

XIV всероссийская олимпиада школьников по экономике
Заключительный этап
9—11 классы



Решения задач (первая часть)

Дата написания	13 апреля 2009 г.
Количество задач	7
Сумма баллов	100
Время написания	180 минут

Задача № 1 (10 баллов)

Первоначально на японском рынке mp3-плееров ежемесячно продавалось 50 тыс. плееров по цене 1 000 йен. В момент X телефоны со встроенными mp3-плеерами подешевели, что спустя некоторое время привело к уменьшению объема продаж плееров на 19 %. Затем, в момент Y , начал работать новый завод по производству mp3-плееров, расположенный в Китае, и рыночная цена плеера упала на 25 %. Всё это время спрос и предложение на данном рынке обладали постоянной ценовой эластичностью, по модулю равной 2.

Определите новые параметры равновесия на рынке mp3-плееров.

Решение:

Спрос и предложение — функции постоянной эластичности, значит, $Q_d = a/P^2$; $Q_s = bP^2$.

Пусть величины с индексом «0» — параметры первоначального равновесия, «1» — параметры равновесия после первого изменения, «2» — параметры равновесия после второго изменения.

Первое изменение заключалось в падении цены товара-заменителя: кривая спроса сместилась влево-вниз, мы двигались вдоль кривой предложения. Поэтому

$$0,81 = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{bP_1^2}{bP_0^2} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 0,9.$$

Второе изменение — это появление новых дешевых производственных мощностей: кривая предложения сдвинулась вправо-вниз, мы двигались вдоль кривой спроса. Поэтому

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{a/P_2^2}{a/P_1^2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{16}{9}.$$

В итоге имеем:

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_0} &= \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} = 0,75 \cdot 0,9 = 0,675 \Rightarrow P_2 = 675; \\ \frac{Q_2}{Q_0} &= \frac{Q_2}{Q_1} \cdot \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{16}{9} \cdot \frac{81}{100} = 1,44 \Rightarrow Q_2 = 72. \end{aligned}$$

Ответ: 72 тыс. плееров будут продаваться по цене 675 йен.

Задача № 2 (14 баллов)

В поезде «Москва — Симферополь» функция спроса пассажиров на украинские гривны описывается уравнением $Q_{\Gamma}^d = 6000/P_{\Gamma} - 500$, где Q_{Γ}^d — количество гривен, P_{Γ} — цена гривны (в российских рублях). Лица, обычно садящиеся в Харькове и предлагающие гривны к обмену, предъявляют тем самым спрос на рубли. Соответствующая функция спроса имеет вид $Q_{\text{Р}}^d = 1500/P_{\text{Р}} - 4000$, где $Q_{\text{Р}}^d$ — количество рублей, $P_{\text{Р}}$ — цена рубля (в гривнах).

Определите параметры равновесия на данном рынке:

1. Какое количество гривен купят пассажиры?
2. Какое количество рублей они продадут?
3. Каков будет обратный курс рубля по отношению к гривне?

Решение:

По функции спроса на рубли восстановим функцию предложения гривен $Q_{\Gamma}^s(P_{\Gamma})$. Нам нужно узнать, какое количество гривен готовы продать украинцы, если цена гривны в рублях составляет P_{Γ} . Если цена гривны в рублях составляет P_{Γ} , то цена рубля в гривнах равна $1/P_{\Gamma}$. По этой цене они будут готовы купить

$$Q_{\text{Р}}^d = \frac{1500}{1/P_{\Gamma}} - 4000 = 1500P_{\Gamma} - 4000 \text{ рублей.}$$

Но раз цена гривны в рублях составляет P_{Γ} , то купить $(1500P_{\Gamma} - 4000)$ рублей — это то же самое, что продать $((1500P_{\Gamma} - 4000)/P_{\Gamma})$ гривен. Поэтому искомая функция предложения гривен имеет вид:

$$Q_{\Gamma}^s(P_{\Gamma}) = 1500 - \frac{4000}{P_{\Gamma}}.$$

Как и полагается, она имеет положительный наклон.

Теперь легко найти рыночное равновесие — величина спроса на гривны должен быть равна величине их предложения:

$$\frac{6000}{P_{\Gamma}} - 500 = 1500 - \frac{4000}{P_{\Gamma}} \Rightarrow P_{\Gamma} = 5 \text{ рублей.}$$

Это и есть искомый обратный курс рубля по отношению к гривне.

$$Q_{\Gamma}^* = 700, Q_{\text{Р}}^* = 5 \cdot 700 = 3500.$$

Ответ: 3500 рублей будут обменены на 700 гривен. Обратный курс рубля по отношению к гривне составит 5 рублей за гривну.

Задача № 3 (20 баллов)

Пират Джим производит джин и продает его днем в своем баре по цене 28 гульденов за пинту. Функция издержек Джима на производство джина задается уравнением $TC(Q) = Q^2$, где Q — произведенное количество джина в пинтах. А ночью Джим вместе со своим приятелем пиратом Роном выходит «на дело» в море, где и потребляет часть произведенного им чистого джина. Джим старается оставить на ночь как можно больше джина, поскольку за прибылью он не гонится, а гульдену ему нужны только для оплаты факторов производства.

В отличие от Джима пират Рон не любит чистый джин и готовит себе коктейль «Веселый Роджер» (на полпинты джина треть пинты рома), тратя на ингредиенты для его приготовления 220 гульденов, заработанные ночным разбоем. Джин пират Рон покупает в лавке Джима, а ром — в соседней лавке по 18 гульденов за пинту.

Сколько рома и сколько джина потребляют на двоих за ночь пират Рон и пират Джим?

Решение:

Пусть q_s — количество джина, которое Джим производит для себя, а q_m — для продажи на рынок. Тогда $Q = q_s + q_m$, $TC = (q_s + q_m)^2$. Поскольку выручку он получает только от тех единиц продукции, которые проданы на рынок, $TR = 28q_m$. Так как всю прибыль он тратит на производство для себя, выполняется: $28q_m - (q_s + q_m)^2 = 0$. При этом условии Джим максимизирует q_s :

$$\begin{aligned}28q_m &= (q_s + q_m)^2 \\q_s + q_m &= \sqrt{28q_m} \\q_s &= \sqrt{28q_m} - q_m \\q'_s &= \frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{q_m}} - 1 = 0\end{aligned}$$

Отсюда $q_m = 7$, $q_s = \sqrt{28 \cdot 7} - 7 = 7$ — Джим выпивает за вечер 7 пинт джина. Рон потребляет ром (R) и джин (G) в пропорции:

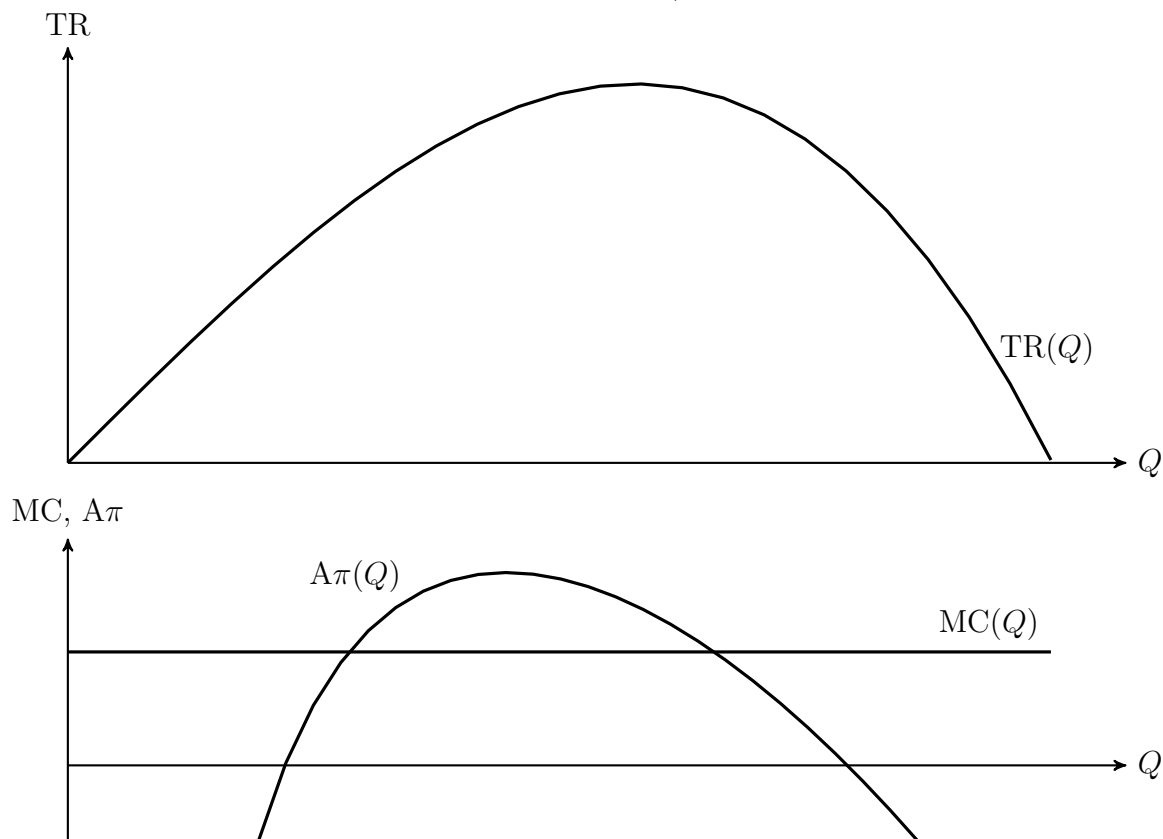
$$\frac{1}{3} \cdot G = \frac{1}{2} \cdot R \Rightarrow 2 \cdot G = 3 \cdot R.$$

Поскольку его бюджетное ограничение имеет вид $28G + 18R = 220$, решая систему, получаем $G = 11/2$, $R = 11/3$ — Рон выпивает за вечер 5,5 пинты джина и 11/3 пинт рома.

Ответ: пираты выпивают 12,5 пинты джина и 11/3 пинт рома.

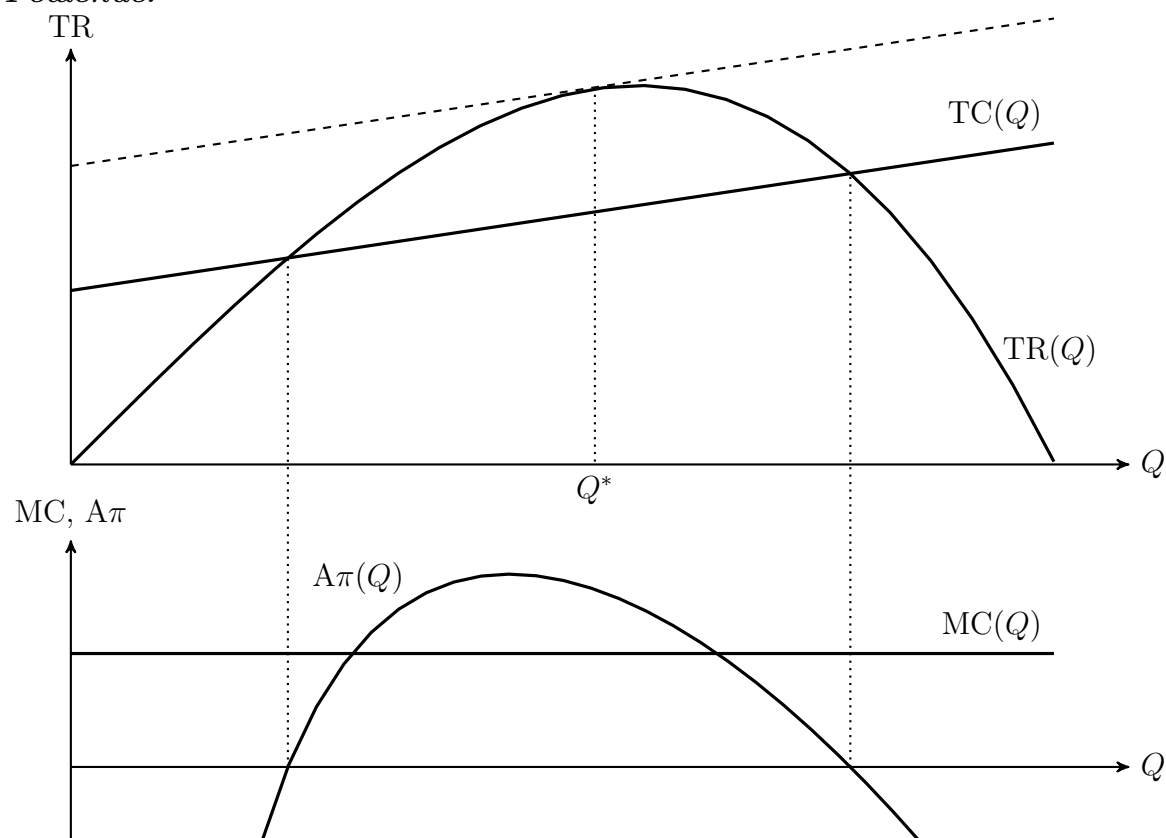
Задача № 4 (12 баллов)

Данные об экономической ситуации, с которой столкнулась некая фирма, представлены графически (даны графики выручки, предельных издержек и средней прибыли; масштаб по оси Q на обоих графиках одинаковый):



Определите графически (отметьте на данном рисунке) оптимальный для фирмы объем производства и подробно опишите процесс решения.

Решение:



В точках, где средняя прибыль равна 0, общая прибыль также равна 0. В этих точках $TR = TC$, чем и можно воспользоваться, восстанавливая график TC , являющийся в данном случае прямой, так как MC постоянны (по двум точкам прямую всегда можно восстановить). Затем находим с помощью касательной точку, в которой наклоны TR и TC равны, и получаем Q^* .

Задача № 5 (14 баллов)

Воробьян Кисин, владелец контрольного пакета акций ЗАО «Копыта и рога», являющегося монополистом на рынке весьма специфической продукции, ежеквартально проверяет, как идут дела в его фирме. Из последнего отчета, составленного для Кисина главным менеджером фирмы Е. Бондером, акционер узнал, что общие издержки производства продукции за последний квартал составили 134 тыс. руб., а прибыль несколько снизилась по сравнению с предыдущим кварталом и составила 66 тыс. руб.

Кисин, получивший отличное экономическое образование и знавший квартальную функцию издержек фирмы ($ТС = Q^2 + 3Q + 4$) (в тыс. руб), наоборот, ждал роста прибыли и потому стал сомневаться в правильности предоставленного ему отчета.

И действительно, после обстоятельной проверки выяснилось, что Бондер правильно отчитался об издержках фирмы в точке оптимума, но несколько занижил уровень прибыли (которая в действительности повысилась). Как выяснилось позднее, скрытая часть прибыли была потрачена Бондером на билет первого класса в один из крупных южноамериканских городов.

Какова минимально возможная цена этого билета?

Решение:

По сути, нам нужно оценить минимальный размер прибыли, которую в оптимуме могла получить компания.

Найдем сначала оптимальный выпуск фирмы:

$$ТС(Q^*) = (Q^*)^2 + 3Q^* + 4 = 134 \Rightarrow Q^* = 10.$$

Поскольку фирма является монополистом, то в оптимуме $P > MC$. $MC(Q) = 2Q + 3$

$$P > MC(10) = 23 \Rightarrow \pi = P \cdot Q - ТС(Q) = 10P - 134 > 10 \cdot 23 - 134 = 96.$$

Таким образом, в оптимуме фирма не могла получить прибыль, меньшую, чем 96 тыс. руб. Значит, минимально возможная цена билета составляет $96 - 66 = 30$ тыс. руб.

Ответ: 60 тыс. руб.

Задача № 6 (12 баллов)

Правительство планирует покрыть дефицит государственного бюджета в размере 6 562 500 руб. целиком за счет выпуска государственных бескупонных облигаций номиналом 1 000 руб. сроком на 1 год. Функция спроса на облигации описывается уравнением $P = 950 - 0,01Q$, где P — рыночная цена облигации (в рублях), а Q — количество облигаций.

1. По какой цене государство будет продавать облигации? Сколько их будет продано?

2. Какой уровень доходности обеспечат облигации своим владельцам?

Решение:

Необходимо определить, при каком значении P выручка от реализации облигаций составит 6 562 500 руб.

$$TR = 95000P - 100P^2 = 6562500,$$

$$P^2 - 950P + 65625 = 0,$$

$$P_1 = 875, P_2 = 75.$$

Разумеется, меньшее значение цены государство не интересуется, поэтому рыночная цена облигаций $P = 875$, будет продано 7 500 облигаций.

Доходность облигаций:

$$r = \frac{P_{\text{ном}} - P_{\text{рын}}}{P_{\text{рын}}} \cdot 100 \% = \frac{1000 - 875}{875} \cdot 100 \% = 14,2857 \%$$

Ответ: 14,2857 %.

Задача № 7 (18 баллов)

Кривые производственных возможностей братьев-близнецов Алексея и Данила в производстве Икса (X) и Игрека (Y) очень похожи друг на друга. Количества Икса и Игрека могут выражаться только целыми числами, поэтому КПВ братьев задаются таблицами.

Таблица 1: КПВ Алексея

X	0	1	2	3	4	5	6	7
Y	49	48	45	41	34	25	15	0

Таблица 2: КПВ Данила

X	0	1	2	3	4	5	6	7
Y	51	49	46	41	35	27	14	0

После долгой ссоры братья решили объединить свои производственные усилия.

Сложив КПВ братьев, заполните следующую таблицу и подробно объясните процесс решения.

Таблица 3: Общая КПВ

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Y															

Решение:

Нам нужно найти общую КПВ братьев, то есть найти максимальное количество Y, которое они смогут произвести при каждом количестве X. Очевидно, что количество Y при каждом X будет максимально, если, производя каждую единицу X, братья будут отказываться от как можно меньшего количества Y, другими словами, очередную единицу X должен производить тот из братьев, у кого альтернативные издержки производства единицы X ниже.

Составим таблицу альтернативных издержек производства X (в единицах Y):

Единица X	1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я	7-я
Альтернативные издержки Алексея	1	3	4	7	9	10	15
Альтернативные издержки Данила	2	3	5	6	8	13	14

Исходя из сказанного выше, первую единицу Икса должен будет произвести Алексей, отказавшись от одной единицы Игрека. Вторую единицу Икса произведет Данил (она для него будет первой) и «потратит» всего две единицы Игрека вместо трех, которые мог бы потратить Алексей. Третью единицу Икса может произвести любой из братьев, так как для каждого из них она «стоит» три единицы Игрека; четвертую единицу произведет тот, кто не произвел третью, пятую произведет Алексей и т.д. В итоге шкала альтернативных издержек будет иметь вид

Единица X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Альтернативные издержки	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	10	13	14	15

Теперь легко найти данные, характеризующие совместную КПВ братьев, постепенно вычитая из максимально возможного количества Y, равного 100 ($49 + 51 = 100$), полученные величины альтернативных издержек. Получаем общую КПВ:

Таблица 4: Общая КПВ

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Y	100	99	97	94	91	87	82	76	69	61	52	42	29	15	0