

Задачи для семинара 1.

Тема: Предпочтения потребителя и кривая безразличия.

Задача 0

Пусть задано рациональное (полное и транзитивное) отношение предпочтения, \succsim .

- (a) Покажите, что если $X \succ Y$ и $Y \succsim Z$, то $X \succ Z$.
- (b) Покажите, что если $X \succ Y$ и $Y \succ Z$, то $X \succ Z$ (строгая транзитивность).
- (c) Покажите, что если $X \sim Y$ и $Y \sim Z$, то $X \sim Z$.

Задача 1

Рассмотрим модификацию примера Кондорсе из лекций. Семья состоит из трех человек: мама, папа и ребенок. Предпочтения каждого члена семьи следующие:

мама: театр \succ кино \succ футбол

папа: футбол \succ театр \succ кино

ребенок: кино \succ футбол \succ театр.

Предпочтения семьи определяются голосованием (большинством голосов).

- (a) Будут ли такие предпочтения транзитивными, если у папы и у мамы будет один голос, а у ребенка 0.5 голосов?
- (b) Представьте, что сегодня 8 марта, и в честь праздника у мамы два голоса (вместо одного), у других членов семьи количество голосов тоже, что и в (a). Будут ли в этом случае предпочтения семьи транзитивными?

Задача 2

(a) Предпочтения потребителя, определенные на множестве двух товаров (кофе и пирожное), полны и транзитивны. Данный агент с одной чашкой кофе съедает два пирожных и не употребляет одно без другого. Чем больше кофе и пирожных он выпивает и съедает, тем ему лучше.

Рассмотрите следующие наборы: $(2;4)$, $(8;4)$, $(2;16)$, $(4;6)$, $(8;2)$, где первое благо – кофе, а второе благо – пирожные. Проранжируйте наборы в соответствии с предпочтениями студента.

(b) Предпочтения потребителя, определенные на множестве R^2_+ , полны, транзитивны и строго выпуклы. Верно ли, что $(3;6)$ строго предпочитается $(2;8)$, если известно, что для данного потребителя $(4;4)$ нестрого предпочитается $(2;8)$? Если да, то докажите. Если нет, то приведите контрпример.

(c) Предпочтения потребителя, определенные на множестве R^2_+ , полны, транзитивны и строго монотонны. Рассмотрите следующие наборы $(2;8)$, $(1;5)$, $(3;9)$, $(1;10)$, $(5;10)$. Проранжируйте данные наборы в соответствии с предпочтениями потребителя, если это возможно.

Задача 3

Изобразите кривые безразличия для двух товаров (книги и фильмы), основываясь на приведенных ниже описаниях предпочтений. В каждом случае укажите направление роста полезности.

(a) Студент X любит читать, но равнодушен к фильмам. Он всегда предпочитает как можно больше книг независимо от количества дисков с фильмами.

(b) Студент Y любит фильмы, но терпеть не может чтение. Чем больше фильмов он смотрит, тем лучше ему становится.

(c) Студент Z любит смотреть фильмы только до того момента, как их количество не превысит трех в месяц. После этого дополнительные фильмы ему не интересны. Книги он любит читать независимо от их количества.

(d) Студент Q любит смотреть фильмы только до того момента, как их количество не превысит трех в месяц, а книги он любит читать только до тех пор, пока их не становится больше двух в месяц. После этих значений дополнительные фильмы и книги ему неинтересны.

(e) Студент W хочет так посадить дерево на северо-востоке от начала координат, чтобы оно было как можно ближе к зданию ВШЭ, находящемуся в точке $(1, 1)$.

Задача 4 (если будет время или дома)

На лекции давалось следующее определение выпуклости предпочтений:

Предпочтения выпуклы, если $X \succsim Y$ подразумевает, что для любого $0 \leq t \leq 1$, $t \cdot X + (1-t) \cdot Y \succsim Y$.

Покажите, что это определение равносильно следующему определению выпуклости предпочтений:

Предпочтения выпуклы, если для любого набора Y , множество всех потребительских наборов X , которые не хуже чем Y ($X \succsim Y$), является выпуклым множеством.

Определение выпуклости множества:

Множество A выпукло, если для любых $a, b \in A$ и для любого $t \in [0, 1]$, $t \cdot a + (1-t) \cdot b \in A$.