

Теория массового обслуживания (задания для расчета):

1. В вычислительном центре работает 5 персональных компьютеров (ПК). Простейший поток задач, поступающих на ВЦ, имеет интенсивность 10 задач в час. Среднее время решения задачи равно 12 мин. Заявка получает отказ, если все ПК заняты. Найдите вероятностные характеристики системы обслуживания (ВЦ).

2. В аудиторскую фирму поступает простейший поток заявок на обслуживание с интенсивностью $= 1,5$ заявки в день. Время обслуживания распределено по показательному закону и равно в среднем трем дням. Аудиторская фирма располагает пятью независимыми бухгалтерами, выполняющими аудиторские проверки (обслуживание заявок). Очередь заявок не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована. Определите вероятностные характеристики аудиторской фирмы как системы массового обслуживания, работающей в стационарном режиме.

3. На пункт техосмотра поступает простейший поток заявок (автомобилей) интенсивности $= 4$ машины в час. Время осмотра распределено по показательному закону и равно в среднем 17 мин., в очереди может находиться не более 5 автомобилей. Определите вероятностные характеристики пункта техосмотра в установившемся режиме.

4. На промышленном предприятии решается вопрос о том, сколько потребуется механиков для работы в ремонтном цехе. Пусть предприятие имеет 10 машин, требующих ремонта с учетом числа ремонтирующихся. Отказы машин происходят с частотой 10 отк/час. Для устранения неисправности механику требуется в среднем 3 мин. Распределение моментов возникновения отказов является пуассоновским, а продолжительность выполнения ремонтных работ распределена экспоненциально. Возможно организовать 4 или 6 рабочих мест в цехе для механиков предприятия. Необходимо выбрать наиболее эффективный вариант обеспечения ремонтного цеха рабочими местами для механиков.

5. В бухгалтерии предприятия имеются два кассира, каждый из которых может обслужить в среднем 30 сотрудников в час. Поток сотрудников, получающих заработную плату, - простейший, с интенсивностью, равной 40 сотрудников в час. Очередь в кассе не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения. Вычислите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме и определите целесообразность приема третьего кассира на предприятие, работающего с такой же производительностью, как и первые два.

6. В инструментальном отделении сборочного цеха работают три кладовщика. В среднем за 1 мин. за инструментом приходят 0,8 рабочего ($= 0,8$). Обслуживание одного рабочего занимает у кладовщика $= 1,0$ мин. Очередь не имеет ограничения. Известно, что поток рабочих за инструментом - пуассоновский, а время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения. Стоимость 1 мин. работы рабочего равна 30 д. е., а кладовщика - 15 д. е. Найдите

средние потери цеха при данной организации обслуживания в инструментальном отделении (стоимость простоя) при стационарном режиме работы.

7. Билетная касса работает без перерыва. Билеты продает один кассир. Среднее время обслуживания - 2 мин. на каждого человека. Среднее число пассажиров, желающих приобрести билеты в кассе в течение одного часа, равно = 20 пасс/час. Все потоки в системе простейшие. Определите среднюю длину очереди, вероятность простоя кассира, среднее время нахождения пассажира в билетной кассе (в очереди и на обслуживании), среднее время ожидания в очереди в условиях стационарного режима работы кассы.

8. Пост диагностики автомобилей представляет собой одноканальную СМО с отказами. Заявка на диагностику, поступившая в момент, когда пост занят, получает отказ. Интенсивность потока заявок на диагностику = 0,5 автомобиля в час. Средняя продолжительность диагностики 1,2 часа. Все потоки событий в системе простейшие. Определите в установившемся режиме вероятностные характеристики системы.

9. Автозаправочная станция представляет собой СМО с одним каналом обслуживания и одной колонкой. Площадка при АЗС допускает пребывание в очереди на заправку не более трех автомобилей одновременно. Если в очереди уже находится три автомобиля, очередной автомобиль, прибывший к станции, в очередь не становится, а проезжает мимо. Поток автомобилей, прибывающих для заправки, имеет интенсивность 0,7 автомобиля в минуту. Процесс заправки продолжается в среднем 1,25 мин. Все потоки простейшие. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме

10. На железнодорожную сортировочную горку прибывают составы с интенсивностью = 2 состава в час. Среднее время, в течение которого горка обслуживает состав, равно 0,4 час. Составы, прибывающие в момент, когда горка занята, становятся в очередь и ожидают в парке прибытия, где имеется три запасных пути, на каждом из которых может ожидать один состав. Состав, прибывший в момент, когда все три запасных пути в парке прибытия заняты, становится в очередь на внешний путь. Все потоки событий простейшие. При установившемся режиме найдите: - среднее число составов, ожидающих в очереди (как в парке прибытия, так и вне его); - среднее время ожидания в парке прибытия и на внешних путях; - среднее время ожидания состава в системе обслуживания; - вероятность того, что прибывший состав займет место на внешних путях.

11. Рассматривается работа АЗС, на которой имеется три заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем 3 мин. В среднем на АЗС каждую минуту прибывает машина, нуждающаяся в заправке бензином. Число мест в очереди не ограничено. Все машины, вставшие в очередь на заправку, ждут своей очереди. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики работы АЗС в стационарном режиме.

12. На станцию технического обслуживания (СТО) автомобилей каждые два часа подъезжает в среднем одна машина. Станция имеет 6 постов обслуживания.

Очередь автомобилей, ожидающих обслуживания, не ограничена. Среднее время обслуживания одной машины - 2 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей

13. В вычислительном центре работает 9 персональных компьютеров (ПК). Простейший поток неисправностей имеет интенсивность 0,3 отказа в день. Среднее время устранения одной неисправности одним инженером равно 1,5 час. Компьютеры обслуживают три инженера с одинаковой производительностью. Все потоки событий простейшие. Возможны следующие варианты организации обслуживания ПК: - три инженера обслуживают все 9 компьютеров, так, что при отказе ПК его обслуживает один из свободных инженеров, в этом случае $R = 3$; $N = 9$; - каждый из трех инженеров обслуживает по три закрепленных за ним ПК. В этом случае $R = 1$; $N = 3$. Необходимо выбрать наилучший вариант организации обслуживания ПК.

14. Малое транспортное предприятие эксплуатирует десять моделей автомобилей одной марки. Простейший поток отказов автомобилей имеет интенсивность = 0,25 отказа в день. Среднее время устранения одного отказа автомобиля одним механиком равно 2 час. Все потоки событий простейшие. Возможны два варианта обслуживания: - все автомобили обслуживают два механика с одинаковой производительностью; - все автомобили предприятия обслуживают три механика с одинаковой производительностью. Необходимо выбрать наилучший вариант организации обслуживания автомобилей.

15. В магазине работает один продавец, который может обслужить в среднем 30 покупателей в час. Поток покупателей простейший с интенсивностью, равной 60 покупателей в час. Все покупатели «нетерпеливые» и уходят, если в очереди стоит 5 человек (помимо обслуживаемых). Все потоки событий простейшие. Определите следующие вероятностные характеристики магазина для стационарного режима работы: - вероятность обслуживания покупателя; - абсолютную пропускную способность магазина; - среднюю длину очереди; - среднее время ожидания в очереди; - среднее время всего обслуживания; - вероятность простоя продавца.

16. Имеется двухканальная простейшая СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью = 3 заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки = 0,5 час. Каждая обслуженная заявка приносит доход 5 д. е. Содержание канала обходится 3 д.е./час. Решите, выгодно ли в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех.

17. Подсчитайте вероятностные характеристики для простейшей одноканальной СМО с тремя местами в очереди при условиях $\lambda = 4$ заявки/час; $\mu = 0,5$ час. Выясните, как эти характеристики изменятся, если увеличить число мест в очереди до четырех.

18. Система массового обслуживания - билетная касса с тремя окошками (с тремя кассирами) и неограниченной очередью. Пассажиры, желающих купить

билет, приходит в среднем 5 человек за 20 мин. Поток пассажиров можно считать простейшим. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 мин. Время обслуживания подчинено показательному закону распределения. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

19. Технические устройства (ТУ) могут время от времени выходить из строя (отказываться). Поток отказов ТУ простейший с интенсивностью = 1,6 отказа в сутки. Время восстановления ТУ имеет экспоненциальное распределение. Математическое ожидание времени обслуживания = 0,5 суток. Количество каналов, выполняющих обслуживание ТУ, равно 5 ед. Количество заявок в очереди не ограничено. Определите вероятностные характеристики СМО, выполняющие обслуживание ТУ в установившемся режиме.

20. В универсаме к узлу расчета поступает поток покупателей с интенсивностью $\lambda = 81$ чел. в час. Средняя продолжительность обслуживания контролером-кассиром одного покупателя $\bar{t}_{об.} = 2$ мин. Определить: **а.** Минимальное количество контролеров-кассиров n_{min} , при котором очередь не будет расти до бесконечности, и соответствующие характеристики обслуживания при $n = n_{min}$. **б.** Вероятность того, что в очереди будет не более трех покупателей. **в.)** характеристики системы при количестве кассиров равным n_{min} .

21. Система массового обслуживания — билетная касса с одним окошком и неограниченной очередью. Касса продает билеты в пункты А и В. Пассажиры, желающих купить билет в пункт А, приходит в среднем трое за 20 мин, в пункт В — двое за 20 мин. Поток пассажиров простейший. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 мин. Время обслуживания — показательное. Вычислить финальные вероятности P_0, P_2, P_3 , среднее число заявок в системе и в очереди, среднее время пребывания заявки в системе, среднее время пребывания заявки в очереди.

22. Междугородный переговорный пункт имеет четыре телефонных аппарата. В среднем за сутки поступает 320 заявок на переговоры. Средняя длительность переговоров составляет 5 мин. Длина очереди не должна превышать 6 абонентов. Потоки заявок и обслуживаний простейшие. Определить характеристики обслуживания переговорного пункта в стационарном режиме.

23. Железнодорожная касса обслуживает по одному человеку. Интенсивность потока пассажиров 0,45. Среднее время обслуживания одной заявки 2 минуты. Найти все предельные характеристики эффективности функционирования одноканальной СМО с ожиданиями

24. На стоянке обслуживается 3 машины с интенсивностью потока 0,5 и средним временем обслуживания 2,5 минуты. Определить все показатели системы.

25. Салон-парикмахерская имеет 5 мастеров. В час пик интенсивность потока клиентов равна 6 человек. В час. Обслуживание одного клиента длится в среднем 40 минут. Определить среднюю длину очереди, считая ее неограниченной.