Время, отведенное на выполнение работы, — 150 минут. Все решения должны быть обоснованы.

Задача 1. Найдите $y^{(n)}(x)$ для функции

$$y = \ln\left((2x+3)^{2x+3}\right), \quad x > -\frac{3}{2}.$$

Задача 2. Найдите вторую производную обратной к функции $y = x \cdot e^x + x$ в точке $y_0 = e + 1$.

Задача 3. Вычислите предел

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x^3 + 3\ln\left(1 + x^3\right) + \operatorname{arctg}\left(x^6\right)}{e^{x^3} - \cos x^2}.$$

Задача 4. Обозначим через a_1, a_2, a_3, a_4 соответственно первый, второй, третий и четвёртый столбцы матрицы $A \in \mathrm{Mat}_{4\times 4}(\mathbb{R})$. Положим

$$b_1 = a_1 - 3a_2,\ b_2 = -a_1 + 4a_2 + a_3,\ b_3 = a_1 + a_2 - a_3 + a_4,\ b_4 = -a_1 + a_2 + 2a_3 - 2a_4.$$

Чему равен определитель матрицы B со столбцами b_1, b_2, b_3, b_4, если определитель матрицы A равен 7?

Задача 5. Комплексное число w таково, что один из его корней 6-й степени является решением уравнения $(\sqrt{3} - 2i)z = -\sqrt{2} + 3\sqrt{6}i$. Найдите все корни 6-й степени из w.

Задача 6. В пространстве даны точки $A = (-4, 2, 2)$ и $B = (-4, 0, 3)$, а также прямая ℓ, являющаяся пересечением плоскостей с уравнениями:

$$y + z - 3 = 0, \quad x + 2 = 0.$$

Найдите координаты точки C, лежащей на прямой ℓ и такой, что площадь треугольника ABC равна 3. Укажите все возможные варианты ответа.

Задача 7. Переведите рассуждение

$$\forall x \in M\ \exists y \in M\ \left(S(x,y) \wedge P(x)\right) \to \neg S(y,x),$$

с формального языка на естественный, если известно, что M — множество всех моржей, $S(x,y)$ истинно тогда и только тогда, когда морж x старше моржа y, а $P(x)$ истинно тогда и только тогда, когда морж x любит рыбу. Выясните, корректно ли это рассуждение.

Задача 8. Решите систему сравнений

$$\begin{cases} 2a \equiv 6 \pmod{12}, \\ \ \ a \equiv 11 \pmod{17}. \end{cases}$$

Задача 9. Верно ли, что $\mathcal{P}(X \times Y) = \mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(Y)$?
Через $\mathcal{P}(X)$ обозначается множество всех подмножеств множества X.