ЛЕКЦИЯ
МОДЕЛИ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Демидова О.А., demidova@hse.ru

Модели панельных данных

$$Y_{it} = \alpha_i + X_{it}^{'}\beta + u_{it},$$

$$i = 1,\dots, N - \textit{номер индивида}$$

$$t = 1,\dots, T - \textit{момент времени}$$

Сквозная регрессия (pooled)

$$Y = \begin{pmatrix} \underset{(T\times 1)}{Y_1} \\ \underset{(T\times 1)}{Y_2} \\ \vdots \\ \underset{(T\times 1)}{Y_N} \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} \underset{(T\times k)}{X_1} \\ \underset{(T\times k)}{X_2} \\ \vdots \\ \underset{(T\times k)}{X_N} \end{pmatrix}, \qquad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Оценивается по всем наблюдениям

Модели с фиксированными эффектами

$$Y_{it} = \alpha_i + X_{it}^{'}\beta + u_{it},$$

$$E(\alpha_i) = const\ , \operatorname{var}(\alpha_i) = 0$$

Вводятся дамми переменные для всех индивидов.
Число степеней свободы NT – N – k.

Модель с фиксированными эффектами vs Сквозная регрессия

$$H_0 : \alpha_1 = ... = \alpha_N,$$

$$H_1 : \exists\, \alpha_i \neq \alpha_j$$

$$F = \frac{(RSS_{pooled} - RSS_{FE})/(N-1)}{RSS_{FE}/(NT - N - k)}$$

Between regression

$$Y_{i\cdot} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_{it}$$

$$Y_{i\cdot} = \alpha_1 + X'_{i\cdot}\beta + \varepsilon_{i\cdot},$$

$$\hat{\beta}_B, \quad RSS_B$$

Оценивается с помощью МНК

Within regression

$$Y_{it} - Y_{i\cdot} = (X'_{it} - X'_{i\cdot})\beta + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i\cdot},$$

$$\hat{\beta}_W = \hat{\beta}_{FE}, \quad RSS_W$$

Модели со случайными эффектами-1

$$Y_{it} = X_{it}^{'}\beta + const + \alpha_i + \varepsilon_{it},$$

$$E(\alpha_i) = 0,\ \mathrm{var}(\alpha_i) = \sigma_u^2$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\varepsilon^2 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\varepsilon^2 \\ \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{pmatrix}$$

Модели со случайными эффектами-2

$$Y_{it} = X_{it}^{'}\beta + const + \alpha_i + \varepsilon_{it},$$

$$E(\alpha_i) = 0,\ \mathrm{var}(\alpha_i) = \sigma_u^2$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Sigma & & \\ & \ddots & \\ & & \Sigma \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta}_{RE} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega Y$$

Эти оценки более эффективны по сравнению с моделью с фиксированными эффектами.

Но α_i *и* X **могут коррелировать.**

Модель со случайными эффектами vs Сквозная регрессия

$$H_0 : \sigma_u^2 \equiv 0,$$

$$H_1 : \sigma_u^2 \neq 0$$

Тест Бройша – Пагана

$$F = \frac{\hat{\sigma}_B^2}{\hat{\sigma}_W^2} \sim F(N-k, NT-N-k)$$

или LM

Модель с фиксированными эффектами vs Модель со случайными эффектами

$$H_0 : RE \Leftrightarrow corr(\alpha_{i,} X_{it}) = 0$$

$$\Rightarrow RE \text{ и } FE - \text{состоятельные оценки},$$

$$\text{их разность мала}$$

$$H_1 : FE \Leftrightarrow corr(\alpha_{i,} X_{it}) \neq 0$$

$$\text{только } FE - \text{состоятельная оценка},$$

$$\text{разность } RE \text{ и } FE \text{ велика}.$$

Модель с фиксированными эффектами vs Модель со случайными эффектами - 2

Тест Хаусмана

$$m = \hat{q}'\operatorname{var}^{-1}(\hat{q})\hat{q} \sim \chi^2_k,$$

$$\hat{q} = \hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}$$