



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# Микроэкономика

## Лекция 3

Александр Тарасов  
Департамент теоретической экономики

# Что мы знаем?

- Чтобы анализировать выбор потребителя, мы должны задать предпочтения потребителя,  $\succeq$
- Рациональность предпочтений: полнота (все возможные потребительские наборы могут быть сравнимы) и транзитивность (если  $X \succeq Y$  и  $Y \succeq Z$ , то  $X \succeq Z$ )
- Кривая безразличия: это все возможные потребительские наборы, между которыми потребитель безразличен:  $X \sim Y$
- “Хорошая” кривая безразличия:
  - чем больше, тем лучше (строгая монотонность) → кривая безразличия убывает
  - строгая выпуклость предпочтений (вместе с строгой монотонностью) → кривая безразличия строго выпукла

# Функция полезности

- Вместо того, чтобы работать напрямую с предпочтениями, гораздо удобнее работать с **функцией полезности**, которая описывает эти предпочтения
- **Важно!** Потребительские предпочтения фундаментальны (база), функция полезности – это просто способ их описания
- В чем суть? Каждому потребительскому набору  $(x_1, x_2)$ , мы можем приписать числовое значение  $U(x_1, x_2)$ , где  $U(.,.)$  некоторая функция
- В этом случае,  $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$  тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2)$$

# Функция полезности

- Аналогично,  $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$  тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) > U(y_1, y_2)$$
- Наконец,  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$  тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) = U(y_1, y_2)$$
- **Важно!** Нас интересует только порядок потребительских наборов, числовое значение функции как таковое не играет роли (табличка)

Набор	U1	U2	U3
X	3	17	-1
Y	2	10	-2
Z	1	0.1	-3

# Функция полезности

- Так как для нас важно только ранжирование, существует бесконечное число способов задать функцию полезности для заданных предпочтений
  - а именно: пусть у нас есть какая-то функция полезности  $U(.,.)$  описывающая предпочтения  $\succeq$
  - тогда любое строго положительное монотонное преобразование функции  $U(.,.)$  является тоже функцией полезности
- Более формально: пусть у нас есть строго положительное монотонное преобразование  $f(.)$  (строго возрастающая функция),  $U$  переходит в  $f(U)$ 
  - тогда  $f(U(.,.))$  является функцией полезности

# Функция полезности

- Действительно,

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \Leftrightarrow U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2)$$

так как  $f(\cdot)$  строго возрастающая,

$$U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2) \Leftrightarrow f(U(x_1, x_2)) \geq f(U(y_1, y_2))$$

то есть  $f(U(\cdot, \cdot))$  тоже функция полезности

- Так как монотонных преобразований (умножение на положительное число, возведение в нечетную степень) бесконечное число, существует бесконечное число функций полезности для заданных предпочтений.

# Функция полезности

- **Важно!** Только рациональные предпочтения могут быть представлены функцией полезности (то есть, рациональность это необходимое условие)
  - полнота: для любых наборов  $x=(x_1, x_2)$  и  $y=(y_1, y_2)$  мы можем подсчитать  $U(x)=U(x_1, x_2)$  и  $U(y)=U(y_1, y_2)$  и затем сравнить эти числа! Либо  $U(x) \geq U(y)$ , либо  $U(y) \geq U(x)$ . Так как  $U(.,.)$  функция полезности, то либо  $x \succeq y$ , либо  $y \succeq x \rightarrow$  полнота предпочтений
  - транзитивность: предположим, что  $x \succeq y$  и  $y \succeq z$ , тогда  $U(x) \geq U(y) \geq U(z) \rightarrow U(x) \geq U(z) \rightarrow x \succeq z$

# Функция полезности и кривая безразличия

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что  $X \sim Y$
- Что это значит в терминах функции полезности? По определению:

$$X \sim Y \Leftrightarrow U(X)=U(Y)$$

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что  $U(x_1, x_2)=U(y_1, y_2) \dots =k$  (некий заданный уровень полезности)
- Другими словами, кривая безразличия – это все потребительские наборы, для которых  $U(x_1, x_2)=k$ , где  $k$  задает уровень полезности этих наборов. Например:  $U(x_1, x_2)=x_1 * x_2=k$



# Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- **Совершенные субституты** (кола и пепси): нам не важно, кола это или пепси, главное общее количество напитка! В этом случае,  
 $U(x_1, x_2) (U(\text{кола}, \text{пепси})) = x_1 + x_2$ 
  - если мы заменим 1 колу на 1 пепси, то
$$U(x_1 - 1, x_2 + 1) = x_1 - 1 + x_2 + 1 = x_1 + x_2$$
  - это не единственный способ описать совершенные **субституты**:  $U(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^3$  (монотонное преобразование)
  - более общий случай:  $U(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$ 
    - 1 единицу продукта 2 можно заменить на  $b/a$  единиц продукта 1:  $U(x_1 - b/a, x_2 + 1) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = U(x_1, x_2)$

# Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- **Совершенные complements** (правый и левый ботинки): мы не можем носить правый ботинок без левого и наоборот. Нам необходима пара обуви. В этом случае,  $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ 
  - действительно, допустим у нас есть два левых ботинка и один правый:  $U(2, 1) = \min\{2, 1\} = 1 = \min\{1, 1\} = U(1, 1) \rightarrow$  дополнительный левый ботинок не добавляет никакой полезности
  - **Важно!** предпочтения не строго монотонны

# Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- в общем случае:  $U(x_1, x_2) = \min\{a \cdot x_1, b \cdot x_2\}$ 
  - $a$  и  $b$  отображают пропорцию в которой потребляются продукты:  $a \cdot x_1 = b \cdot x_2 \rightarrow x_1/x_2 = b/a$
  - если  $b=2$ ,  $a=1$ , то на единицу продукта 2 мы потребляем две единицы продукта 1 (чашка чая с двумя ложками сахара)



# Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Предпочтения Кобба-Дугласа:  $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$ ,  $\alpha, \beta > 0$ 
  - “хорошие” предпочтения: строго монотонные и строго выпуклые
  - один из самых простых (математических) способов задать “хорошие” предпочтения
  - альтернативный способ (монотонное преобразование):

$$\ln(x_1^\alpha x_2^\beta) = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$$

# Предельная полезность

- Предельная полезность – дополнение к полезности, получаемой индивидом в результате небольшого увеличения потребления любого товара в расчете на единицу его прироста
- Более формально и более понятно: давайте увеличим потребление продукта 1 на **небольшую** величину  $\Delta x_1$ , тогда

$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{U(x_1 + \Delta x_1, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

- В этом случае,  $\Delta U = MU_1 * \Delta x_1$



# Предельная полезность

- Более интуитивно (но не совсем правильно!): предельная полезность – увеличение полезности при потреблении дополнительной единицы продукта
- Точно также:

$$MU_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{U(x_1, x_2 + \Delta x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_2}$$

- В этом случае,  $\Delta U = MU_2 * \Delta x_2$

- Важно понимать:
  - предельная полезность зависит от выбора конкретной функции полезности
  - знание предпочтений  $\succeq$  не дает нам возможности найти предельную полезность (сначала мы должны задать функцию полезности, описывающую эти предпочтения)
  - немного более формальной:

$$MU_1 = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{U(x_1 + \Delta x_1, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1} \Rightarrow$$

$$MU_1 = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \quad MU_2 = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

# Предельная полезность

- Зачем нам нужна предельная полезность (если она не связана напрямую с предпочтениями потребителя)?
- Оказывается, предельная полезность может быть использована, чтобы подсчитать **предельную норму замещения (MRS)** между продуктами (который является важной характеристикой предпочтений потребителя)
- **MRS** – это пропорция, при которой потребитель готов заменить потребление **небольшого** количества товара 1 на потребление небольшого количества товара 2 (оставаясь на той же кривой безразличия)



# Предельная полезность

- Рассмотрим изменение в потребление ( $\Delta x_1 < 0, \Delta x_2 > 0$ ), такое что уровень полезности не меняется
- В этом случае,  $MU_1 * \Delta x_1 + MU_2 * \Delta x_2 = \Delta U = 0 \Rightarrow$

$$MRS = \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right| = \frac{MU_1}{MU_2}$$

- **Важно!** Отношение предельных полезностей не зависит от выбора функции полезности и является характеристикой предпочтений, то есть реального поведения индивидов
  - монотонное преобразование функции полезности не меняет отношение предельных полезностей!



# Предельная полезность

- одно из преимуществ использования функции полезности (вместо работы напрямую с предпочтениями) – это возможность достаточно легко подсчитать MRS

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}}$$

- есть и другие преимущества!

- Предпочтения потребителя удобно описывать функцией полезности:
  - для заданных предпочтений может быть бесконечно много функций полезности
  - если задана функция полезности, то кривая безразличия задается следующим уравнением  $U(x_1, x_2) = k$ , где  $k$  характеризует некий уровень полезности (чем больше  $k$ , тем выше полезность)
  - мы можем подсчитать предельную норму замещения (MRS)
  - следующий шаг: кривая спроса!