

## Проверка гипотез о линейных ограничениях на коэффициенты с помощью F – статистики

Для коэффициентов регрессии  $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u$

Гипотеза о наличии  $q$  ограничений на коэффициенты регрессии проверяется с помощью  $F$  – статистики

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/q}{RSS_{UR}/(n-k)} = \frac{(R_{UR}^2 - R_R^2)/q}{(1 - R_{UR}^2)/(n-k)},$$

где  $RSS_{UR}$  - сумма квадратов остатков в регрессии без ограничений,

а  $RSS_R$  - в регрессии с ограничениями. Если  $F > F_{\alpha}^{cr}(q, n-k)$ , то гипотеза о наличии ограничений отвергается.

1. При исследовании факторов, определяющих экономический рост, по 70 странам было получено уравнение регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{G} = 1.5 - 0.5P + 0.2S + 12I - 0.4D + 5In, R^2 = 0.6.$$

(0.1)      (0.042)      (3)      (0.5)      (3,1)

где  $G$  – темпы экономического роста,  $P$  – среднедушевой ВВП,  $S$  – бюджетный дефицит,  $I$  – объем инвестиций,  $D$  – внешний долг,  $In$  – уровень инфляции.

Проверить адекватность модели.

Согласно этой модели, при уровне значимости 5% можно утверждать, что темпы экономического роста зависят от

- 1) среднедушевого ВВП
- 2) бюджетного дефицита
- 3) объема инвестиций
- 4) внешнего долга
- 5) уровня инфляции

2. Оценка спроса на цейлонский чай в США с помощью регрессии

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 \ln P_C + \beta_2 \ln P_I + \beta_3 \ln P_B + \beta_4 \ln Y + u,$$

где  $Q$  – спрос на цейлонский чай,  $P_I$  – цена индийского чая,  $P_C$  – цена цейлонского чая,  $P_B$  – цена бразильского кофе,  $Y$  – располагаемый доход (в скобках указаны стандартные отклонения), по 22 наблюдениям дала следующий результат:

$$\hat{\ln Q} = 2.837 - 1.481 \ln P_C + 1.181 \ln P_I + 0.186 \ln P_B + 0.257 \ln Y, \quad RSS = 0.4277$$

(2)      (0.987)      (0.69)      (0.37)      (0.37)

Эта модель была также оценена при ограничениях  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и получено:

$$\ln Q \hat{=} \ln P_C = -0.738 + 0.199 \ln P_B + 0.261 \ln Y, \quad RSS = 0.6788$$

(0.82)      (0.155)      (0.165)

Проверить гипотезу  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

3. По данным для 27 фирм оценили производственную функцию с помощью трех моделей:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + u \quad (1)$$

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(LK) + u \quad (2)$$

$$\ln Y / K = \beta_0 + \beta_1 \ln L / K + u \quad (3)$$

Суммы квадратов остатков для оцененных функций регрессий (1), (2), (3) оказались соответственно равны

$$RSS_1 = 8.51, RSS_2 = 8.94, RSS_3 = 9.01,$$

Объяснить, почему вторая и третья модели являются ограниченными версиями первой, выписать соответствующие ограничения на коэффициенты регрессии (1) и проверить их выполнение.

4. а) Изучая зависимость длительности обучения 540 индивида S от его способностей ASVABC, характеризуемых результатами трех тестов (см. п.в), длительности обучения матери индивида SM, длительности обучения отца индивида SF, исследователь получил следующие функции регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{S} = 5 + 0.115 ASVABC + 0.12 SM + 0.1 SF, \quad RSS = 2100.646, \quad R^2 = 0.336$$

(0.52)    (0.0099)                    (0.039)                    (0.029)

$$\hat{S} = 6.5 + 0.14 ASVABC, \quad RSS = 2267.587$$

(0.48)    (0.009)

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что длительность обучения индивида зависит только от его способностей?

б) Была оценена также регрессия

$$S = 5.22 + 0.115 ASVABC + 0.109(SM + SF), \quad RSS = 2100.962.$$

(0.502)    (0.0099)                    (0.016)

Исходя из полученного результата, можно ли считать, что родители в равной степени влияют на длительность обучения индивида?

в) Значения переменной, характеризующей способности индивида, рассчитывались следующим образом:  $ASVABC = 0.5ASVAB2 + 0.25ASVAB3 + 0.25ASVAB4$ , где

ASVAB2 – результаты теста по арифметике,

ASVAB3 – результаты теста по правописанию,

ASVAB4 – результаты теста по пониманию прочитанного материала.

Исследователь оценил также регрессию

$$S = 4.75 + 0.088 ASVAB2 + 0.035 ASVAB3 - 0.0013ASVAB4 + 0.12 SM + 0.1 SF, \quad R^2 = 0.352$$

(0.54)    (0.012)                    (0.015)                    (0.013)                    (0.039)                    (0.029)

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что веса в переменной ASVABC выбраны правильно?

5. С помощью модели  $\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln L + \beta_3 \ln K + u$

по данным для 30 фирм была оценена зависимость выпуска Y от труда L и капитала K:

$$\ln Y = 1.2 + 0.6 \ln L + 0.4 \ln K, \quad F\text{-statistic} = 200.24$$

(0.3)    (0.12)                    (0.08)

В скобках указаны значения стандартных ошибок. На уровне значимости 5 % отвергаются гипотезы

- 1)  $H_0: \beta_2 = 0$     2)  $H_0: \beta_3 = 0$     3)  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$     4)  $H_0: \beta_2 = 0.5$     5)  $H_0: \beta_3 = 0.5$