust controller that takes into account the worst case of delay is introduced.*

**Keywords:** automatic control theory; nonlinear systems; delay systems; aftereffect; guaranteeing control; Riccati equation.

**Введение.** Во многих системах, нуждающихся в управлении, проявляется эффект запаздывания, заключающийся в том, что состояние объекта начинает изменяться толь-

ко через некоторое время, после изменения входного воздействия. Так, например, при заражении клетки вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ) существует инкубационный

период, длительность которого необходимо учитывать при лечении [1]. В подобных условиях регуляторы, синтезированные без учёта запаздываний, могут оказаться недостаточно эффективными для выполнения поставленной задачи [2].

В современных исследованиях делается упор на доказательство устойчивости системы на всём интервале возможных задержек, для чего интервал разбивается на дискреты [3]. Предлагается исследовать данный интервал и выделить наилучшее значение задержки.

Объекты непременно возникают в задачах управления, как реальными установками и машинами, так и в биомедицинских приложениях. Другим примером может являться задержка получаемого несколькими фотодетекторами сигнала от лазера [4]. Заметим, что величина запаздывания не обязательно должна быть фиксирована и может изменяться в некотором заранее заданном интервале. Примером подобных процессов, протекающих в системе, могут служить задержки в сетях, возникающие из-за переменной скорости обработки информации в каждом узле сети [5]. Важно понимать, что не во всех системах максимальная задержка из интервала является наименее благоприятным случаем. Задачей, решаемой авторами статьи, является синтез регулятора, способного стабилизировать систему в окрестности нуля при наличии в системе запаздывания.

Так как наилучшая величина задержки неизвестна на этапе синтеза регулятора, предлагается предварительно провести анализ системы в целях выявления наименее благоприятного значения запаздывания. В данной статье предлагается один из возможных способов подобного анализа. Анализ проводился с использованием метода функций Ляпунова.

На следующем этапе по начальной системе строится вспомогательная линейная система, использующая параметры задержки, полученные на предыдущем этапе синтеза. На финальном этапе синтезируются коэффициенты регулятора с использованием вспомогательной системы.

Проверка полученного алгоритма синтеза управления проведена путём математического моделирования простой двухмерной системы, имеющей задержку по состоянию. Для системы была построена функция Ляпунова и выбрана наилучшая задержка с учётом начальных условий.

**Постановка задачи.** Пусть нелинейный нестационарный управляемый объект с нали-

чием запаздывания описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x, \tau) + B(x)u(t, \gamma); \\ x(t_0) &\in X_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t_0) \in R^n$  — вектор начальных условий состояния объекта;  $X_0$  — множество возможных начальных состояний объекта;  $u \in R^r$  — вектор управляющих воздействий;  $\tau \in \tau_u \subset R^+$  — последнее действие;  $\gamma \in \Gamma \subset R^+$  — запаздывание управления.

Пусть задан функционал качества

$$J(x, u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \int_0^T \{x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)\} dt \right]. \quad (2)$$

Задача управления объектом (1) заключается в построении вектора  $u(t)$ , обеспечивающего минимум функционала (2).

**Синтез управления.** Предположим, что  $f_i[x(t), \tau]$ ,  $b_{i,j}[x(t)]$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, r$  — элементы матриц  $f$  и  $B$  соответственно — непрерывны относительно  $x(t)$  и  $t$ ;  $\frac{\partial f_i[x(t)]}{\partial x_k(t)}$ ,  $\frac{\partial f_i[x(t)]}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial b_{ij}[x(t)]}{\partial x_k(t)}$ ,  $\frac{\partial b_{ij}[x(t)]}{\partial t}$  — непрерывны по  $x(t)$  и  $t$  для  $i, k = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, r$ ; управление есть линейная функция состояния объекта (1), т. е.  $u(t) = Kx(t - \gamma)$ .

Данные предположения позволяют представить исходное уравнение объекта в окрестности точки  $x = 0$  в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= [A_1 + \alpha(x, \tau)]x(t) + [B_1 + \beta(x, \gamma)] \times \\ &\times Kx(t - \gamma) + A_\tau x(t - \tau) + \mathfrak{I}_1[x, \alpha(x), \beta(x), \tau, \gamma]. \end{aligned}$$

С учётом того, что в окрестности точки  $x = 0$

$$x(t - l) = x(t) - \dot{x}(t)l, \quad \text{где } l \in R^+,$$

окончательно получаем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= [I + A_\tau \tau + B_\gamma K]^{-1} \{ [A_1 + A_\tau + \alpha(x, \tau)]x(t) + \\ &+ [B_1 + \beta(x, \gamma)]Kx(t) + \mathfrak{I}_1[x, \alpha(x), \beta(x), \tau, \gamma] \} \end{aligned}$$

или, упростив:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= [A + \alpha(x, \tau)]x(t) + [B + \beta(x, \gamma)]Kx(t) + \\ &+ \mathfrak{I}[x, \alpha(x, \tau), \beta(x, \gamma), \tau, \gamma]. \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть начальное состояние объекта принадлежит области замыкания множества на-

чальных состояний  $x_0^* \in X_0$ , при которых условия выполнения поставленной задачи являются «наихудшими».

Пусть  $\Omega$  — множество возможных траекторий  $\alpha[x(t), \tau]$  и  $\beta[x(t), \gamma]$ , т. е.  $\alpha[x(t)], \beta[x(t)] \in \Omega$  и  $\alpha^*, \beta^*$  — «наихудшие» значения параметров матриц, лежащих на границе замыкания множества возможных значений параметрических возмущений и начальных состояний, т. е.  $\alpha^*, \beta^* \in \partial\Omega$ , при которых удаётся выполнить поставленную задачу управления объектом:

$$\frac{d}{dt} z(t) = [A + \alpha^*]z(t) + [B + \beta^*]u(t) + \mathfrak{Z}(z, \alpha^*, \beta^*), \quad (4)$$

$$z(t_0) = x_0^* \in X_0.$$

Синтез регулятора, т. е. поиск матрицы  $K$ , будем осуществлять с использованием линейной модели объекта (5), которая имеет вид

$$\frac{d}{dt} z_M(t) = [A + \alpha^*]z_M(t) + [B + \beta^*]u_M(t), \quad (5)$$

$$z_M(t_0) = x_0.$$

Функционал (2) также видоизменится:

$$J(x, u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \{z_M^T(t)Qz_M(t) + u_M^T(t)Ru_M(t)\} dt. \quad (6)$$

Оптимальное управление для модели (5) с функционалом (6) будет иметь вид

$$u^*(t) = Kz_M(t) = -R^{-1}[B + \beta^*]^T S z_M(t), \quad (7)$$

где положительно определённая матрица  $S$  есть решение уравнения Риккати—Лурье:

$$S[A + \alpha^*] + [A + \alpha^*]^T S - S[B + \beta^*]R^{-1}[B + \beta^*]^T S + Q = 0. \quad (8)$$

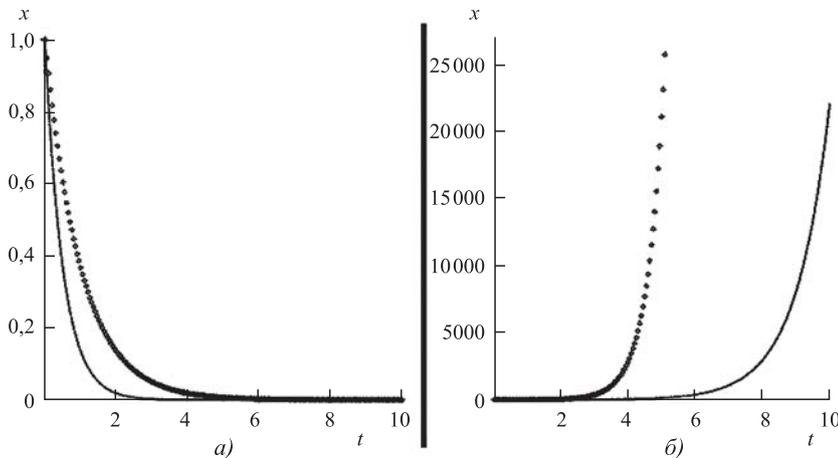


Рис. 1. Примеры различных траекторий устойчивых (а) и неустойчивых (б) систем

Нетрудно убедиться, что синтезированное управление (7) обеспечивает отрицательность вещественных частей корней характеристического уравнения системы первого приближения:

$$\frac{d}{dt} z_M(t) = \pi z_M(t), \quad (9)$$

где

$$\pi = A + \alpha^* - [B + \beta^*]R^{-1}[B + \beta^*]^T S, \quad (10)$$

что является необходимым и достаточным условием её асимптотической устойчивости.

Очевидно, что решение уравнения (9) при успешном выполнении задачи управления будет являться мажорантой для всех возможных решений уравнения (3) при  $\alpha[x(t)], \beta[x(t)] \in \Omega$ .

**Нахождение мажоранты системы.** Для нахождения  $\alpha^*, \beta^* \in \Omega$  проведём следующие операции.

На первом этапе рассмотрим линеаризованный объект (5) без управления:

$$\frac{d}{dt} z(t) = A_z z(t) = [I + A_z \tau]^{-1} [(A_1 + A_z)z(t)], \quad (11)$$

считая  $\tau \subset \tau_u$  неизвестной.

Заметим, что объект (5) может быть как устойчивым, так и неустойчивым. Будем считать, что в случае устойчивости объекта, мажорирующим параметром  $\tau$  будет являться такой, при котором система позже приходит к положению равновесия. В случае неустойчивости объекта выберем такое значение  $\tau$ , при котором система обладает наибольшей скоростью.

На рис. 1 показаны примеры траекторий устойчивых и неустойчивых одномерных систем при различных параметрах. Искомые параметры соответствуют траекториям, обозначенным пунктирными линиями.

Для нахождения мажорирующих параметров можно рассмотреть корни  $\lambda_i$  характеристического уравнения  $\det(A_z - \lambda I)$ . Необходимо выбрать параметр таким образом, чтобы  $\text{Re}[\lambda_i(\tau^*)] \geq \text{Re}[\lambda_i(\tau)]$ ,  $\forall i, \forall \tau \neq \tau^*, \tau \subset \tau_u, \tau^* \subset \tau_u$ .

В тех же случаях, когда использовать метод корней характеристического уравнения по каким-либо причинам неудобно, предлагается использовать следующий метод.

Рассмотрим норму

$$M = \|X(t, \tau)\|^2 = \frac{1}{2} Z^T(t, \tau)Z(t, \tau). \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что искомые траектории системы соответствуют наибольшей производной по времени нормы  $M$  для выражения (11):  $\dot{M}(\tau^*) > \dot{M}(\tau), \forall \tau \neq \tau^*, \tau \in \tau_u, \tau^* \in \tau_u$ , найдя которую, получим такую величину последствия  $\tau^*$ , при которой система без управления обладает наихудшей устойчивостью.

После нахождения мажоранты (11) используем структуру управления (7) для построения управления объектом (5):

$$u(t) = -R^{-1}[B + \beta^*]^T S z(t). \quad (13)$$

Заметим, что при синтезе управления (13) учитывалось только запаздывание, но не задержка по управлению.

Для учёта задержки по управлению рассмотрим систему вида

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) = & \\ = [I + A_\tau \tau + B_\gamma K]^{-1} \{ [A_1 + A_\tau + \alpha(x, \tau)] x(t) + & \\ + [B_1 + \beta(x, \gamma)] K x(t) \}, & \end{aligned} \quad (14)$$

где  $K = -R^{-1}[B + \beta^*]^T S$ .

Здесь матрица  $S$  — решение уравнения Риккати (8) с параметром  $\tau = \tau^*$ , найденным на предыдущем этапе.

Для нахождения наихудшего значения задержки  $\gamma^*$  воспользуемся любым приёмом из предыдущего этапа. Считая  $\tau = \tau^*$  известной, а  $\gamma \in \Gamma$  неизвестной, найдём мажорирующую величину задержки, используя один из предложенных методов для системы (11).

Для полученных величин последствия  $\tau^*$  и задержки  $\gamma^*$  решается уравнение Риккати (8), которое используется в конечном алгоритме управления.

*Пример.* Рассмотрим систему с запаздыванием следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) = & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} x(t - \tau) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t - \gamma); & \\ x(t_0) = [1; 1], 0 < \tau \leq 3, 0 \leq \gamma \leq 0, 3; & \quad (15) \\ J(x, u) = & \\ = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \int_0^T \left\{ x^T(t) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) + u^T(t) u(t) \right\} dt \right]. & \end{aligned}$$

В данном примере

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; A_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

На начальном этапе примем  $\gamma = 0$ . Соответственно, норма (12) принимает вид

$$\frac{d}{dt} z(t) = \left[ \frac{1}{2\tau^2 + 1} \begin{pmatrix} 3\tau & 2\tau + 2 \\ -3 & 4\tau - 2 \end{pmatrix} \right] z(t).$$

Производная нормы (14) по времени принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} M = z_1 \left( \frac{3\tau z_1}{2\tau^2 + 1} + \frac{(2 + 2\tau) z_2}{2\tau^2 + 1} \right) + \\ + z_2 \left( -\frac{3\tau z_1}{2\tau^2 + 1} + \frac{(4\tau - 2) z_2}{2\tau^2 + 1} \right). \end{aligned}$$

Для начальных условий  $z(t_0) = [1; 1]$  график  $\frac{d}{dt} M(\tau)$  выглядит, как показано на рис. 2.

В результате получаем наихудшее время запаздывания  $\tau = 1,115$  и мажоранту решения

$$\frac{d}{dt} z(t) = \begin{pmatrix} 0,959 & 1,213 \\ -0,86 & -0,705 \end{pmatrix} z(t) + \begin{pmatrix} -0,319 \\ 0,286 \end{pmatrix} u(t). \quad (16)$$

Продемонстрируем получение мажоранты с помощью корней характеристического уравнения

$$\det(A_z - \lambda I) = \frac{2\lambda^2 \tau^2 + \lambda^2 - 7\lambda \tau + 2\lambda + 6}{2\tau^2 + 1}.$$

Корни характеристического уравнения будут иметь вид

$$\lambda_{1,2}(\tau) = \frac{7\tau - 2 \pm \sqrt{\tau^2 - 28\tau - 20}}{4\tau^2 + 2}.$$

График их вещественной составляющей представлен на рис. 3, а график производной  $\frac{\partial}{\partial \tau} \lambda_{1,2}(\tau)$  — на рис. 4.

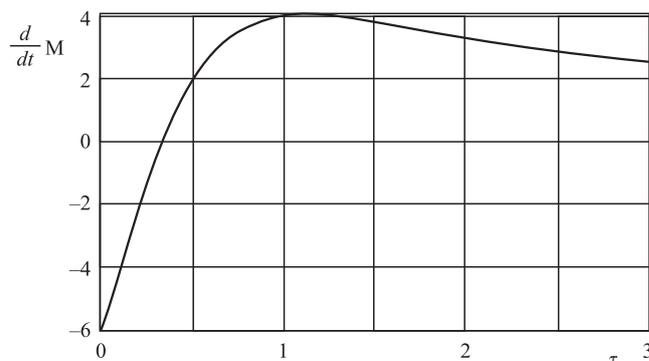


Рис. 2. График производной нормы

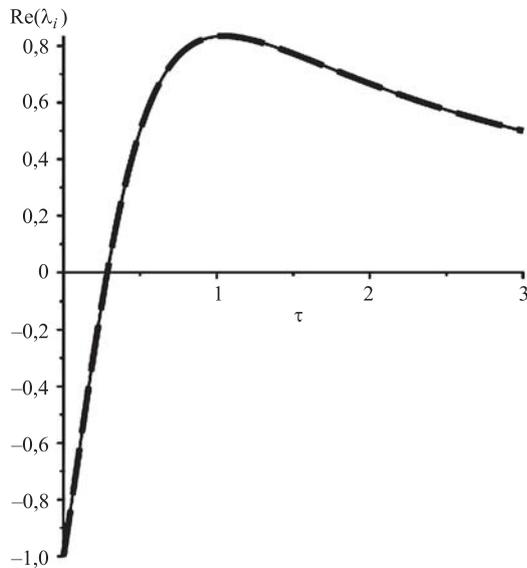


Рис. 3. График вещественной части корней характеристического уравнения

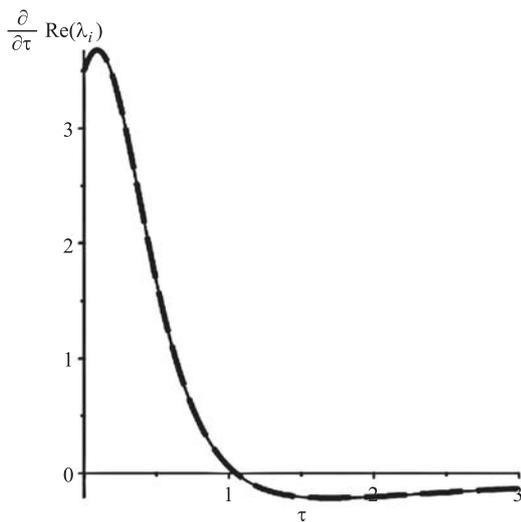


Рис. 4. График производной вещественной части корней характеристического уравнения

Используя данный метод, получаем такое же наихудшее время запаздывания  $\tau = 1,115$ .

Соответствующее уравнение Риккати—Лурье (8) будет иметь решение

$$S = \begin{pmatrix} 19,0395 & 21,7962 \\ 21,7962 & 66,7307 \end{pmatrix},$$

а управление примет вид (13)

$$u[x(t)] = (0,1623 \quad 12,1679)x(t). \quad (17)$$

С учётом найденного управления мажоранта выражение (11) примет вид

$$\frac{d}{dt} z(t) = \begin{pmatrix} 1,1217 & 1,2132 \\ -0,8603 & 12,8735 \end{pmatrix} z(t). \quad (18)$$

На рис. 5 представлен график  $x(t)$  с управлением (17) и фактическим  $\tau = 1,115$  без влияния задержки по управлению.

График мажоранты  $z(t)$  представлен на рис. 6.

Проведём сравнение регулятора, построенного при  $\tau = 1,115$  и  $\tau = 2$ , для чего сравним функционалы качества регуляторов при  $\tau = 2$  (рис. 7).

На графике (см. рис. 7) видно, что предложенный регулятор, построенный при наихудшем значении величины последствия, достигает меньших значений функционала качества. К сожалению, полученное управле-

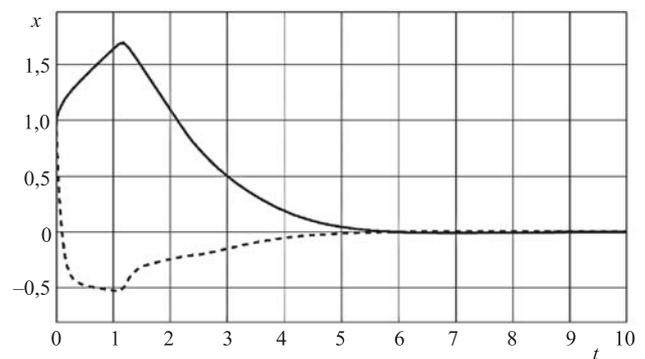


Рис. 5. График  $x(t)$  при  $\tau = 1,115$

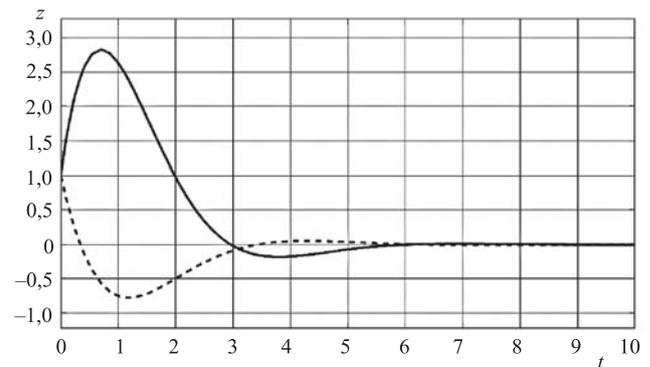


Рис. 6. График мажоранты  $z(t)$

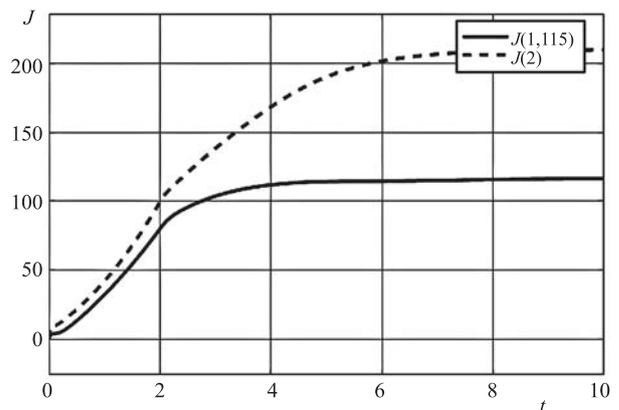


Рис. 7. График функционалов регуляторов, построенных при разных задержках

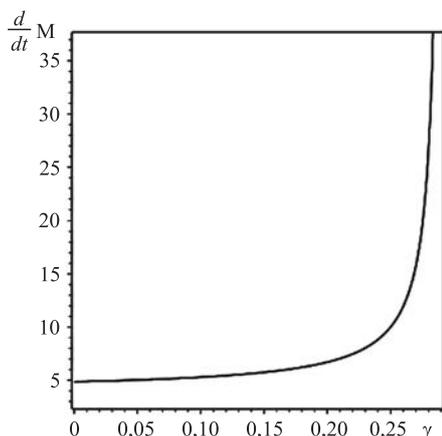


Рис. 8. График производной нормы  $M(\tau)$  для мажоранты с задержкой

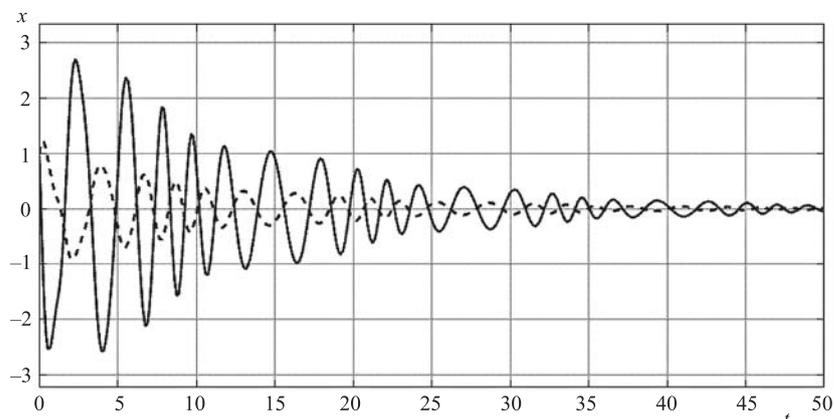


Рис. 9. График траектории системы с последствием и задержкой

ние не способно стабилизировать систему при наличии задержки по управлению.

Величина наихудшего запаздывания управления обусловлена полученным на предыдущем этапе значением последствия и решением уравнения Риккати. Представим  $u(t - \gamma) = -KZ(t) + \gamma K\dot{Z}(t)$ , где  $K = R^{-1}BS$ , тогда

$$\dot{Z}(t) = (I + \tau A_\tau - \gamma BK)^{-1}(A + A_\tau - BK)Z(t).$$

График производной нормы  $M(\tau)$  (12) представлен на рис. 8.

В качестве наихудшей величины задержки по управлению выберем верхнюю границу интервала  $\gamma = 0,3$ .

Используя полученные значения длительности последствия  $\tau = 1,115$  и задержки  $\gamma = 0,3$ , найдём решение уравнения Риккати для мажорирующей динамической системы (9):

$$\begin{aligned} \dot{Z}(t) &= (I + \tau A_\tau - \gamma BK)^{-1}(A + A_\tau)Z(t) + \\ &+ (I + \tau A_\tau - \gamma BK)^{-1}BU(t); \\ S &= \begin{pmatrix} 1,3146 & 1,4777 \\ 1,4777 & 1,6769 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Полученное таким способом управление способно стабилизировать исходную систему (15) с последствием и задержкой по управлению. График переходного процесса показан на рис. 9.

**Заключение.** Предложен алгоритм синтеза робастного регулятора, учитывающий возникающие задержки в нелинейной системе. Приведён пример, когда максимальная задержка не является наихудшей ситуацией. Данное наблюдение может быть полезно из-за своей неочевидности при проектировании

систем управления нелинейными системами в условиях, когда величина задержки входит в дифференциальную систему нелинейно. Проведены моделирование нелинейной системы второго порядка и сравнение эффективности предложенного регулятора с линейно-квадратичным регулятором.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-8-00535).*

#### Библиографические ссылки

1. Zhang J., Xia X. Identifiability Problems of Time-delay HIV Models // Proceedings of the 17<sup>th</sup> World Congress The International Federation of Automatic Control. Seoul, 2008. P. 283—288.
2. Ghiggi I., Bender A., Gomes da Silva Jr. J.M. Dynamic Non-rational Anti-windup for Time-delay Systems with Saturating Inputs // Proceedings of the 17<sup>th</sup> World Congress The International Federation of Automatic Control. Seoul, 2008. P. 277—282.
3. Das D.K., Ghosh S., Subud B. Delay-dependent robust stability analysis and stabilization of linear systems using a simple delay-discretization approach // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51. P. 572—579.
4. Marino F., Giacomelli G. Pseudo-spatial coherence resonance in an excitable laser with long delayed feedback // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2017. Vol. 27. P. 114—123.
5. Zhao Y.P., He P., Saberi Nik H., Ren J. Robust adaptive synchronization of uncertain complex networks with multiple time-varying coupled delays // Complexity. 2019. Vol. 20. P. 62—73.

#### Ссылка для цитирования

Афанасьев В.Н., Семион А.А. Управление объектом в условиях запаздывания и последствия с интервальной длительностью // Автоматизация. Современные технологии. 2020. Т. 74. № 4. С. 170—175. DOI: 10.36652/0869-4931-2020-74-4-170-175.